

УДК 539.3

## ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ СООТНОШЕНИЯ УДАРНОГО КОМПАКТИРОВАНИЯ ШАМОТА

**А.И. Садырин, С.А. Пирогов**

*Нижний Новгород*

Предложены уравнения математической модели, описывающие ударное компактирование шамота как высокопористого хрупко разрушающегося материала. Зависимость давления от изменения удельного объема в модели представлена в параметрическом виде (параметр – коэффициент пористости  $\alpha$ ) в соответствии с  $P$ – $\alpha$  подходом Херрманна к формулировке уравнений деформирования уплотняющихся пористых материалов.

Перспективы использования шамота, обладающего высокими теплофизическими и демпфирующими характеристиками, в качестве материала облицовок ловушек расплава активной зоны атомных установок обсуждались в работе [1], где, в частности, отмечался недостаток достоверных экспериментальных данных о диаграмме ударного сжатия шамота. Деформирование шамота как высокопористого материала при нестационарных нагрузках сопровождается хрупким разрушением межпоровых перегородок, как это происходит и в других пористых керамических материалах [2, 3]. В связи с этим поведение шамота существенно отличается от деформирования пористых сред на основе металлов или вспененных полимерных материалов, характеризующихся преимущественно упругопластическим или эластичным поведением матричного материала. Особенно заметны эти отличия на диаграммах ударного сжатия и разгрузки шамота в диапазоне малых давлений (0–100 МПа) [1].

Для экспериментального получения диаграмм ударного сжатия при компактировании высокопористых материалов применяются достаточно трудоемкие как прямые методы [4], так и косвенные [5, 6]. В работе [1] данные по ударному деформированию шамота получены в копровых испытаниях в виде экспериментальных зависимостей максимальной деформации образца шамота, заключенного в обойму, от удельной кинетической энергии ударника, затраченной на компактирование образцов, представляющих собой цилиндры диаметром 33 мм и высотой 10 мм. Методика обработки экспериментальных данных для построения диаграммы ударного сжатия основана на волновом представлении процесса компактирования образцов шамота [1].

В настоящей работе предлагаются уравнения математической модели, описывающей ударное компактирование шамота, и вытекающие из них соотношения для математической обработки экспериментальных данных, получаемых с помощью экспериментальной методики [1]. Обработка данных производится исходя из квазистатического представления о процессе компактирования образцов, в предположении равномерного распределения деформаций по высоте цилиндра. Эти допущения

ния представляются вполне оправданными, поскольку скорости ударника невелики и находятся в диапазоне 1–5 м/с, а скорости деформаций не превышают уровень  $5 \cdot 10^2 \text{ с}^{-1}$ .

Для описания поведения динамического деформирования пористых сред широко применяются так называемые  $P$ – $\alpha$  модели типа Херрманна [7–15]. Если ограничиться рассмотрением умеренных величин нагрузок, не превосходящих существенно предела полного закрытия пор, и пренебречь девиаторными компонентами тензора напряжений, то основные представления, используемые при формулировке указанной модели, можно пояснить следующим образом. Зависимость  $P(v)$  давления  $P$  в пористом материале от удельного объема  $v$  представляется в параметрическом виде посредством введения некоторого параметра  $\alpha$ , характеризующего степень пористости материала, с помощью двух функций:

$$P = f(v, \alpha); \quad \alpha = g(P). \quad (1)$$

Конкретный вид зависимости  $\alpha = g(P)$  получают либо аппроксимацией экспериментальных данных [7, 10], либо расчетно-аналитическим путем, рассматривая деформацию некоторой структурной модели [11]. Чаще всего это шар со сферической полостью, но используются и другие фигуры, например, цилиндр со сферической полостью. При этом характеристики деформирования пористого тела выражаются через механические свойства материала матрицы. Формально параметризация (1) предоставляет большой произвол в выборе вида функций  $f$  и  $g$ . Однако если параметру  $\alpha$  придавать какой-либо конкретный физико-механический смысл, например, относительного объема сплошного вещества (матрицы) в пористом теле [8]:

$$\alpha = v_s / v = \rho / \rho_s, \quad (2)$$

где  $v_s$  – удельный объем сплошного матричного материала (материала, в котором поры отсутствуют);  $\rho$ ,  $\rho_s$  – плотности пористой среды и матричного материала соответственно, либо обратной ему величины  $\alpha = v/v_s = \rho_s/\rho$  [7], то указанный произвол фактически снимается. Действительно, функция  $g$  в этом случае, хотя бы в принципе, может быть определена экспериментально, а исключение параметра  $\alpha$  из (1) и (2) возвращает нас к обычной зависимости  $P(v)$ , которая также может быть получена экспериментально для произвольного значения исходной пористости, в результате чего однозначно определяется и функция  $f$ . Если параметр  $\alpha$  определен выражением (2), то схематичный вид зависимости  $\alpha$  от давления в пористой среде часто используемой при этом в  $P$ – $\alpha$  модели изображен на рис. 1 сплошной линией.

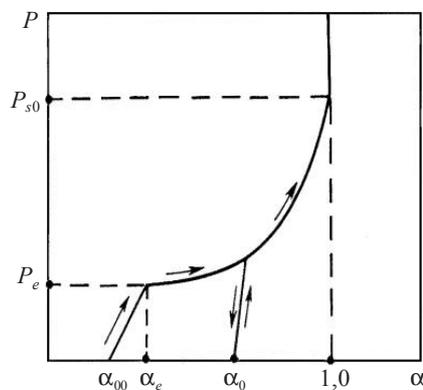


Рис. 1

Значками  $P_e$  и  $P_{s0}$  на рисунке отмечены соответственно начальный предел обратимого (упругого) деформирования пористого материала и предел, при достижении которого наступает полное закрытие пор и происходит переход материала в сплошное (беспоровое) состояние. Соединяются пределы  $P_e$  и  $P_{s0}$  кривой необратимого уплотнения пор, из любой точки которой возможны промежуточные упругие разгрузки и повторные нагрузки с последующим выходом на кривую необратимого

уплотнения. Уровень начального предела упругости  $P_e$  бывает достаточно низким, особенно для высокопористых сред, так, что аппроксимация кривой необратимого уплотнения пор может проводиться для  $P_e = 0$ .

Для многих пористых материалов при  $\alpha = v/v_s$  и конечных значений  $P_{s0}$  кривые необратимого уплотнения хорошо аппроксимируются простой эмпирической зависимостью [7]:

$$\alpha = 1 + (\alpha_e - 1) \left[ (P_{s0} - P) / (P_{s0} - P_e) \right]^2, \quad (3)$$

где  $\alpha_e = g(P_e)$ . Для аппроксимации кривой необратимого уплотнения пор при  $\alpha = v_s/v$  используются также следующие аппроксимации, характеризующиеся тем, что полное закрытие пор наступает только асимптотически при больших давлениях  $P_{s0}$ :

$$\alpha = 1 - (1 - \alpha_e) \exp\left(-\frac{P - P_e}{R}\right), \quad (4)$$

$$\alpha = 1 - \exp\left(-\frac{3P}{2\sigma_T}\right), \quad (5)$$

$$\alpha = 1 - (1 - \alpha_0) \exp\left[1,67\Delta k \operatorname{sh}\left(\frac{3P}{2\sigma_T}\right)\right]. \quad (6)$$

Рассматриваемая модель деформирования при динамических воздействиях на пористое тело допускает образование в нем волн напряжений с двухволновой структурой. При этом с большей скоростью  $C$ , отождествляемой со скоростью звука в пористой среде, распространяется упругий предвестник, а за ним следует волна необратимого уплотнения. Деформированию среды в упругом предвестнике соответствуют отмеченные на рис. 1 линии обратной нагрузки-разгрузки для исходного состояния (точка  $\alpha_{00}$ ) либо промежуточных состояний (точка  $\alpha_0$ ) пористой среды. Эксперименты показывают, что скорость звука  $C$  зависит от коэффициента пористости  $\alpha$ , плавно меняется вместе с ним от величины  $C_e$  при  $\alpha_{00} \leq \alpha \leq \alpha_e$  (см. рис. 1) до величины  $C_0$  при  $\alpha = 1$ , где  $C_0$  – скорость распространения малых изменений объема в сплошном веществе, и может быть аппроксимирована некоторой функцией от  $\alpha$  [7]. С учетом того, что величина  $\alpha$  при упругом деформировании шамота меняется мало, а зависимость остаточной деформации в образце от максимальной близка к линейной [1], скорость  $C$  от величины пористости может быть выражена в этом случае через величину  $\alpha$  линейной зависимостью [7]:

$$C = \frac{1}{1 - \alpha_e} (C_e - \alpha_e C_0 + \alpha (C_0 - C_e)). \quad (7)$$

Таким образом, экспериментально замеренные величины  $C_e$  и  $C_0$  позволяют в сочетании с известными величинами плотности пористой среды при  $\alpha = \alpha_{00}$  и  $\alpha = 1,0$  однозначно описать процессы разгрузки и повторной нагрузки шамота.

При описании необратимого уплотнения пористого материала особенностью  $P$ – $\alpha$  модели является использование ударной адиабаты сплошного материала  $P_s = P_s(v_s)$  в представлении функции  $f(v, \alpha)$  из (1). Общий вид функции  $f(v, \alpha)$  представляется следующим образом:

$$f(v, \alpha) = \varphi(\alpha) P_s = \varphi(\alpha) P_s(v_s) = \varphi(\alpha) P_s(\alpha \cdot v). \quad (8)$$

Для функции  $\varphi(\alpha)$  предлагаются следующие выражения (см. работы [7, 9, 15]):

$$\varphi(\alpha) = 1, \quad \varphi(\alpha) = \alpha, \quad \varphi(\alpha) = \alpha \cdot h(\alpha), \quad (9)$$

где параметр  $\alpha$  определяется соотношением (2), а функция  $h(\alpha)$ , с учетом (7), имеет вид  $h(\alpha) = C(\alpha)/C_0$ . Возможность представления давления в пористой среде выражениями (8), (9), несмотря на их различие, обосновывается принятием одних и тех же гипотез о малости величины поверхностной энергии пор по сравнению с внутренней энергией пористого материала и равенстве удельных внутренних энергий сплошного и пористого материалов, находящихся при одинаковых давлениях и температурах.

Анализ экспериментальных данных [1] ударного компактирования высокопористых материалов типа шамота показывает, что при выборе функции  $\alpha = g(P)$  из зависимостей (3)–(6) следует учесть специфику эффектов их деформирования. Во-первых, при умеренных величинах давления полного закрытия пор не наблюдается. Переход к беспоровому состоянию происходит асимптотически при высоких давлениях, а не при конечных уровнях  $P_{s0}$ , как предсказывает уравнение (3). Во-вторых, начальная стадия компактирования происходит при малых изменениях давления по сравнению с величиной  $P_e$ . Отсюда следует, что вклад деформаций матричного материала в общий объем деформаций пористой среды незначителен до давлений порядка нескольких десятков МПа. И, наконец, деформации при компактировании высокопористых материалов достигают величин, при которых для подсчета удельной внутренней энергии целесообразно использование истинных (логарифмических) мер деформаций.

С указанными аспектами компактирования высокопористых материалов наиболее полно согласуется следующее обобщение соотношения (4):

$$\alpha = 1 - (1 - \alpha_e) \exp \left[ - \left( \frac{P - P_e}{R} \right)^{1/n} \right], \quad (10)$$

где параметр пористости  $\alpha$  определяется согласно (2) отношением объемов  $v_s, v$  или плотностей  $\rho_s, \rho$  соответственно сплошного и пористого материалов, а величины  $R, n$  являются константами модели. Давление  $P$  в (10) считается положительным при сжатии. Соотношения (1), (2), (8)–(10) путем очевидных преобразований позволяют выразить все характеристики процесса компактирования пористой среды в рассматриваемом диапазоне нагрузок и условий нагружения.

В частности, из соотношения (10) давление  $P$  в пористой среде выражается следующим образом:

$$P = P_e + R \left[ \ln \left( \frac{1 - \alpha_e}{1 - \alpha} \right) \right]^n. \quad (11)$$

Продифференцировав соотношение (2), получим уравнение, связывающее приращение логарифмических деформаций изменения объема пористой среды  $de$  и матричного материала  $de_s$ :

$$de = de_s - \frac{d\alpha}{\alpha}. \quad (12)$$

Интегрируя уравнение (12) вдоль кривой необратимого уплотнения с учетом выражений (1), (8) и полагая, что изменения объема матричной среды связаны с давлением  $P_s$  линейной зависимостью  $P_s = P_s(e_s) = -K_s e_s$ , а также учитывая выражение (11), получим соотношение для определения деформаций  $e$  пористой среды в следующем виде:

$$e = e_e + \frac{1}{K_s} \left\{ \frac{P_e}{\varphi(\alpha_e)} - \frac{1}{\varphi(\alpha)} \left[ P_e + R \cdot \left( \ln \left( \frac{1-\alpha_e}{1-\alpha} \right) \right)^n \right] \right\} - \ln \left( \frac{\alpha}{\alpha_e} \right), \quad (13)$$

где  $e_e$  – деформация пористой среды при давлении  $P = P_e$ . Таким образом, диаграмма ударного сжатия пористого материала, определяемая зависимостью  $P(e)$ , задается в параметрическом виде соотношениями (11) и (13). Заметим, что величина  $e_e$  по экспериментальным данным работы [1] составляет 0,0025 и на вид диаграммы практически не влияет. Приращение давления в пористой среде  $dP$ , вытекающее из уравнения (11), имеет вид:

$$dP = nR \cdot \left[ \ln \left( \frac{1-\alpha_e}{1-\alpha} \right) \right]^{n-1} \frac{d\alpha}{1-\alpha}. \quad (14)$$

Приращение деформаций  $de$  из уравнения (13), выраженное через приращение давления в пористой среде  $dP$  из (14) с учетом соотношений (1) и (8), представляется следующим образом:

$$de = \left\{ \left[ P_e + R \cdot \left( \ln \left( \frac{1-\alpha_e}{1-\alpha} \right) \right)^n \right] \frac{\varphi'}{\varphi(\alpha)} - \frac{nR}{1-\alpha} \left( \ln \left( \frac{1-\alpha_e}{1-\alpha} \right) \right)^{n-1} \right\} \frac{d\alpha}{K_s \varphi(\alpha)} - \frac{d\alpha}{\alpha}. \quad (15)$$

Внутренняя энергия ударного сжатия шамота  $A$  определяется интегралом от плотности энергии деформаций:

$$A = A_s + A_p = - \int_0^e \frac{P}{\rho} de, \quad (16)$$

где величины  $P$ ,  $de$  задаются соотношениями (11) и (15). Величины  $A_s$ ,  $A_p$  в (16) характеризуют энергию деформаций матричного вещества и энергию необратимого уплотнения пор соответственно и находятся по формулам:

$$A_p = \int_0^e \frac{P}{\rho} \frac{d\alpha}{\alpha}, \quad A_s = A - A_p. \quad (17)$$

Интегрирование в (16) и (17) проводится с учетом соотношения  $\rho = \rho_0 \exp(-e)$ , где  $\rho_0$ ,  $\rho$  – соответственно начальная и текущая плотности пористой среды. Последующий переход к величинам удельных энергий, согласованный с методикой обработки экспериментальных данных [1], производится умножением плотностей энергии в соответствующих соотношениях для величин  $A$ ,  $A_s$ ,  $A_p$  на множитель  $M/V_0$  (оставим при этом прежние обозначения  $A$ ,  $A_s$ ,  $A_p$ ), где  $M$ ,  $V_0$  – масса и начальный объем экспериментального образца, что приводит в (16) и (17) к интегрированию следующих выражений:

$$A = - \int_0^e P \cdot \exp(e) de, \quad A_p = - \int_0^e P \cdot \exp(e) \frac{d\alpha}{\alpha}. \quad (18)$$

В работе [1] экспериментальные данные об удельной энергии ударного сжатия шамота и полученная на их основе диаграмма ударного сжатия приводятся в виде функций технических деформаций  $\epsilon$ , причем полагается, что при сжатии  $\epsilon > 0$ . Поэтому рассматриваемые ниже графические зависимости характеристик процесса компактирования шамота, устанавливаемые предложенной моделью, приводятся как функции технических деформаций  $\epsilon$ , связанных с логарифмическими деформациями  $e$  формулой:

$$\epsilon = \exp(e) - 1. \quad (19)$$

На рис. 2 представлены аппроксимация интегралом (18) удельной энергии ударного сжатия шамота и экспериментальные данные (кружки), полученные в копровых

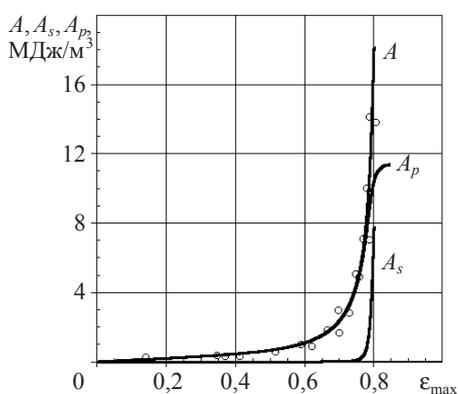


Рис. 2

испытаниях [1]. Значками  $A_s$  и  $A_p$  на рисунке отмечены кривые, иллюстрирующие изменение удельной энергии деформаций матричного вещества и удельной энергии необратимого уплотнения пор соответственно. Химический состав исходного материала в процентах от массы следующий:  $Al_2O_3$  – 31-35%,  $TiO_2$  – 1,5-2%,  $SiO_2$  – 48-55%,  $Fe_2O_3$  < 2%,  $K_2O+N_2O$  – 0,6-3,0%,  $CaO+MgO \sim 1\%$ . Начальная плотность экспериментально исследованных образцов шамота составляет  $\rho_0 = 400$  кг/м<sup>3</sup>, начальный предел динамического упругого деформирования  $P_e = 1$  МПа. Подробности техно-

логии изготовления шамота приведены в работе [1]. Набор параметров модели  $R$ ,  $n$  и характеристик материала  $\alpha_e$ ,  $P_e$ ,  $K_s$ , соответствующих рисунку, указан в таблице в качестве варианта 1. Характер изменения удельной энергии деформаций матричного вещества  $A_s$  и удельной энергии необратимого уплотнения пор указывает, что:

- основной вклад в удельную энергию  $A$  фактически до полного закрытия пор вносит величина  $A_p$ , которая затем практически остается неизменной;
- процесс закрытия пор происходит при возрастающем давлении, но не превосходящем существенно уровня  $P_e$ .

Таблица

№ варианта	$\alpha_e$	$P_e$ , МПа	$K_s$ , ГПа	$R$ , МПа	$n$
1	0,22	1,0	10,0	21,0	2,2
2	0,22	1,0	10,0	10,0	3,0
3	0,22	1,0	10,0	32,0	1,8

На рис. 3 приведены графики изменения компонент удельных энергий  $A$  и  $A_p$  при изменении параметров модели  $R$ ,  $n$  в соответствии с вариантами 1, 2 и 3 (см. таблицу) и неизменными характеристиками материала. Номер варианта указан цифрой в нижних индексах у соответствующих кривых. Из рисунка видно, что согласованное изменение параметров модели позволяет менять в нужную сторону уровень удельной энергии необратимого уплотнения пор  $A_p$  в общей энергии  $A$ , изменяя тем самым скорость нарастания энергии  $A$  при увеличении деформации  $\epsilon$ .

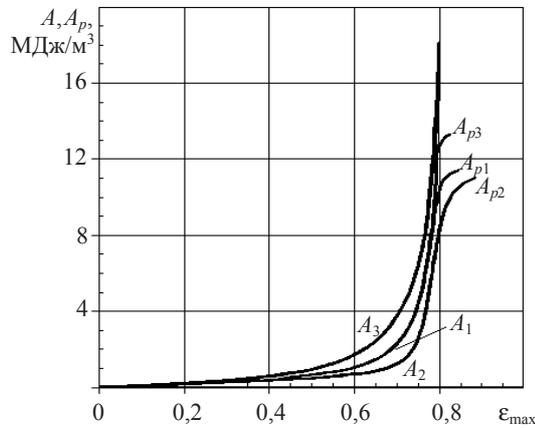


Рис. 3

На рис. 4 приведены диаграммы деформирования  $P(\epsilon)$  для указанных в таблице вариантов, иллюстрирующие влияние вариации констант модели. Штриховой кривой на рисунке показана диаграмма, полученная в работе [1] с помощью упомянутой выше методики обработки экспериментальных данных, неплохо согласующаяся качественно и количественно с кривой, соответствующей варианту 1 предложенной модели.

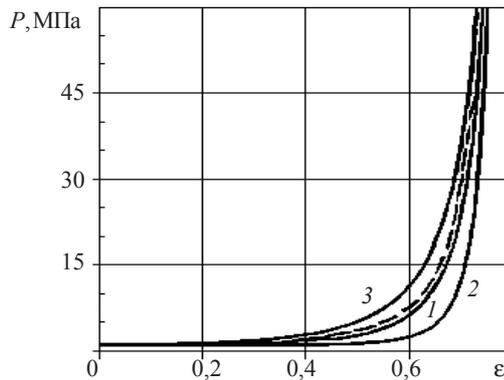


Рис. 4

Из характеристик материала  $\alpha_e, P_e, K_s$ , входящих в модель, фактически неопределенной остается величина  $K_s$ . Судя по химическому составу шамота, величина модуля объемного сжатия для беспорового матричного вещества может составлять десятки ГПа. В рассмотренном диапазоне давлений компактирования (десятки МПа) преобладающей будет деформация уплотнения, связанная с закрытием пор, а уровень деформаций  $\epsilon_s$  будет малым, поэтому реально допустимая вариация величины  $K_s$  на приведенных графиках практически не скажется. Иная ситуация будет при компактировании пористых сред с менее жесткими матричными материалами типа вспененных полимеров, где можно ожидать сравнимых уровней деформации закрытия пор и деформаций  $\epsilon_s$ . В связи с этим для обоснованной тарировки параметра  $K_s$  при  $\alpha \approx 1,0$  требуются экспериментальные данные о деформировании шамота в диапазоне давлений до 1 ГПа.

Таким образом, предложенные уравнения модели деформирования пористой среды с удовлетворительной точностью описывают наблюдаемые в экспериментах качественные и количественные особенности необратимого компактирования пористых материалов типа шамота при ударных нагрузках. Соотношения для математической обработки экспериментальных данных, полученные на основе уравнений модели, позволяют проводить анализ процессов компактирования шамота и восстанавливать диаграммы деформирования на основе косвенных данных.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты № 05-01-08055, 05-01-00837) и ФЦНТП "Исследования и разработки по приоритетным направлениям науки и техники" (ЛОТ № 2005-Р4-112/001, XII очередь – научные школы, шифр темы Р4-112/001/404).

#### Литература

1. Диаграмма ударного деформирования шамота/ Н.П. Хохлов [и др.] // Атомная энергия. – 2000. – Т. 88, вып. 1. – С. 38–43.
2. Высокоростное деформирование и разрушение диоксидциркониевой керамики / А.М. Брагов [и др.] // Проблемы прочности и пластичности.: Межвуз. сб. / Н. Новгород: изд-во ННГУ. – 2000. – Вып.62. – С. 144–158.
3. *Curran, D.R.* Dynamic failure of solids / D.R. Curran, L. Seaman, D.A. Shockey // Phys. Rep.; Rev. Sect. J. Phys. Lett. – 1987. – V. 147, №5-6. – P. 253.
4. *Брагов, А.М.* Модификация метода Кольского для исследования свойств малоплотных материалов при высокоскоростном циклическом деформировании / А.М. Брагов, А.К. Ломунов, И.В. Сергеев // Прикладная механика и техническая физика. – 2001. – Т. 42, №6. – С. 199–204.
5. *Тарасов, Б.А.* Метод построения диаграмм ударного сжатия пенопласта / Б.А. Тарасов // Механика полимеров. – 1973. – №3. – С. 566–568.
6. Technique for obtainment of foam plastic shock deformation diagram / A.I. Abakumov [et al.] // Behavior of materials under intense pulse load: Sarov. – In: Proc. of Russian-American Workshop. – 1997. – P. 14–18.
7. *Херрманн, В.* Определяющие уравнения для динамического сжатия пластических пористых материалов / В. Херрманн // Механика: Сб. пер. – М.: Мир, 1970. – С. 96–113.
8. *Swegle, J. W.* Constitutive equation for porous materials with strength / J.W. Swegle // J. Appl. Phys. – 1980. – V. 51, №5. – P. 2574–2580.
9. *Carroll, M.* Suggested modification of the model for porous materials / M. Carroll, A. C Holt // J. Appl. Phys. – 1972. – V. 43, №2. – P. 759–761.
10. *Boade, R.R.* // Principal Hugoniot, second - shock Hugoniot, and release behavior of pressed copper powder / R.R. Boade // J. Appl. Phys. – 1970. – V. 41, №11. – P. 4542–4551.
11. *Johnson, J.N.* Dynamic fracture and spallation in ductile solids / J.N. Johnson // J. Appl. Phys. – 1981. – V. 52, №4. – P. 2812–2825.
12. *Carroll, M.M.* Static and dynamic pore-collapse relations for ductile porous materials / M.M. Carroll, A. Holt // J. Appl. Phys. – 1972. – V. 4, №4. – P. 1626–1635.
13. *Butcher, B.M.* Shock-wave compaction of porous aluminum / B.M. Butcher, M.M. Carroll, A.C. Holt // J. Appl. Phys. – 1974. – V. 45, №9. – P. 3864–3875.
14. *Херрманн, В.* Определяющие уравнения уплотняющихся пористых материалов / В. Херрманн // Проблемы теории пластичности / Пер. с англ. / Под ред. Г.С. Шапиро. – М.: Мир, 1976. – С. 178–216.
15. *Садырин, А.И.* Уточненная модель пластического деформирования пористой среды / А.И. Садырин // Химическая физика. – 1995. – Т. 14, №2–3. – С. 136.

[6.09.2005]