

УДК 539.3

## ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ ПРОЦЕССОВ ВЯЗКОПЛАСТИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ И НАКОПЛЕНИЯ ПОВРЕЖДЕНИЙ В КОНСТРУКЦИОННЫХ СПЛАВАХ ПРИ ТЕРМОМЕХАНИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ\*

© 2016 г. **Волков И.А.<sup>1</sup>, Игумнов Л.А.<sup>2</sup>, Коротких Ю.Г.<sup>1,2</sup>,**  
**Казаков Д.А.<sup>2</sup>, Емельянов А.А.<sup>1</sup>,**  
**Тарасов И.С.<sup>1</sup>, Гусева М.А.<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>*Волжский государственный университет водного транспорта,  
Нижний Новгород, Российская Федерация*

<sup>2</sup>*Научно-исследовательский институт механики  
Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского,  
Нижний Новгород, Российская Федерация*

pmptmvgavt@yandex.ru

*Поступила в редакцию 21.03.2016*

Для оценки ресурсных характеристик конструкционных материалов (металлов и их сплавов) при механизмах деградации, сочетающих усталость и ползучесть материала в условиях воздействия нестационарных термомеханических нагрузений, развита математическая модель механики поврежденной среды, состоящая из трех взаимосвязанных составных частей: соотношений, определяющих вязкопластическое поведение материала с учетом зависимости от процесса разрушения; уравнений, описывающих кинетику накопления повреждений; критерия прочности поврежденного материала.

Определение основных характеристик процесса термоциклического вязкопластического деформирования материалов и накопления повреждений (параметров состояния) осуществляется при соответствующей формулировке определяющих соотношений механики поврежденной среды в приращениях, которые зависят от выбранного шага интегрирования. Шаг по времени может корректироваться при прохождении сложных участков траектории деформирования в течение всего расчетного времени при условии устойчивости процесса вычислений.

Определение материальных параметров и скалярных функций определяющих соотношений механики поврежденной среды осуществляется на базе современных экспериментально-теоретических методик, сочетающих численный эксперимент с натурным.

Рассмотрены вопросы программной реализации модели механики поврежденной среды.

Для верификации модели механики поврежденной среды проведены расчеты по неизотермическому монотонному и циклическому деформированию лабораторных образцов. Проведена верификация моделей механики повреж-

---

\* Выполнено при финансовой поддержке РНФ (грант №14-19-01096).

денной среды путем восстановления на основе численного моделирования исходных экспериментальных кривых ползучести.

Показано, что используемая модель механики поврежденной среды, реализованная в программном продукте EXPMODEL, качественно и количественно описывает основные эффекты процесса вязкопластического деформирования конструкционных сплавов.

*Ключевые слова:* моделирование, механика поврежденной среды, алгоритм, программа, конструктивный элемент, опасная зона, термомеханическое нагружение, вязкопластическое деформирование, напряженно-деформированное состояние, поврежденность, ресурс.

## **Введение**

В течение длительного срока службы материала конструктивных элементов оборудования и систем ответственных инженерных объектов (ОИО), срок службы которых составляет несколько десятков лет (атомные энергетические установки, нефтехимическое оборудование, резервуары для хранения газообразных и сжиженных химических продуктов и др.), работающих в условиях нестационарного термо-силового нагружения, накапливает усталостные повреждения, приводящие к ухудшению начальных прочностных характеристик, образованию и развитию трещин. Процессы накопления повреждений являются многомасштабными и многостадийными эволюционными процессами. Они развиваются одновременно на разных масштабных уровнях: атомных, дислокационных, субструктурных и структурных, что означает необходимость совмещения микроскопических, мезоскопических и макроскопических моделей [1, 2]. Значительное время эти изменения происходят скрытно. Кроме того, наиболее опасные зоны, определяющие ресурс элемента, как правило, недоступны для средств неразрушающего контроля. Для гарантированной безопасной эксплуатации ОИО и обоснованного продления их службы сверх нормативных сроков необходимо контролировать темпы развития поврежденности в наиболее опасных зонах конструктивных элементов (определять выработанный ресурс), а также прогнозировать развитие этих процессов до предельных состояний (определять остаточный ресурс).

Сложность решения проблемы оценки ресурса инженерных объектов напрямую связана со сложностью процессов, происходящих в конструктивных материалах в эксплуатационных условиях. Понимание закономерностей этих процессов позволит построить достоверную математическую модель, содержащую конкретные параметры напряженно-деформированного состояния (НДС), определяющиеся условиями эксплуатации объекта. Эта модель, в конечном итоге, может стать теоретической основой для разработки методов и алгоритмов оценки ресурса объектов в зависимости от индивидуальной истории их эксплуатации [1].

Поскольку процессы накопления повреждений тесно связаны с кинетикой НДС, то точность расчетных оценок прочности и ресурса конструктивных элементов будет зависеть от того, насколько определяющие соотношения достоверно описывают процессы деформирования опасных зон элементов конструкций в заданных условиях эксплуатации. Такие параметры процесса вязкопластического деформирования, как длина и вид траектории деформирования, вид напряженного состояния, история его изменения и др., существенно влияют на скорости протекания процессов накопления повреждений. Цель исследований в области механики деформируемого твердого тела – не столько уточнение различных формулировок, необходимых

мых для определения макроскопических деформаций по заданной истории нагружения, сколько нахождение основных закономерностей процессов, определяющих и подготавливающих разрушение [1, 2].

Ресурс элементов конструкций, работающих в условиях повышенных температур  $T$  ( $T > 0,5T_{пл}$ ,  $T_{пл}$  – температура плавления) и циклических механических воздействий, определяется в основном деградацией начальных прочностных свойств конструкционных материалов, вызванной процессами малоцикловой усталости и накопления повреждений в результате ползучести, которые приводят к одному из наиболее опасных типов разрушения – хрупкому разрушению конструкций, изготовленных из пластичных материалов.

Физические процессы, обуславливающие поврежденность материалов в результате процессов вязкопластического деформирования, протекают на микро- и мезоуровнях и не могут непосредственно изучаться методами механики сплошной среды. Переход от модели, описывающей события в одном из многих микрообъемов, к типичному инженерному представлению на макроуровне требует использования того или иного процесса усреднения. Использование методов усреднения, основанных на непосредственном расчете по микромасштабным моделям, влечет за собой значительные усложнения, которые могут привести к существенному уменьшению эффективности численного расчета в связи с необходимостью использования этих методов на каждом временном шаге интегрирования определяющих соотношений.

В альтернативном общепринятым в теории сплошных сред варианте подхода, используемом в настоящей статье, применяется феноменологическая трактовка моделей на основе макроскопических переменных, интегрально характеризующих структурные изменения материала на макроуровне [1, 2].

Зависимость долговечности материала от длительности (частоты) цикла и от наличия выдержек напряжения в цикле при повышенных постоянных или меняющихся температурах  $T$  из диапазона  $(0,35–0,7)T_{пл}$  обусловлена накоплением повреждений от развивающихся деформаций ползучести.

Существующие нормативные методы оценки ресурса элементов конструкций не учитывают реальных процессов, протекающих в материале. Упругий расчет, используемый при нормативном подходе, не позволяет учсть реальные характеристики вязкопластического деформирования материала, от которых в значительной степени зависит ресурс элементов конструкций. В общем случае прочность конструкций должна учитывать время и историю нагружения. Вследствие этого критерий разрушения будет тесно связан с определяющими соотношениями, описывающими процесс разрушения.

Поэтому становится необходимой разработка новых методов оценки ресурса элементов конструкции на базе соответствующих уравнений термовязкопластичности, уравнений накопления повреждений и критериев разрушения со всесторонним их обоснованием посредством проведения соответствующих натурных и численных экспериментов на лабораторных образцах и численного анализа процессов деформирования и разрушения элементов конструкций в эксплуатационных условиях.

В последние годы для решения таких задач успешно развивается новое научное направление – механика поврежденной среды (МПС).

МПС является достаточно адекватным, но сложным и трудоемким методом, требующим большой экспериментальной программы. Развитие экспериментальной

и вычислительной техники, методов решения нелинейных краевых задач на современных компьютерах открывает перспективные возможности использования уравнений МПС для оценки выработанного и прогноза остаточного ресурса машиностроительных объектов в процессе эксплуатации.

## 1. Математическая модель механики поврежденной среды

Модель поврежденной среды, развитая в [2, 3], состоит из трех взаимосвязанных частей:

- соотношений, определяющих вязкопластическое поведение материала с учетом зависимости от процесса разрушения;
- уравнений, описывающих кинетику накопления повреждений;
- критерия прочности поврежденного материала.

**1.1. Соотношения термовязкопластичности.** Определяющие соотношения термовязкопластичности базируются на следующих основных положениях:

- тензоры деформаций  $e_{ij}$  и скоростей деформаций  $\dot{e}_{ij}$  представляют собой сумму «мгновенной» и «временной» составляющих. «Мгновенная» составляющая тензора деформаций включает в себя упругие деформации  $e_{ij}^e, \dot{e}_{ij}^e$  (не зависящие от истории нагружения и определяющиеся конечным состоянием процесса) и пластические –  $e_{ij}^p, \dot{e}_{ij}^p$  (зависящие от истории процесса нагружения). Приращения пластических компонент тензора деформаций не зависят от «временной» истории изменения температуры и внешних нагрузок в отличие от деформаций ползучести  $e_{ij}^c, \dot{e}_{ij}^c$ ;
- начальная поверхность текучести для различных температур описывается поверхностью в форме Мизеса; эволюция изменения поверхности текучести описывается изменением ее радиуса  $C_p$  и перемещением ее центра  $\rho_{ij}^p$ ;
- справедлив принцип градиентальности вектора скорости пластических деформаций к поверхности текучести в точке нагружения;
- изменение объема тела упруго  $e_{ii}^p = e_{ii}^c \equiv 0$ ;
- в пространстве напряжений существует поверхность ползучести радиуса  $C_c$ , вектор скорости деформации ползучести к которой направлен по нормали;
- рассматриваются начально-изотропные среды;
- учитывается только анизотропия, вызванная процессами необратимого деформирования.

В упругой области связь между шаровыми и девиаторными составляющими тензоров напряжений и деформаций устанавливается с помощью закона Гука:

$$\begin{aligned}\sigma &= 3K(e - \alpha T), \quad \sigma'_{ij} = 2Ge'_{ij}^e, \quad e'_{ij}^e = e'_{ij} - e'_{ij}^p - e'_{ij}^c, \\ \dot{\sigma} &= 3K[\dot{e} - \dot{\alpha}T - \alpha\dot{T}] + \frac{\dot{K}\sigma}{K}, \quad \dot{\sigma}'_{ij} = 2G\dot{e}'_{ij}^e + \frac{\dot{G}\sigma'_{ij}}{G},\end{aligned}\tag{1}$$

здесь  $\sigma, \dot{\sigma}, e, \dot{e}$  – шаровые, а  $\sigma'_{ij}, \dot{\sigma}'_{ij}, e'_{ij}, \dot{e}'_{ij}$  – девиаторные составляющие тензоров напряжений  $\sigma_{ij}$ , деформаций  $e_{ij}$  и их скоростей  $\dot{\sigma}_{ij}, \dot{e}_{ij}$ ;  $T$  – температура;  $K(T)$  – модуль объемного сжатия;  $G(T)$  – модуль сдвига;  $\alpha(T)$  – коэффициент линейного температурного расширения материала.

Эффекты монотонного и циклического деформирования в пространстве напряжений учитываются с помощью поверхности текучести, уравнение которой имеет вид:

$$F_s = S_{ij}S_{ij} - C_p^2 = 0, \quad S_{ij} = \sigma'_{ij} - \rho_{ij}^p. \tag{2}$$

Для описания сложных циклических режимов деформирования в пространстве напряжений вводится поверхность циклической «памяти». Уравнение поверхности «памяти», позволяющее при расчетах отделить монотонные процессы деформирования от циклических, имеет вид:

$$F_p = \rho_{ij}^p \rho_{ij}^p - \rho_{\max}^2 = 0, \quad (3)$$

где  $\rho_{\max}$  – максимальный за историю нагружения модуль переменной  $\rho_{ij}^p$ .

Принимается эволюционное уравнение для радиуса поверхности текучести вида [2]:

$$\dot{C}_p = [q_\chi H(F_p) + a(Q_s - C_p)\Gamma(F_p)]\dot{\chi} + q_3\dot{T}, \quad (4)$$

$$C_p = C_p^0 + \int_0^t \dot{C}_p dt, \quad \dot{\chi} = \left( \frac{2}{3} \dot{e}_{ij}^p \dot{e}_{ij}^p \right)^{1/2}, \quad \chi_m = \int_0^t \dot{\chi} H(F_p) dt, \quad \chi = \int_0^t \dot{\chi} dt, \quad (5)$$

$$q_\chi = \frac{q_2 A \Psi_1 + (1-A)q_1}{A \Psi_1 + (1-A)}, \quad Q_s = \frac{Q_2 A \Psi_2 + (1-A)Q_1}{A \Psi_2 + (1-A)}, \quad 0 \leq \psi_i \leq 1 \quad (i=1, 2), \quad (6)$$

$$A = 1 - \cos^2 \theta, \quad \cos \theta = n_{ij}^e n_{ij}^s, \quad n_{ij}^e = \frac{\dot{e}'_{ij}}{(\dot{e}'_{ij} \dot{e}'_{ij})^{1/2}}, \quad n_{ij}^s = \frac{S_{ij}}{(S_{ij} S_{ij})^{1/2}}, \quad (7)$$

$$H(F_p) = \begin{cases} 1, & F_p = 0 \wedge \rho_{ij}^p \dot{\rho}_{ij}^p > 0 \\ 0, & F_p < 0 \vee \rho_{ij}^p \dot{\rho}_{ij}^p \leq 0 \end{cases}, \quad \Gamma(F_p) = 1 - H(F_p). \quad (8)$$

Здесь  $q_1, q_2, q_3$  – модули изотропного упрочнения, соответствующие монотонным лучевым путям нагружения ( $q_1$ ), излому траектории деформирования на  $90^\circ$  ( $q_2$ ), температурному изменению радиуса поверхности текучести ( $q_3$ );  $a$  – постоянная, определяющая скорость процесса стабилизации формы петли гистерезиса циклического деформирования материала;  $Q_s$  – стационарное значение радиуса поверхности текучести при данных  $\rho_{\max}$  и  $T$ ;  $\chi$  и  $\chi_m$  – длины траекторий пластического деформирования материала при циклическом и монотонном нагружениях;  $C_p^0$  – начальное значение радиуса поверхности текучести.

Первый член уравнения (4) описывает изотропное упрочнение в результате монотонного пластического деформирования ( $H(F_p) = 1$  и  $\Gamma(F_p) = 0$ ), второй член – циклическое упрочнение материала ( $H(F_p) = 0$  и  $\Gamma(F_p) = 1$ ), а третий – изменение радиуса поверхности текучести при изменении температуры. В целом уравнение (4) описывает локальную анизотропию пластического упрочнения в зависимости от параметра  $A$ , характеризующего отклонение вектора нагрузки от нормали к поверхности текучести в точке нагружения. Операторы  $H(F_p)$  и  $\Gamma(F_p)$  позволяют автоматически провести разделение процессов монотонного и циклического деформирования.

Уравнение для смещения поверхности текучести основано на гипотезе А.А. Ильюшина, заключающейся в том, что упрочнение зависит от истории деформирования лишь на некоторой ближайшей части траектории (запаздывание векторных свойств). Внутренняя переменная  $\rho_{ij}^p$ , учитывающая анизотропию упрочнения пластического деформирования, удовлетворяет эволюционному уравнению [1–3]:

$$\dot{\rho}_{ij}^p = g_1^p \dot{e}_{ij}^p - g_2^p \rho_{ij}^p \dot{\chi} - g_3^p \rho_{ij}^p \dot{T}, \quad \rho_{ij}^p = \int_0^t \dot{\rho}_{ij}^p dt, \quad (9)$$

где  $g_1^p > 0$ ,  $g_2^p > 0$  и  $g_3^p > 0$  – модули анизотропного упрочнения. Первый и второй члены этого уравнения отвечают за анизотропную часть деформационного упрочнения, а третий – за изменение  $\rho_{ij}$  в результате воздействия температуры  $T$ .

Уравнение (9) описывает известный пространственный эффект Баушингера и анизотропию векторных свойств при изменении направления деформирования (изломе траектории деформирования). Введение второго члена в это соотношение моделирует исчезающую память внутренней переменной  $\rho_{ij}^p$  (скорость изменения  $\rho_{ij}$  является разностью между двумя составляющими  $g_1^p \dot{\epsilon}_{ij}^p$  и  $g_2^p \rho_{ij}^p \dot{\chi}$ ).

Для характеристики поведения поверхности «памяти» необходимо сформулировать эволюционное уравнение для  $\rho_{\max}$ :

$$\dot{\rho}_{\max} = \frac{\rho_{ij}^p \dot{\rho}_{ij}^p H(F_p)}{(\rho_{mn}^p \rho_{mn}^p)^{1/2}} - g_2 \rho_{\max} \dot{\chi} - g_3 \rho_{\max} \langle \dot{T} \rangle. \quad (10)$$

Здесь и далее для любой величины  $\dot{B}$ , заключенной в угловые скобки, выполняются условия

$$\langle \dot{B} \rangle = \begin{cases} \dot{B} & \text{при } \dot{B} > 0, \\ 0 & \text{при } \dot{B} \leq 0. \end{cases}$$

Компоненты тензора скоростей пластических деформаций подчиняются закону градиентальности вектора скорости пластических деформаций к поверхности текучести в точке нагружения:

$$\dot{\epsilon}_{ij}^p = \lambda S_{ij}, \quad (11)$$

где  $\lambda$  – коэффициент пропорциональности, определяемый из условия прохождения новой поверхности текучести через конец вектора девиатора напряжений в конце этапа нагружения.

Материальные параметры, входящие в выражения (4)–(10), находятся из различных экспериментов:

–  $q_1, q_3, g_1^p, g_2^p$  и  $g_3^p$  – из опытов на одноосное растяжение-сжатие цилиндрических трубчатых образцов по специальным циклическим программам испытаний [2];

–  $Q_1$  – из испытаний на блочное циклическое симметричное нагружение с заданной амплитудой деформаций в каждом блоке до стабилизации петли гистерезиса на каждом уровне амплитуд деформаций;

– параметр  $a$  – из условия наилучшей аппроксимации экспериментальных закономерностей стремления  $C_p$  к установленному состоянию;

–  $q_2$  – из эксперимента на сложное нагружение: растяжение до некоторого значения  $e_{11}^{p*}$  и последующее кручение с построением траектории напряжений в пространстве  $\sigma_{11}$ – $\sigma_{12}$ ;

–  $Q_2$  – из эксперимента на двухблочное циклическое деформирование с одинаковой заданной интенсивностью амплитуды деформаций до стабилизации петли гистерезиса в каждом блоке: первый блок – это симметричное циклическое растяжение-сжатие, второй – последующее циклическое симметричное нагружение образца кручением.

Если величина напряжений, температура и скорость нагружения таковы, что эффекты ползучести существенны, параметры процесса деформирования материала должны определиться с учетом процесса ползучести на этапе нагружения. Тогда при определении  $\chi_p$  учитывается средняя скорость деформации ползучести  $\dot{\epsilon}_{ij}^c$  на

этапе нагружения  $\Delta t$ . Для установления связи между тензором скорости деформации ползучести  $\dot{e}_{ij}^c$  и девиатором напряжений  $\sigma'_{ij}$  предполагается, что уравнение потенциальной функции ползучести имеет вид:

$$F_c = \sigma'_{ij}\sigma'_{ij} - C_c^2 = 0, \quad (12)$$

где  $\sigma'_{ij}$  – совокупность напряженных состояний, отвечающих (с определенным допуском) начальной скорости ползучести (рис. 1), а  $C_c = C_c(\chi_c, T)$  – экспериментально определяемая скалярная функция переменных  $\chi_c$  и  $T$ .

Из условия градиентальности вектора скорости деформации ползучести к поверхности (12) следует:

$$\dot{e}_{ij}^c = \lambda_c \left( \frac{\sigma_u - C_c}{C_c} \right)^k \frac{\sigma'_{ij}}{\sigma_u}, \quad (13)$$

где  $\sigma_u = (\sigma'_{ij}\sigma'_{ij})^{1/2}$  – интенсивность тензора напряжений,  $\lambda_c$  – коэффициент пропорциональности (является функцией температуры),  $k$  – экспериментально определяемый параметр материала.

Интенсивность тензора скорости деформации ползучести имеет вид:

$$\dot{e}_u^c = \sqrt{\dot{e}_{ij}^c \dot{e}_{ij}^c} = \lambda_c \left( \frac{\sigma_u - C_c}{C_c} \right)^k. \quad (14)$$

С учетом этого длина траектории деформации ползучести примет вид:

$$\chi_c = \int_0^t \dot{\chi}_c dt, \quad \dot{\chi}_c = \sqrt{\frac{2}{3} (\dot{e}_{ij}^c \dot{e}_{ij}^c)^{1/2}} = \sqrt{\frac{2}{3}} \dot{e}_u^c = \sqrt{\frac{2}{3}} \lambda_c \left( \frac{\sigma_u - C_c}{C_c} \right)^k. \quad (15)$$

Зависимость  $\chi_c$  от времени процесса  $t$  при постоянной интенсивности тензора напряжений  $\sigma_u$  и при многоосном деформировании по лучевой траектории имеет вид, представленный на рис. 1.

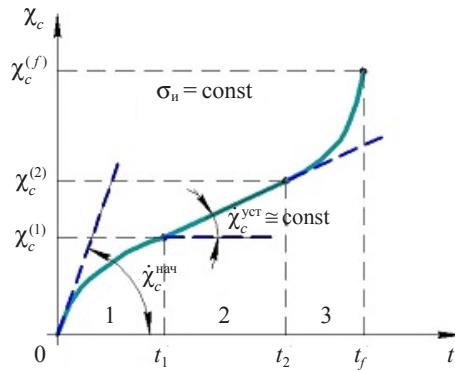


Рис. 1

На кривой  $\chi_c(t)$  с определенной долей условности можно выделить три участка:

1 – участок неустановившейся ползучести (от 0 до  $\chi_c^{(1)}$ ), где скорость деформации ползучести убывает;

2 – участок установившейся ползучести (от  $\chi_c^{(1)}$  до  $\chi_c^{(2)}$ ), где скорость деформации ползучести приблизительно постоянна;

3 – участок неустановившейся ползучести (при  $\chi_c > \chi_c^{(2)}$ ), где скорость деформации ползучести резко возрастает (предшествует разрушению).

Длина участков 1–3 зависит от величины  $\sigma_u$ .

При одноосном растяжении-сжатии лабораторного образца имеем:

$$\begin{aligned}\sigma_u &= \sqrt{\frac{2}{3}}\sigma_{11}, \quad C_c = \sqrt{\frac{2}{3}}\sigma_c, \quad \frac{\sigma_u - C_c}{C_c} = \frac{\sigma_{11} - \sigma_c}{\sigma_c}, \\ \dot{e}_{11}^c &= \frac{\sqrt{2}}{3}\lambda_c \left( \frac{\sigma_{11} - \sigma_c}{\sigma_c} \right)^k, \quad \chi_c^{(1)} = e_{11}^{c(1)}, \quad \chi_c^{(2)} = e_{11}^{c(2)}, \quad \dot{\chi}_c = \dot{e}_{11}^c,\end{aligned}\quad (16)$$

где  $\sigma_c$  – минимальное значение напряжения  $\sigma_{11}$ , ниже которого процессом ползучести можно пренебречь (функция температуры  $T$ ), и диаграмма  $\chi_c - t$  эквивалентна диаграмме  $e_{11}^c - t$ .

На участке 2, где  $e_{11}^{c(1)} \leq e_{11}^c \leq e_{11}^{c(2)}$ ,

$$\lambda_c^{(2)} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\dot{e}_{11}^{\text{уст}}}{((\sigma_{11} - \sigma_c)/\sigma_c)^k}. \quad (17)$$

На участке 1, где  $0 \leq e_{11}^c \leq e_{11}^{c(1)}$ ,

$$\dot{e}_{11}^c = \begin{cases} \dot{e}_{11}^{\text{нач}} & \text{при } e_{11}^c = 0, \\ \dot{e}_{11}^{\text{уст}} & \text{при } e_{11}^c = e_{11}^{c(1)}. \end{cases}$$

Из этих условий получаем:

$$\lambda_c^{(1)} = \lambda_c^{(2)} \left( \frac{\dot{e}_{11}^{\text{нач}}}{\dot{e}_{11}^{\text{уст}}} \right)^{(e_{11}^c - e_{11}^{c(1)})/e_{11}^{c(1)}}. \quad (18)$$

Обобщая полученные соотношения на неодномерный случай, будем иметь:

$$\dot{e}_{ij}^c = \lambda_c \left( \frac{\sigma_u - C_c}{C_c} \right)^k \frac{\sigma'_{ij}}{\sigma_u}, \quad (19)$$

где

$$\lambda_c = \begin{cases} 0, & \sigma_u \leq C_c \vee \chi_c = 0, \\ \lambda_c^{(1)}, & 0 \leq \chi_c \leq \chi_c^{(1)}, \\ \lambda_c^{(2)}, & \chi_c^{(1)} \leq \chi_c \leq \chi_c^{(2)}. \end{cases}$$

На участке 3 (начало разрушения)

$$\dot{e}_{ij}^c = \frac{\lambda_c^{(2)}}{1 - \omega_c} r_c \left( \frac{\sigma_u - C_c}{C_c} \right)^k \frac{\sigma'_{ij}}{\sigma_u}, \quad (20)$$

где  $\omega_c$  – поврежденность материала при ползучести,  $r_c$  – параметр материала.

Уравнения (12)–(20) описывают неустановившиеся и установившиеся участки кривой ползучести при разных уровнях напряжений и основные эффекты процесса ползучести при знакопеременном напряжении. Связь уравнений ползучести (12)–(20) с уравнениями (1)–(11), описывающими «мгновенные» пластические деформации, осуществляется на этапе нагружения через девиатор напряжений  $\sigma'_{ij}$  и соответствующий алгоритм определения  $\dot{e}_{ij}^c$  и  $\dot{e}_{ij}^p$  на этапе нагружения путем определенных соотношений между «временными» и «мгновенными» скалярными и тензорными величинами.

**1.2. Эволюционные уравнения накопления повреждений.** Экспериментальный и теоретический анализ процессов поврежденности материала позволяет представить эволюционное уравнение накопления повреждений в элементарном объеме материалов в общем виде [1, 2]:

$$\dot{\omega} = f_1(\theta) f_2(\beta) f_3(\omega) f_4(Z) \langle \dot{Z} \rangle,$$

где функция  $f_1(\theta)$  описывает влияние кривизны траектории деформирования,  $f_2(\beta)$  – вид (объемность) напряженного состояния,  $f_3(\omega)$  – уровень накопленной поврежденности,  $f_4(Z)$  – накопленную относительную энергию, затраченную на образование дефектов.

Конкретизация этого соотношения при усталости приводит к следующему виду уравнения накопления повреждений [2]:

$$\dot{\omega}_y = \frac{\alpha_p + 1}{r_p + 1} f_p(\beta) Z_p^{\alpha_p} (1 - \dot{\omega}_p)^{-r_p} \langle \dot{Z}_p \rangle + \frac{\alpha_e + 1}{r_e + 1} f_e(\beta) Z_e^{\alpha_e} (1 - \dot{\omega}_e)^{-r_e} \langle \dot{Z}_e \rangle, \quad (21)$$

где

$$Z_p = \frac{W_p - W_a}{W_p^f - W_a}, \quad Z_e = \frac{W_e}{W_e^f} [1 - f(\gamma)], \quad f(\gamma) = \begin{cases} 1 & \text{при } \gamma \leq 1, \\ 1 - b^* \left( \frac{\gamma - 1}{\gamma^* - 1} \right)^m & \text{при } 1 \leq \gamma \leq \gamma^*, \\ 1 - b^* & \text{при } \gamma \geq \gamma^*, \end{cases} \quad (22)$$

$$\langle \dot{Z} \rangle = \begin{cases} \dot{Z} & \text{при } \dot{Z} > 0, \\ 0 & \text{при } \dot{Z} \leq 0, \end{cases} \quad \langle \dot{Z}_p \rangle = \frac{\langle \dot{W}_p \rangle}{W_p^f - W_a}, \quad \langle \dot{Z}_e \rangle = \frac{\dot{W}_e}{W_e^f}, \quad (23)$$

$$f_p(\beta) = e^{k_p \beta}, \quad f_e(\beta) = e^{k_e \beta}, \quad (24)$$

где  $\alpha_p, \alpha_e, r_p, r_e, b^*, \gamma^*, m, k_p, k_e$  – материальные параметры, зависящие от температуры  $T$ ;  $f_i(\beta)$ ,  $i = e, p$  – функции параметра объемности напряженного состояния  $\beta = \sigma/\sigma_u$ ;  $\sigma_u = (\sigma'_{ij}\sigma'_{ij})^{1/2}$  – интенсивность тензора напряжений;  $W_p = \int_0^t \dot{W}_p dt$  и  $W_e = \int_0^t \dot{W}_e dt$  – энергии, идущие на образование рассеянных усталостных повреждений при малоцикловой усталости (МЦУ) и многоцикловой усталости (МнЦУ) соответственно;  $W_p^f$  и  $W_e^f$  – значения  $W_p$  и  $W_e$  в момент образования макротрешины при МЦУ и МнЦУ соответственно.

Учитывая тот факт, что к настоящему времени не получено достаточно надежных систематизированных экспериментальных данных, характеризующих ползучесть материалов вплоть до разрушения в необходимом диапазоне рабочих нагрузок и температур, и имеет место значительный разброс экспериментальных данных, эволюционное уравнение при ползучести необходимо формулировать в наиболее «простой» форме [1, 2]:

$$\dot{\omega}_c = \frac{\alpha_c + 1}{r_c + 1} f_c(\beta) Z_c^{\alpha_c} (1 - \omega_c)^{-r_c} \langle \dot{Z}_c \rangle, \quad (25)$$

где

$$Z_c = \frac{W_c}{W_c^f}, \quad \langle \dot{Z}_c \rangle = \frac{\langle \dot{W}_c \rangle}{W_c^f}, \quad \dot{W}_c = \sigma'_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}^c, \quad (26)$$

$$f_c(\beta) = e^{k_c \beta}, \quad (27)$$

где  $\omega_e$ ,  $\omega_p$  и  $\omega_c$  – величины поврежденности при МнЦУ, МЦУ и ползучести соответственно;  $W_c^f$  – значение энергии, соответствующей образованию макроскопической трещины при ползучести;  $f_c(\beta)$  – функция параметра объемности напряженного состояния  $\beta = \sigma/\sigma_u$ ;  $W_c = \int_0^t \dot{W}_c dt$  – энергия, идущая на образование рассеянных повреждений при ползучести;  $k_c$ ,  $\alpha_c$ ,  $r_c$  – материальные параметры, зависящие от температуры  $T$ .

Суммирование повреждений при усталости и ползучести можно записать в виде:

$$\dot{\omega} = H\left(\frac{W_p}{W_a} - 1\right)\dot{\omega}_y + \dot{\omega}_c, \quad (28)$$

где  $H$  – функция Хевисайда.

**1.3. Критерий прочности поврежденного материала.** В качестве критерия окончания фазы развития рассеянных микроповреждений (стадии образования макротрещины) принимается условие достижения величиной поврежденности своего критического значения:

$$\omega = \omega_f \leq 1. \quad (29)$$

Интегрируя эволюционное уравнение накопления повреждений (21)–(28) совместно с определяющими соотношениями термовязкопластичности (1)–(20) и критерием разрушения (29) по известной истории термомеханического нагружения в данном элементарном объеме материала, можно определить момент образования макроскопической трещины при механизме деградации, сочетающем усталость и ползучесть материала.

**1.4. Методика нахождения параметров определяющих соотношений МПС.** Материальные параметры уравнений МПС определяются из базовых экспериментов. Основные типы базовых экспериментов – изотермические при постоянных базовых температурах  $T_j$ . Типы образцов: цилиндрический трубчатый и цилиндрический сплошной. Выбранные типы образцов должны обеспечивать однородное распределение полей напряжений, деформаций и температур в пределах рабочей части, исключают возможность потери устойчивости и формоизменения образца при знакопеременном нагружении, максимально исключают влияние концентраторов на напряженно-деформированное состояние при переходе от рабочей части образца к утолщенным местам.

Методика нахождения материальных параметров определяющих соотношений МПС при малоцикловой усталости изложена в [2, 3].

Для определения материальных параметров соотношений термоползучести (12)–(20) устанавливаются базовые температуры  $T_j$ , при которых наблюдаются процессы ползучести для данного материала. Для каждой базовой температуры проводят испытания на знакопеременное нагружение образца с промежуточными выдержками, во время которых замеряются параметры кривой ползучести  $e_{11}^c(t)$  при  $\sigma_{11} = \text{const}$ . Затем с использованием соотношений (17)–(20) определяются материальные параметры термоползучести.

Для определения параметров эволюционного уравнения (25) при ползучести используется третий участок кривых ползучести  $e_{11}^c(\sigma_{11}, T_j)$  при различных посто-

янных напряжениях и температурах. При этом значительное упрощение достигается, если имеет место подобие кривых ползучести [3]. В этом случае в качестве базовой кривой выбирают относительную кривую при  $T = T_j$ . Известное отношение скорости ползучести на третьем участке  $e_{11}^{c(3)}$  к скорости установившейся ползучести  $e_{11}^{c(2)}$  позволяет определить параметр  $r_c(\omega_c, T)$  как функцию  $\omega_c$  и  $T$ .

**1.5 Интегрирование определяющих соотношений МПС.** Проблема моделирования рассмотренных процессов приводит к необходимости интегрирования нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений с начальными условиями. Выбор эффективного алгоритма численного интегрирования этих уравнений имеет определяющее значение для обеспечения устойчивости процесса вычислений параметров процесса деформирования и сокращения времени счета.

Определение основных характеристик процесса вязкопластического деформирования поврежденных материалов (параметров состояния), которые в общем случае описываются тензорами  $\sigma_{ij}$ ,  $e_{ij}$ ,  $e_{ij}^p$ ,  $\rho_{ij}^p$ ,  $e_{ij}^c$  и скалярами  $\chi$ ,  $C_p$ ,  $C_c$ ,  $T$  и  $\omega$ , может осуществляться двумя способами:

– первый способ заключается в интегрировании определяющих соотношений по времени, для выполнения которого можно использовать любой из методов решения задачи Коши; это достаточно точный метод нахождения решений дифференциальных уравнений, но при решении краевых задач возникают сложности из-за значительного увеличения времени вычисления процесса [4];

– второй способ при соответствующей формулировке определяющих соотношений МПС и линеаризации алгоритма определения  $\lambda$  сводится к написанию определяющих соотношений МПС в приращениях, которые зависят от выбранного шага  $\Delta t$ . Шаг по времени  $\Delta t$  может корректироваться при прохождении сложных участков траектории деформирования в течение всего расчетного времени при условии устойчивости вычислений. В результате численных экспериментов [5] установлено, что используемая явная схема Эйлера может успешно применяться, несмотря на то, что она является условно устойчивой при правильно выбранной величине шага интегрирования  $\Delta t$ . Успешное применение явной схемы Эйлера в значительной степени определяется выбором шага интегрирования  $\Delta t$ . Для этого необходима методика, позволяющая следить за скоростями изменения искомых параметров и определять шаг интегрирования  $\Delta t$ . В [5] предлагается выбирать шаг интегрирования  $\Delta t$  в зависимости от скорости изменения искомой величины  $\dot{y} = f(y, t)$ . На шаге интегрирования  $\Delta t = t_{n+1} - t_n$  величина  $y_{n+1} = y_n + f\Delta t$ . Шаг интегрирования  $\Delta t$  и ошибка интегрирования  $\delta$  определяются по формулам [5]:

$$\Delta t = \frac{\delta_{\max}}{|f_n - f_{n-1}|} \max [|f_n|, |f_{n-1}|], \quad \delta = \frac{\Delta t |f_n - f_{n-1}|}{\max [|f_n|, |f_{n-1}|]}, \quad (31)$$

где  $\delta_{\max}$  есть верхняя граница  $\delta$ .

Такой подход [1–3] наиболее удобен при решении краевых задач механики деформируемого твердого тела и используется в данной работе.

В общем случае напряжения, пластические деформации и деформации ползучести определяются интегрированием уравнений термоползучести (12)–(20) четырехточечным методом Рунге – Кутты с коррекцией девиатора напряжений и последующим определением напряжений согласно уравнениям термопластичности (1)–(11) с учетом средней скорости деформации ползучести в момент времени  $t_{n+1} = t_n + \Delta t$ .

## 2. Функциональное и системное наполнение программы EXPMODEL

В Волжском государственном университете водного транспорта на кафедре «Прикладная механика и подъемно-транспортные машины» в сотрудничестве с НИИ механики ННГУ им. Н.И. Лобачевского разработана программа EXPMODEL [6], которая позволяет по заданной истории изменения компонент тензора полных деформаций  $e_{ij}(t)$  и температуры  $T(t)$  рассчитывать параметры процессов вязкопластического деформирования и накопления повреждений в конструкционных материалах (металлах и их сплавах) при комбинированных термомеханических воздействиях.

Используя сервисные средства программы, можно создавать и редактировать файлы баз данных, осуществлять сопровождение работы процессора и проводить постпроцессорную обработку результатов счета. На рис. 2 приведено окно предпроцессора. Для запуска счета необходимо нажать кнопку Start в нижней части главного окна.

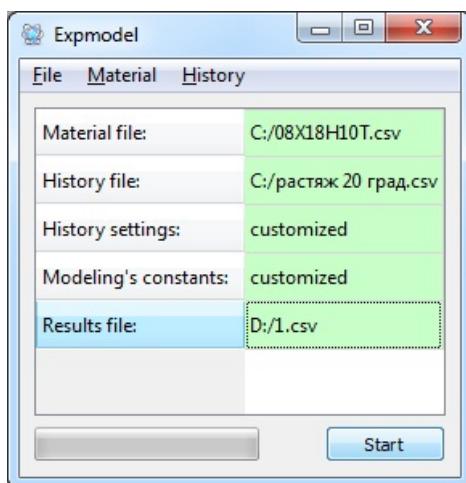


Рис. 2

С помощью этой программы для ряда конструкционных материалов была проведена верификация предложенной модели механики поврежденной среды (1)–(29) для различных изотермических и неизотермических пропорциональных и непропорциональных процессов термомеханического нагружения. Оценка достоверности проводилась путем сопоставления результатов расчетного анализа с результатами экспериментов и результатами других авторов.

Ограничения на применение разработанного программного средства (ПС):

- материал считается изотропным;
- предполагается, что деформации малы;
- влияние внешних полей на процесс накопления повреждений приближенно учитывается через их влияние на физико-механические характеристики материалов.

Различие результатов расчетов кинетики напряженного состояния в конструкционных материалах по заданной истории изменения деформаций и температуры с экспериментальными значениями при одноосном растяжении-сжатии, при совместном растяжении-сжатии и знакопеременном кручении лабораторных образцов по

различным программам не превышает 15%. Такое же различие наблюдается при сопоставлении расчетных и экспериментальных данных по количеству относительных циклов  $N_i/N_{fi}$  при циклическом блочном нагружении образцов с различными заданными амплитудами деформаций в блоках, где  $N_{fi}$  – число циклов до зарождения макроскопической трещины размером  $\sim 1$  мм при регулярном циклическом рас-tяжении-сжатии с заданной амплитудой деформации в  $i$ -м блоке нагружения,  $N_i$  – некоторое количество отработанных циклов нагружения с заданной амплитудой деформации в  $i$ -м блоке нагружения.

Расчет кинетики напряженно-деформированного состояния и накопления повреждений в рамках ПС EXPMODEL может осуществляться в вязкопластической одномерной, двумерной (плоское напряженное состояние) и трехмерной (объемной) постановках путем совместного интегрирования определяющих соотношений вязкопластичности и эволюционных уравнений накопления повреждений для элементарного объема материала опасной зоны конструктивного элемента по заданной истории изменения тензора полных деформаций и температуры.

История изменения компонент тензора деформаций  $e_{ij}(t)$  и температуры  $T(t)$  определяется из решения соответствующих краевых задач аттестованными программными средствами для конструктивных элементов по заданной модели их эксплуатации.

Программа EXPMODEL позволяет учитывать:

- монотонное и циклическое упрочнение конструкционных материалов при пропорциональном и непропорциональном деформировании, включая переходные циклические процессы и стабилизированное циклическое поведение материала;
- локальную анизотропию пластического деформирования при изломе траектории деформаций;
- ползучесть материала при циклическом деформировании с выдержками различной длительности с учетом взаимного влияния процессов пластичности и ползучести;
- неизотермическое вязкопластическое деформирование материала при различных законах изменения температуры и механической деформации;
- нелинейность процесса накопления повреждений;
- нелинейность суммирования повреждений при изменении режимов нагружения;
- прогрессирующее изменение прочностных и жесткостных характеристик материала в процессе накопления повреждений на стадии развития рассеянных по объему повреждений до образования макротрещины.

Значения физико-механических характеристик конструкционных материалов и материальных параметров моделей для расчетов по программе EXPMODEL содержатся в файлах формата .csv. Этот формат представляет собой таблицу значений. Файлы этого формата можно просматривать и редактировать с помощью программы Excel, входящей в пакет программ Microsoft Office. Файловая структура позволяет проводить ее расширение и включать в ее состав новые конструкционные материалы. Правила работы с файлами формата .csv (создание, копирование, редактирование и т.д.) подчиняются общим правилам работы с базами данных (БД).

### 3. Численные результаты

Тестирование программы EXPMODEL проводилось путем сопоставления результатов расчетов с экспериментальными данными по изотермическому и неизотермическому монотонному и циклическому деформированию лабораторных образцов. В первом примере представлены результаты расчета кинетики напряженно-деформированного состояния рабочей части лабораторного образца из жаропрочного сплава Nimonic 80A. Физико-механические характеристики жаропрочного никелевого сплава Nimonic 80A и материальные параметры модели поврежденной среды [7] приведены в таблицах 1–3.

Таблица 1

#### Физико-механические характеристики и параметры модели

Характеристики	Температура		
	571 °C	700 °C	823 °C
$K$ , МПа	150500	139666	106000
$G$ , МПа	70450	64461	48333
$\alpha \cdot 10^5$ , 1/град	1,48	1,55	1,64
$C_p^0$ , МПа	384	363	340
$g_1$ , МПа	70850	56300	15500
$g_2$	308	290	271
$a$	65	58	45
$W_p^f$ , МДж/м <sup>3</sup>	41,5	39	35,5

Таблица 2

#### Значение модуля монотонного изотропного упрочнения $q_1$ , МПа в зависимости от длины траектории пластического деформирования на монотонных участках $\chi_m$

$T = 571^\circ\text{C}$									
$\chi_m \cdot 10^3$	0	0,5	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	7,5	10,0
$q_1$	-1981	-5362	-8255	-11002	-8321	-7006	-8243	-14420	-20600
$T = 700^\circ\text{C}$									
$\chi_m \cdot 10^3$	0	0,5	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	7,5	10,0
$q_1$	2666	-3667	-4202	-3847	-3049	-8346	-8112	3072	14260
$T = 823^\circ\text{C}$									
$\chi_m \cdot 10^3$	0	0,5	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	7,5	10,0
$q_1$	-4974	-4405	-3692	-2124	-3716	-3463	-2890	-1722	-553

Таблица 3

#### Значение модуля циклического упрочнения $Q_1$ , МПа в зависимости от величины максимального значения смещения центра поверхности текучести $\rho_{\max}$ , МПа

$T = 571^\circ\text{C}$				
$\rho_{\max}$	266,6	232,7	160,9	88,5
$Q_1$	384	395	420	450
$T = 700^\circ\text{C}$				
$\rho_{\max}$	160,5	140,9	106,6	63,2
$Q_1$	303	309	281	278
$T = 823^\circ\text{C}$				
$\rho_{\max}$	68,7	65,8	57,86	45,9
$Q_1$	230	219	125	120

На рис. 3 $a$ ,  $b$ ,  $c$  представлены результаты расчета кинетики напряженно-деформированного состояния рабочей части лабораторного образца, который монотонно растягивается с постоянной скоростью  $\dot{e}_{11}$  при изменении температуры от 823 °C до 571 °C с постоянной скоростью (рис. 3 $b$ );  $N$  – число шагов (этапов) нагружения. Так как в этом случае знак температурной составляющей в законе Гука для шаровых компонент тензоров напряжений и деформаций (1) отрицателен, шаровая компонента тензора напряжений  $\sigma > 0$  и происходит плавный переход с диаграммы растяжения при  $T = 823$  °C на диаграмму растяжения при  $T = 571$  °C (рис. 3 $c$ ).

На рис. 3 $g$ ,  $d$ ,  $e$  представлены результаты расчета процесса деформирования, когда при монотонном растяжении образца с постоянной скоростью механической деформации  $\dot{e}_{11}$  (рис. 3 $g$ ) происходит переход с меньшей температуры 571 °C на большую 823 °C.

В этом случае знак шаровой компоненты тензора напряжений зависит от соотношений скоростей механической и температурной деформаций.

При росте температуры от 571 до 823 °C наблюдается падение растягивающего напряжения  $\sigma_{11}$  (разгрузка, рис. 3 $e$ ) на участке роста температуры. Затем наблюдается переход на диаграмму деформирования при 823 °C.

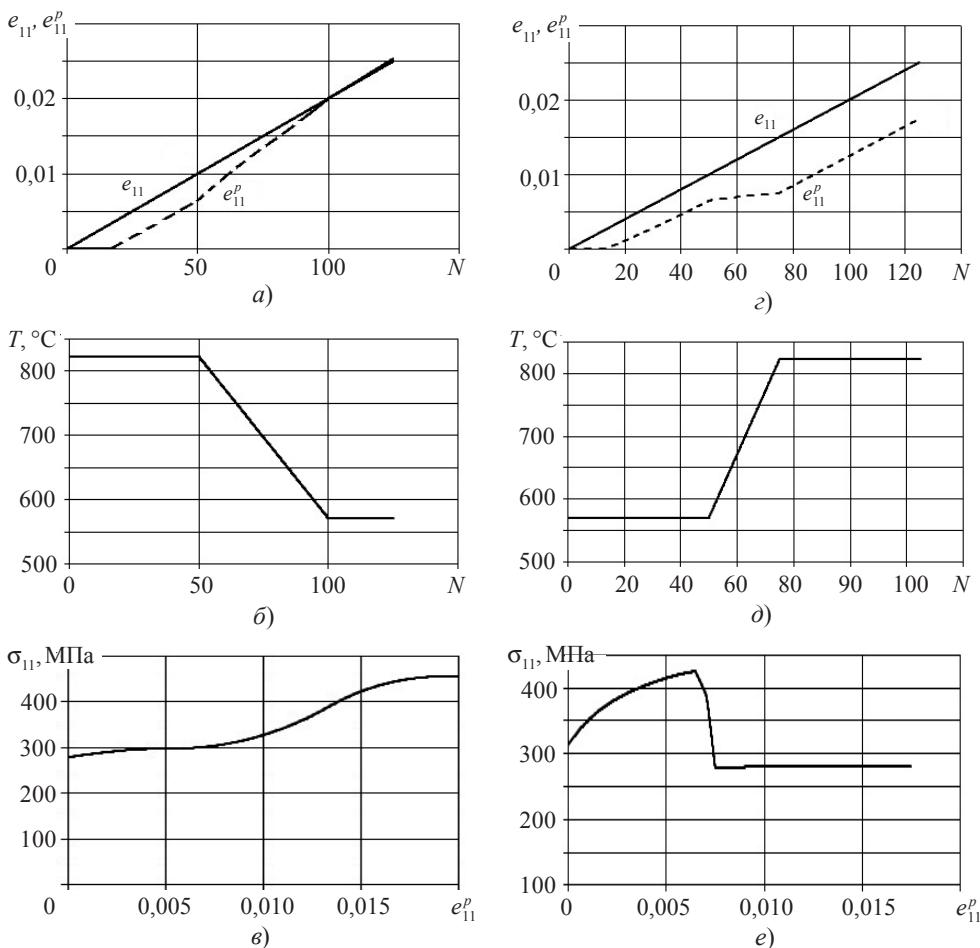


Рис. 3

При других соотношениях скоростей тепловой и механической деформации при росте температуры возможно появление петли гистерезиса с упругопластическим деформированием материала.

На рис. 4 $a, b, \delta$  показаны результаты моделирования циклического термомеханического деформирования при изменении механической деформации и температуры в фазе.

На рис. 4 $g, d, e$  показаны результаты моделирования циклического термомеханического деформирования при изменении механической деформации и температуры в противофазе.

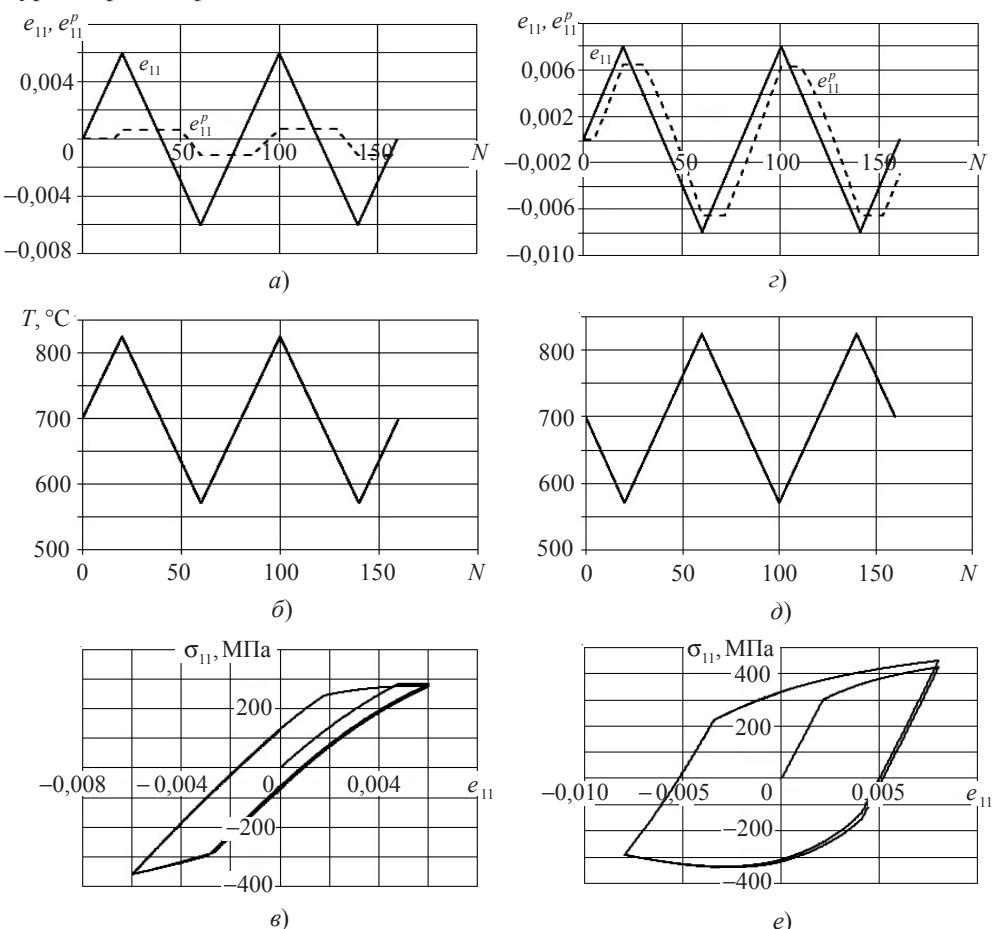


Рис. 4

На рис. 5 приведены результаты моделирования процесса циклического неизотермического нагружения со сдвигом фаз между температурой и механической деформацией.

Анализ полученных численных результатов, их сравнение с аналогичными решениями, полученными для стали 08Х18Н10Т с использованием программного комплекса «Ресурс-НН» [9], показали правильность модельных представлений, заложенных в программу EXPMODEL, и достоверность полученных результатов расчета.

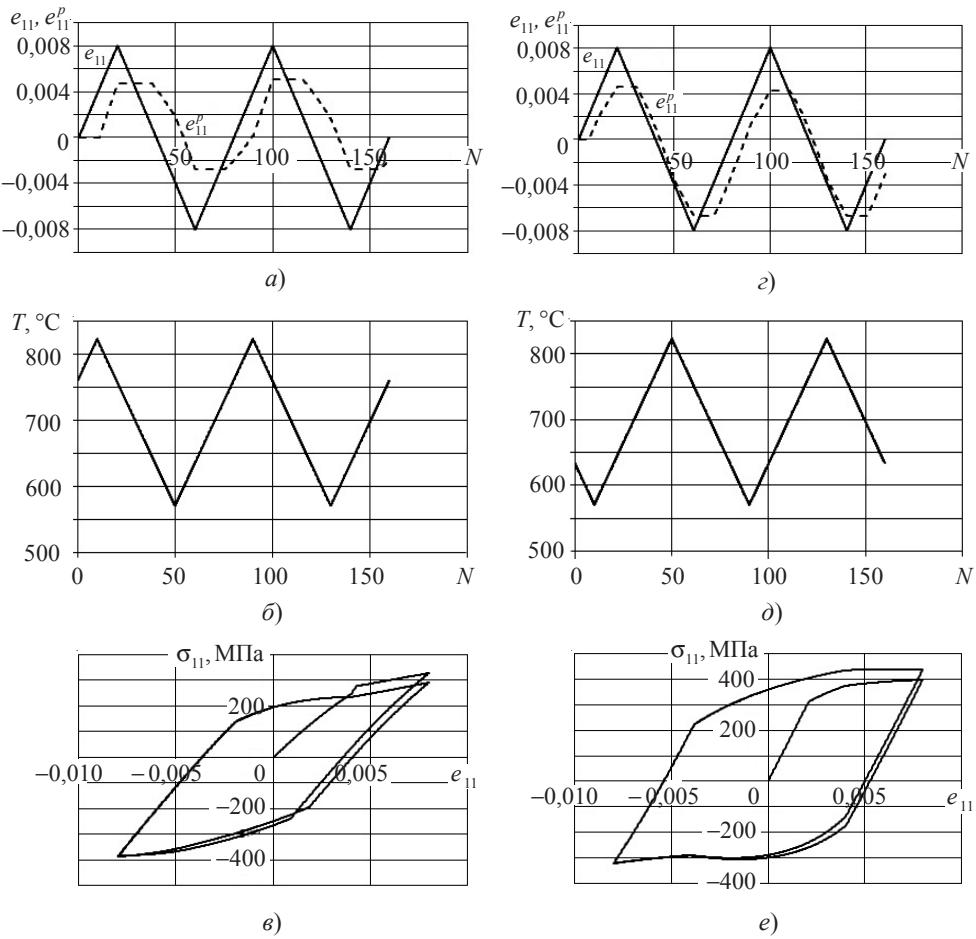


Рис. 5

В следующих примерах проведена верификация моделей МПС путем восстановления на основе численного моделирования исходных экспериментальных кривых ползучести жаропрочного сплава ВЖ-159. Сравнение кривых ползучести материала ВЖ-159 проведено в условиях одноосного растяжения при температуре 850 °C [8]. На рис. 6 представлены кривые ползучести для температуры 850 °C и уровня напряжений  $\sigma_{11} = 150$  МПа (экспериментальная кривая – штриховая линия, расчетная кривая – сплошная линия).

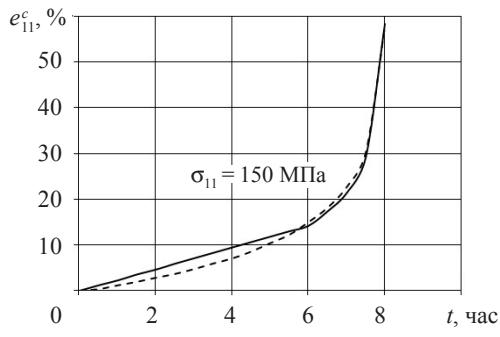


Рис. 6

На рис. 7 представлены кривые ползучести для температуры 850 °С при переходе с уровня напряжения  $\sigma_{11} = 120$  МПа на уровень напряжения  $\sigma_{11} = 150$  МПа (экспериментальные кривые – штриховые линии, расчетные – сплошные линии). Нижняя кривая ползучести получена при температуре 850 °С и уровне напряжений  $\sigma_{11} = 120$  МПа.

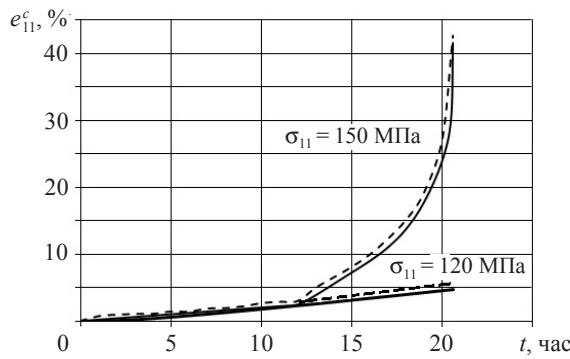


Рис. 7

Анализ представленных на рисунках материалов показывает достаточное для инженерных расчетов качественное и количественное согласование результатов численного моделирования с экспериментальными данными.

### Заключение

На базе математической модели механики поврежденной среды, описывающей процессы неизотермического вязкопластического деформирования и накопления повреждений в конструкционных материалах (металлах и их сплавах), разработана программа EXPMODEL, описывающая с достаточной для инженерных расчетов точностью основные эффекты сложного вязкопластического деформирования и накопления повреждений при комбинированном термомеханическом нагружении с учетом усталости и ползучести материала. Алгоритм интегрирования определяющих соотношений основан на линеаризации нелинейных процессов на шаге интегрирования, явной схеме интегрирования с автоматическим контролем шага интегрирования, что позволяет с заданной точностью осуществлять расчет долговечности рассматриваемой зоны конструктивного элемента и оптимизировать шаг интегрирования.

### Список литературы

1. Митенков Ф.М., Кайдалов В.Б., Коротких Ю.Г., Панов В.А., Пичков С.Н. *Методы обоснования ресурса ядерных энергетических установок*. Под общ. ред. Ф.М. Митенкова. М.: Машиностроение, 2007. 448 с.
2. Волков И.А., Коротких Ю.Г. *Уравнения состояния вязкоупругопластических сред с повреждениями*. М.: Физматлит, 2008. 424 с.
3. Волков И.А., Игумнов Л.А., Коротких Ю.Г. *Прикладная теория вязкопластичности*. Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2015. 318 с.
4. Маковкин Г.А. Моделирование циклического упрочнения при блочном непропорциональном деформировании. *Прикладные проблемы прочности и пластичности. Методы решения*: Межвуз. сб. М.: ТНИ КМК, 1997. С. 62–69.
5. Бантхья, Мукерджи. Об усовершенствованной схеме интегрирования по времени для

системы определяющих соотношений неупругой деформации с нелинейностью жесткого типа. *Теоретические основы инженерных расчетов: Тр. Американ. об-ва инженеров-механиков*. М.: Мир, 1985. №4. С. 54–60.

6. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ от 25 февраля 2016 г. № 2016612381 «Программа расчетного моделирования неизотермического вязко-пластического деформирования и накопления повреждений в конструкционных сплавах при нестационарном термомеханическом нагружении» (заявка № 2015663353).

7. Коротких Ю.Г., Волков И.А., Игумнов Л.А., Шишулин Д.Н., Тарасов И.С. Моделирование процессов неупругого деформирования и разрушения жаропрочных сплавов при циклическом термомеханическом нагружении. *Проблемы прочности и пластичности*. 2015. Т. 77, № 4. С. 329–343.

8. Капустин С.А., Казаков Д.А., Чурилов Ю.А., Галущенко А.И., Вахтеров А.М. Экспериментально-теоретическое изучение поведения изделий из жаропрочного сплава в условиях высокотемпературной ползучести. *Проблемы прочности и пластичности*. 2008. Вып. 70. С. 98–108.

9. Аттестационный паспорт программного средства «Ресурс-НН» №323 от 18.04.2013 г.

#### References

1. Mitenkov F.M., Kaydalov V.B., Korotkikh Yu.G., Panov V.A., Pichkov S.N. *Metody obosnovaniya resursa yadernykh energeticheskikh ustavovok*. Pod obshch. red. F.M. Mitenkova. M.: Mashinostroenie, 2007. 448 s.
2. Volkov I.A., Korotkikh Yu.G. *Uravneniya sostoyaniya vyazkouprugoplasticheskikh sred s povrezhdeniyami*. M.: Fizmatlit, 2008. 424 s.
3. Volkov I.A., Igumnov L.A., Korotkikh Yu.G. *Prikladnaya teoriya vyazkoplastichnosti*. N. Novgorod: Izd-vo NNGU, 2015. 318 s.
4. Makovkin G.A. Modelirovaniye tsiklicheskogo uprochneniya pri blochnom neproportional'nom deformirovani. *Prikladnye problemy prochnosti i plastichnosti. Metody resheniya*: Mezhvuz. sb. M.: TNI KMK. 1997. S. 62–69.
5. Bantkh'ya, Mukerdzhi. Ob usovershenstvovannoy skheme integriruvaniya po vremenii dlya sistemy opredelyayushchikh sootnosheniya neuprugoy deformatsii s nelineynost'yu zhestkogo tipa. *Teoreticheskie osnovy inzhenernykh raschetov: Tr. Amerikan. ob-va inzhenerov-mekhanikov*. M.: Mir, 1985. №4. S. 54–60.
6. Svidetel'stvo o gosudarstvennoy registratsii programmy dlya EVM ot 25 fevralya 2016 g. № 2016612381 “Programma raschetnogo modelirovaniya neizotermicheskogo vyazko-plasticheskogo deformirovaniya i nakopleniya povrezhdeniy v konstruktsionnykh splavakh pri nestatsionarnom termomechanicheskem nagruzhenii” (zayavka № 2015663353).
7. Korotkikh Yu.G., Volkov I.A., Igumnov L.A., Shishulin D.N., Tarasov I.S. Modelirovaniye protsessov neuprugogo deformirovaniya i razrusheniya zharoprochnykh splavov pri tsiklicheskom termomechanicheskem nagruzhenii. *Problemy prochnosti i plastichnosti*. 2015. Т. 77, №4. S. 329–343.
8. Kapustin S.A., Kazakov D.A., Churilov Yu.A., Galushchenko A.I., Vakhterov A.M. Eksperimental'no-teoreticheskoe izuchenie povedeniya izdeliy iz zharoprochnogo splava v usloviyakh vysokotemperaturnoy polzuchesti. *Problemy prochnosti i plastichnosti*. 2008. Vyp. 70. S. 98–108.
9. Attestatsionnyy pasport programmogo sredstva “Resurs-NN” №323 ot 18.04.2013 g.

## **SOFTWARE IMPLEMENTATION OF VISCOPLASTIC DEFORMATION AND DAMAGE ACCUMULATION PROCESSES IN STRUCTURAL ALLOYS UNDER THERMAL-MECHANICAL LOADING**

**Volkov I.A.<sup>1</sup>, Igumnov L.A.<sup>2</sup>, Korotkikh Yu.G.<sup>1,2</sup>,  
Kazakov D.A.<sup>2</sup>, Yemelyanov A.A.<sup>1</sup>, Tarasov I.S.<sup>1</sup>, Guseva M.A.<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>*Volga State University of Water Transport, Nizhni Novgorod, Russian Federation*

<sup>2</sup>*Research Institute of Mechanics University of Nizhni Novgorod,  
Nizhni Novgorod, Russian Federation*

To evaluate service life characteristics of structural materials (metals and their alloys) subject to degradation mechanisms combining fatigue and creep of material under nonstationary thermal-mechanical loading, a mathematical model of damaged medium mechanics is developed, which consists of three interrelated parts: relations defining viscoplastic material behavior, accounting for the effect of the failure process; equations describing damage accumulation kinetics; strength criterion of the damaged material.

The main characteristics of thermal-cyclic viscoplastic deformation and damage accumulation process (state parameters) are determined with a corresponding formulation of defining relations of damaged medium mechanics in increments which depend on the chosen integration step. Time step can be corrected when dealing with complex parts of the deformation path during the entire computation time, on condition of stability of the computational process.

Material parameters and scalar functions of defining relations of damaged medium mechanics are determined using modern experimental-theoretical methodologies, combining numerical and realistic experiments.

The issues of software implementation of the model of damaged medium mechanics are tackled. To verify the models of damaged medium mechanics, non-isothermal monotonous and cyclic deformation of laboratory specimens are analyzed. The models of damaged medium mechanics are verified by recovering the initial experimental creep curves, using numerical modeling.

The used model of damaged medium mechanics, implemented in the EXPMODEL software product, quantitatively and qualitatively described the main effects of the viscoplastic deformation process of structural alloys.

*Keywords:* modeling, damaged medium mechanics, algorithm, software, structural element, hazardous zone, thermal-mechanical loading, viscoplastic deformation, stressed-strained state, damage, service life.