УДК 539.3

ИДЕНТИФИКАЦИЯ МАТЕРИАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ МОДЕЛЕЙ ВЯЗКОУПРУГОГО И УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ ДВУХСЛОЙНЫХ МЕТАЛЛОПЛАСТИКОВЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК ПРИ ВЗРЫВНОМ НАГРУЖЕНИИ*

Абросимов Н.А., Новосельцева Н.А.

Научно-исследовательский институт механики Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского, Нижний Новгород, Российская Федерация

abrosimov@mech.unn.ru

Поступила в редакцию 31.03.2016

Развит расчетно-экспериментальный метод идентификации материальных параметров определяющих соотношений вязкоупругого и (или) упругопластического деформирования композитных и изотропных материалов, основанный на минимизации рассогласования между экспериментальными данными и результатами численного расчета динамического поведения двухслойных металлопластиковых цилиндрических оболочек при взрывном нагружении. Проведено тестирование расчетно-экспериментального метода идентификации и показана перспективность его применения для определения материальных параметров вязкоупругих и (или) упругопластических моделей нелинейного деформирования металлопластиковых цилиндрических оболочек при взрывном нагружении. Предложенный расчетно-экспериментальный метод идентификации материальных параметров определяющих соотношений позволяет с приемлемой точностью определять материальные параметры вязкоупругих и (или) упругопластических определяющих соотношений динамического поведения неоднородных металлопластиковых цилиндрических оболочек.

Ключевые слова: композитные материалы, цилиндрические оболочки, идентификация, математическое моделирование, импульсное нагружение.

Введение

Использование новых композитных материалов является перспективным направлением при проектировании конструкций современной техники. Однако их применение наталкивается на определенные трудности, связанные с отсутствием полных и достоверных данных по деформационным и прочностным характеристи-

* Выполнено при частичном финансировании в рамках базовой части госзадания Минобрнауки (проект № 2014/134 2226), РФФИ (гранты №15-08-04268, №16-08-01124) и в рамках РНФ (проект №15-19-10032) в части результатов решения задач идентификации.

кам композиционных материалов, необходимых для оснащения математических моделей при проведении прочностных расчетов.

Одним из методов определения параметров моделей физических соотношений композитных материалов является непосредственное использование экспериментальной информации, получаемой при нагружении элементов конструкций, выполненных из исследуемых материалов. Подобные методы идентификации применялись в ряде работ для определения эффективных упругих характеристик композитных материалов по результатам расчетно-экспериментального анализа как при статических [1–4], так и при динамических [5–7] нагружениях элементов конструкций, выполненных из однородных композитных материалов. Настоящая статья является продолжением этих исследований, ориентированных на определение упругих деформационных характеристик композитных материалов на основе экспериментально-теоретического изучения динамического поведения неоднородных металлопластиковых элементов конструкций при импульсном нагружении.

1. Формулировка задачи идентификации

Пусть имеется численное решение осесимметричной задачи нестационарного деформирования металлопластиковой цилиндрической оболочки в виде временных зависимостей окружных деформаций на внешней поверхности оболочки. Считаем, что имеются соответствующие осциллограммы деформаций, полученные в результате экспериментальных испытаний. В фиксированные моменты времени t^m $\left(m = \overline{1, M}\right)$ можно определить соответствующие значения расчетных e_{22}^m и экспериментальных e_{22}^{m*} окружных деформаций. Далее предлагается параметризованный вариант постановки задачи идентификации параметров модели вязкоупругого и (или) упругопластического поведения композитного и (или) изотропного материалов двухслойной металлопластиковой оболочки. Требуется найти набор параметров (вектор)

$$\overline{E} = (E, \nu, \sigma_*, g, E_{11}^0, E_{11}^\infty, E_{22}^0, E_{22}^\infty, E_{33}^0, E_{33}^\infty, G_{13}^0, G_{13}^\infty, \nu_{12}, \nu_{13}, \nu_{23}, \beta)^{\mathrm{T}}$$

определяющих соотношений в стальном (изотропном) и (или) композитном (ортотропном) слоях оболочки, при которых численное решение задачи динамического поведения цилиндрических оболочек наилучшим образом согласуется с экспериментальными данными. Здесь E, ν – модуль упругости и коэффициент Пуассона; σ_*, g – предел текучести и модуль упрочнения материала; E_{ii}^0, E_{ii}^∞, G_{13}^0, G_{13}^∞ – мгновенные и длительные модули упругости и сдвига; ν_{12}, ν_{13}, ν_{23} – коэффициенты Пуассона, β – параметр, характеризующий время релаксации. В итоге получаем задачу минимизации целевой функции нескольких переменных, представляющей сумму среднеквадратичных отклонений теоретических и экспериментальных значений деформаций

$$C(E) = \sum_{k=1}^{K} \left[\sum_{m=1}^{M} \left((e_{22}^m - e_{22}^{m*}) / e_{22}^* \right)^2 \right]_k , \tag{1}$$

где K – число точек, в которых известна экспериментальная информация о деформациях, e_{ii}^* – максимальное значение экспериментальных окружных деформаций.

Таким образом, рассматриваемая задача сводится к классической задаче нелинейного программирования: требуется найти значения компонент вектора управляемых параметров $\overline{E} = (e_1, e_2, ..., e_r)^{\mathrm{T}}$, которым соответствует минимальное значение целевой функции $C(\overline{E}^*) = \min C(\overline{E})$ в области допустимых значений

$$D = \{\overline{E} : f(\overline{E}) \le 1, \overline{E} \in \Pi\},$$

принадлежащей области поиска

$$\Pi = \{\overline{E} : e_j^- \le e_j \le e_j^+, \ j = \overline{1, r}\}.$$

Границы области поиска e_j^-, e_j^+ определяются условиями устойчивости материала и экспериментальными данными [8].

Вычисление целевой функции (1) осуществляется в результате численного решения прямой задачи динамического деформирования металлопластиковой цилиндрической оболочки при взрывном нагружении.

Предполагается, что металлопластиковая оболочка образована спиральной перекрестной намоткой однонаправленного композитного материала на металлическую оправку и рассматривается в системе координат $\alpha_i \ (i = \overline{1, 3})$: α_1 направлена вдоль образующей, α_2 – по окружности, α_3 – по внешней нормали к срединной поверхности. Кинематическая модель деформирования многослойного пакета основывается на неклассической теории оболочек. Для этого компоненты вектора перемещений аппроксимируются конечными рядами по толщине многослойного пакета [9, 10].

Формулировка геометрических зависимостей базируется на соотношениях простейшего квадратичного варианта нелинейной теории упругости в криволинейных координатах [10].

Связь между тензорами напряжений и деформаций в композитном слое устанавливается на основе линейной теории вязкоупругости

$$\sigma_{ii} = \sum_{j=1}^{3} C_{ij}^0 e_{ij}^0, \quad \sigma_{13} = G_{13}^0 e_{13}', \tag{2}$$

$$e_{ij}^0 = e_{jj} - \left(1 - \frac{C_{ij}^\infty}{C_{ij}^0}\right) \int_0^t R(t-\tau) e_{jj}(\tau) d\tau, \quad e_{13}' = e_{13} - \left(1 - \frac{G_{13}^\infty}{G_{13}^0}\right) \int_0^t R(t-\tau) e_{13}(\tau) d\tau,$$

где $i, j = \overline{1, 3}$, $C_{ij}^0, G_{13}^0, C_{ij}^\infty, G_{13}^\infty$ – мгновенные и длительные жесткостные характеристики, которые вычисляются через компоненты вектора $\overline{E}$; $R(t) = \beta e^{-\beta t}$ – ядро релаксации максвелловского типа.

Определяющие соотношения изотропного металлического слоя формулируются на основе дифференциальной теории пластичности с линейным упрочнением [10].

Для построения энергетически согласованной разрешающей системы уравнений движения оболочки используется принцип возможных перемещений [10].

2. Метод решения задачи идентификации

Численное решение сформулированной задачи идентификации разбивается на три этапа:

1) решение начально-краевой задачи нелинейного деформирования металлопластиковых цилиндрических оболочек при импульсном нагружении,

2) анализ чувствительности целевой функции по искомым параметрам (проектным переменным),

3) поиск глобального минимума целевой функции.

Первый этап решения задачи идентификации основывается на явной вариационно-разностной схеме [10].

На втором этапе решения задачи идентификации проводится анализ чувствительности целевой функции по переменным проектирования с целью оценки возможности определения искомых параметров определяющих соотношений в данной задаче. Для этого используется теория глобальных показателей чувствительности, применяемая при изучении нелинейных математических моделей [11]. Ниже используются одномерные показатели чувствительности S_i, которые позволяют ранжировать переменные e_i: чем больше S_i, тем более существенное влияние оказывает переменная e_i.

На третьем этапе для решения задачи поиска глобального минимума целевой функции (1) применяется эволюционный вероятностный глобальный метод оптимизации, основанный на генетическом алгоритме, который заключается в последовательном подборе, комбинировании и вариации искомых параметров с использованием механизмов, напоминающих биологическую эволюцию [12].

Расчеты проводились на суперкомпьютере «Лобачевский».

3. Результаты решения задачи идентификации

В качестве экспериментальной информации использовались результаты решения прямой задачи динамического деформирования двухслойной металлопластиковой цилиндрической оболочки с заданными параметрами моделей определяющих соотношений материалов. На рис. 1 представлена цилиндрическая оболочка с радиусом R =10,8 см, толщиной $H = h_1 + h_2$, h_1 = 0,8 см, h_2 = 0,8 см (h_1 – толщина внутреннего изотропного слоя, h_2 – толщина внешнего ортотропного слоя) и длиной L = 40 см, нагруженная импульсом давления, вызванным подрывом в ее геометрическом центре заряда взрывчатого вещества (ВВ) массой m = 0,203 кг. На рис. 1 показаны также осциллограммы окружных деформаций на внешней поверхности цилиндрической оболочки в четырех точках, смещенных относительно плоскости симметрии оболочки на величину δ = 20; 13,33; 6,67; 0 см соответственно.

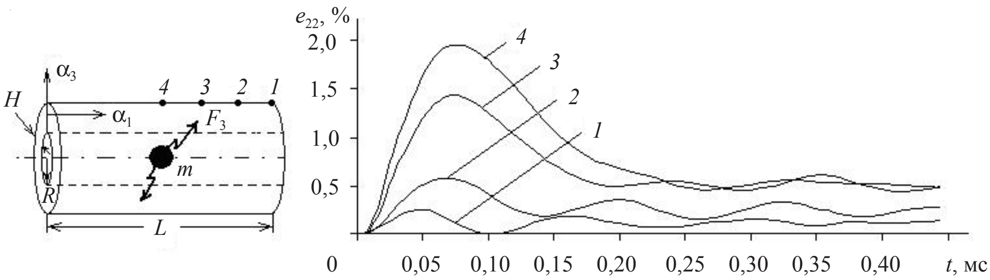

Рис. 1. Цилиндрическая оболочка и осциллограммы окружных деформаций на ее внешней поверхности

Материальные параметры физических соотношений оболочки были равны для изотропного слоя: E = 210 ГПа, ν = 0,3, σ_* = 0,35 ГПа, g = 0,5 ГПа, ρ = 7800 кг/м^3; для ортотропного слоя: $E_{11}^0 = E_{33}^0$ =19 ГПа, E_{22}^0 = 38 ГПа, G_{13}^0 = 5,2 ГПа, $E_{11}^\infty = E_{33}^\infty$ = = 15,2 ГПа, E_{22}^∞ = 30,4 ГПа, G_{13}^∞ = 4,16 ГПа, ν_{12} = 0,4, ν_{23} = 0,16, ν_{13} = 0,4, β = = 50000 с$^{-1}$, ρ =1900 кг/м^3.

Вначале решалась задача идентификации параметров модели физических соотношений дифференциальной теории пластичности с линейным упрочнением для изотропного слоя оболочки.

В результате обработки осциллограмм деформаций, представленных на рис. 1, формировалась целевая функция (1) для решения при следующих ограничениях на искомые параметры:

$$150\,\text{ГПа} \le E \le 300\,\text{ГПа}, \quad 0{,}1 \le \nu \le 0{,}45, \quad 0{,}25\,\text{ГПа} \le \sigma_* \le 0{,}55\text{ГПа},$$

$$0{,}2\,\text{ГПа} \le g \le 0{,}5\,\text{ГПа}.$$

Для контроля устойчивости решения задачи идентификации к возможным погрешностям определения исходных осциллограмм деформаций наряду с детерминированными зависимостями, представленными на рис. 1, использовались и их «зашумленные» аналоги, полученные с учетом случайного десятипроцентного разброса характерных значений первичных осциллограмм.

Найденные в результате решения задач идентификации материальные параметры определяющих соотношений изотропного слоя оболочки, а также показатели их чувствительности представлены в таблице 1 (S_i – полные одномерные показатели чувствительности, $\Delta_i = \left|\left(e_i - e_i^*\right)/e_i\right| \cdot 100\%$ – отклонения идентифицированных параметров e_i модели от заданных значений e_i^*). Из таблицы 1 следует, что наиболее существенным параметром является предел текучести. Чувствительные параметры моделей определяются с большей точностью по сравнению с менее чувствительными. Погрешность задания первичных осциллограмм деформаций не оказывает существенного влияния на результаты определения чувствительных параметров модели определяющих соотношений.

Таблица 1

Одномерные показатели чувствительности и отклонения идентифицированных параметров изотропного слоя оболочки

Параметры модели	S_i, %		Δ_i, %	
	Детерминированная осциллограмма	«Зашумленная» осциллограмма	Детерминированная осциллограмма	«Зашумленная» осциллограмма
E	3,85	2,75	0,61	2,83
ν	0,75	0,65	0,03	8,95
g	0,16	0,16	14,95	31,45
σ_*	86,22	84,34	0,12	0,58

Далее рассматривалась задача идентификации параметров вязкоупругой модели поведения материала ортотропного слоя оболочки при следующих ограничениях на искомые параметры:

$$15\,\text{ГПа} \le E_{11}^0 \le 23\,\text{ГПа}, \quad 25\,\text{ГПа} \le E_{22}^0 \le 40\,\text{ГПа}, \quad 15\,\text{ГПа} \le E_{33}^0 \le 23\,\text{ГПа},$$

$$3\,\text{ГПа} \le G_{13}^0 \le 7\,\text{ГПа}, \quad 7{,}5\,\text{ГПа} \le E_{11}^\infty \le 20{,}7\,\text{ГПа}, \quad 12{,}5\,\text{ГПа} \le E_{22}^\infty \le 36\,\text{ГПа},$$

$$7{,}5\,\text{ГПа} \le E_{33}^\infty \le 20{,}7\,\text{ГПа}, \quad 1{,}25\,\text{ГПа} \le G_{13}^\infty \le 4{,}5\,\text{ГПа}, \quad 0{,}1 \le \nu_{12} \le 0{,}45,$$

$$0{,}1 \le \nu_{23} \le 0{,}45, \quad 0{,}1 \le \nu_{13} \le 0{,}45, \quad 25000\,c^{-1} \le \beta \le 75000\,c^{-1}.$$

В качестве исходных данных использовались представленные на рис. 1 значения окружных деформаций при тех же условиях нагружения и геометрии оболочки.

Как и выше, предварительно был проведен анализ чувствительности целевой функции по проектным переменным, в результате которого наиболее чувствительными оказались четыре параметра: E_{22}^{0}, E_{22}^{∞} – мгновенный и длительный окружные модули упругости, ν_{12} – коэффициент Пуассона в плоскости $\alpha_1\alpha_2$ и β – параметр, характеризующий время релаксации.

Затем была решена задача идентификации параметров вязкоупругой модели поведения материала ортотропного слоя оболочки для указанных четырех наиболее чувствительных параметров. Найденные параметры модели, а также показатели их чувствительности представлены в таблице 2.

Таблица 2

Одномерные показатели чувствительности и отклонения идентифицированных параметров ортотропного слоя оболочки

Параметры модели	S_i, %		Δ_i, %	
	Детерминированная осциллограмма	«Зашумленная» осциллограмма	Детерминированная осциллограмма	«Зашумленная» осциллограмма
E_{22}^{0}	42,20	43,17	3,09	0,15
E_{22}^{∞}	64,30	63,30	2,63	0,26
ν_{12}	4,54	3,78	1,44	0,36
β	0,87	1,18	21,48	21,39

Из таблицы 2 видно, что мгновенный и длительный окружные модули упругости являются чувствительными переменными и определяются достаточно точно, а роль остальных переменных невелика и они определяются с меньшей точностью.

Затем была решена задача идентификации параметров модели поведения материала для изотропного и ортотропного слоев цилиндрической оболочки в полной постановке (для всех шестнадцати параметров). В результате анализа чувствительности целевой функции наиболее чувствительными оказались шесть параметров: два параметра для изотропного слоя – E, σ_* и четыре параметра для ортотропного слоя – E_{22}^{0}, E_{22}^{∞}, ν_{12}, β.

Далее решалась задача идентификации для шести наиболее чувствительных параметров. Найденные параметры моделей, а также показатели их чувствительности представлены в таблице 3.

Таблица 3

Одномерные показатели чувствительности и отклонения идентифицированных параметров изотропного и ортотропного слоев двухслойной оболочки

Параметры модели	S_i, %		Δ_i, %	
	Детерминированная осциллограмма	«Зашумленная» осциллограмма	Детерминированная осциллограмма	«Зашумленная» осциллограмма
E	1,96	2,72	1,64	1,36
σ_*	45,83	44,19	0,78	0,81
E_{22}^{0}	23,30	24,48	4,47	4,63
E_{22}^{∞}	33,36	31,88	3,00	2,80
ν_{12}	3,43	3,12	2,25	7,78
β	0,95	1,18	4,89	4,58

Из таблицы 3 видно, что все параметры определяются с приемлемой точностью (максимальная ошибка около 8%), а погрешность задания исходных осциллограмм деформаций не оказывает существенного влияния на идентифицированные чувствительные параметры модели.

Заключение

Предложенный расчетно-экспериментальный метод позволяет с приемлемой точностью определять материальные параметры вязкоупругих и (или) упругопластических определяющих соотношений динамического поведения неоднородных металлопластиковых цилиндрических оболочек.

Список литературы

1. Матвеенко В.П., Юрлова Н.А. Идентификация упругих постоянных композитных оболочек на основе статических и динамических экспериментов. *Изв. РАН. Механика твердого тела.* 1998. №3. С. 12–20.
2. Алфутов Н.А., Зиновьев П.А., Таирова Л.П. Идентификация упругих характеристик однонаправленных материалов по результатам испытаний многослойных композитов. *Машиностроение: Энциклопедия.* М.: Машиностроение, 1989. Т. 30. С. 16–31.
3. Суворова Ю.В., Добрынин В.С. Определение свойств композита в конструкции методом параметрической идентификации. *Механика композитных материалов*. 1989. №1. С. 150–157.
4. Каюмов Р.А. Расширенная задача идентификации механических характеристик материалов по результатам испытаний конструкций. *Изв. РАН. Механика твердого тела.* 2004. №2. С. 94–103.
5. Абросимов Н.А., Куликова Н.А. Идентификация параметров моделей вязкоупругого деформирования композитных материалов по результатам расчетно-экспериментального анализа импульсного нагружения оболочек вращения. *Изв. РАН. Механика твердого тела.* 2011. №3. С. 42–57.
6. Баженов В.Г. Математическое моделирование и методы идентификации деформационных и прочностных характеристик материалов. *Физическая мезомеханика*. 2007. Т. 10, №5. С. 91–105.
7. Матвеенко В.П., Юрлова Н.А. Идентификация упругих постоянных композитных оболочек на основе статических и динамических экспериментов. *Изв. РАН. Механика твердого тела.* 1998. № 3. С. 12–20.
8. Работнов Ю.Н. *Механика деформируемого твердого тела.* М.: Наука, 1979. 712 с.
9. Абросимов Н.А., Елесин А.В., Лазарев Л.Н., Новосельцева Н.А. Численный анализ прочности стеклопластиковых цилиндрических оболочек различной структуры при импульсном нагружении. *Проблемы прочности и пластичности.* 2013. Вып. 75(4). С. 288–295.
10. Абросимов Н.А., Баженов В.Г. *Нелинейные задачи динамики композитных конструкций.* Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2002. 400 с.
11. Соболь И.М. Глобальные показатели чувствительности для изучения нелинейных математических моделей. *Математическое моделирование*. 2005. Т. 17, №9. С. 43–52.
12. Goldberg D.E. *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning.* Reading, M.A.: Addision-Westley Publ. Comp., 1989. 154 p.

References

1. Matveenko V.P., Yurlova N.A. Identifikatsiya uprugikh postoyannykh kompozitnykh obolochek na osnove staticheskikh i dinamicheskikh eksperimentov. *Izv. RAN. Mekhanika tverdogo tela.* 1998. №3. S. 12–20.
2. Alfutov N.A., Zinovyev P.A., Tairova L.P. Identifikatsiya uprugikh kharakteristik odnonapravlennykh materialov po rezul'tatam ispytaniy mnogosloynykh kompozitov. *Mashinostroenie: Entsiklopediya.* M.: Mashinostroenie, 1989. T. 30. S. 16–31.

3. Suvorova Yu.V., Dobrynin V.S. Opredelenie svoystv kompozita v konstruktsii metodom parametricheskoy identifikatsii. *Mekhanika kompozitnykh materialov.* 1989. №1. S. 150–157.

4. Kayumov R.A. Rasshirennaya zadacha identifikatsii mekhanicheskikh kharakteristik materialov po rezul'tatam ispytaniy konstruktsiy. *Izv. RAN. Mekhanika tverdogo tela.* 2004. №2. S. 94–103.

5. Abrosimov N.A., Kulikova N.A. Identifikatsiya parametrov modeley vyazkouprugogo deformirovaniya kompozitnykh materialov po rezul'tatam raschetno-eksperimental'nogo analiza impul'snogo nagruzheniya obolochek vrashcheniya. I*zv. RAN. Mekhanika tverdogo tela.* 2011. №3. S. 42–57.

6. Bazhenov V.G. Matematicheskoe modelirovanie i metody identifikatsii deformatsionnykh i prochnostnykh kharakteristik materialov. *Fizicheskaya mezomekhanika.* 2007. T. 10, №5. S. 91–105.

7. Matveenko V.P., Yurlova N.A. Identifikatsiya uprugikh postoyannykh kompozitnykh obolochek na osnove staticheskikh i dinamicheskikh eksperimentov. *Izv. RAN. Mekhanika tverdogo tela.* 1998. № 3. S. 12–20.

8. Rabotnov Yu.N. *Mekhanika deformiruemogo tverdogo tela.* M.: Nauka, 1979. 712 s.

9. Abrosimov N.A., Elesin A.V., Lazarev L.N., Novosel'tseva N.A. Chislennyy analiz prochnosti stekloplastikovykh tsilindricheskikh obolochek razlichnoy struktury pri impul'snom nagruzhenii. *Problemy prochnosti i plastichnosti.* 2013. Vyp. 75(4). S. 288–295.

10. Abrosimov N.A., Bazhenov V.G. *Nelineynye zadachi dinamiki kompozitnykh konstruktsiy.* N. Novgorod: Izd-vo NNGU, 2002. 400 s.

11. Sobol' I.M. Global'nye pokazateli chuvstvitel'nosti dlya izucheniya nelineynykh matematicheskikh modeley. *Matematicheskoe modelirovanie.* 2005. T. 17, №9. S. 43–52.

12. Goldberg D.E. *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning.* Reading, M.A.: Addision-Westley Publ. Comp., 1989. 154 p.

IDENTIFICATION OF MATERIAL PARAMETERS OF MODELS OF VISCOELASTIC AND ELASTOPLASTIC DEFORMATION OF TWO-LAYER METALLIC-PLASTIC CYLINDRICAL SHELLS UNDER EXPLOSIVE LOADING

Abrosimov N.A., Novoseltseva N.A.

Research Institute of Mechanics University of Nizhni Novgorod,
Nizhni Novgorod, Russian Federation

A computational-experimental method of the identification of material parameters of defining relations of viscoelastic and (or) elastoplastic deformation of composite and isotropic materials is developed, based on minimizing the mismatch between experimental data results of numerical analysis of the dynamic behavior of two-layer metallic-plastic cylindrical shells under explosive loading. The computational-experimental identification method is tested; it is shown that it can be effectively used in determining material parameters of viscoelastic and (or) elastoplastic models of nonlinear deformation of metallic-plastic cylindrical shells under explosive loading. The present computational-experimental method of the identification of material parameters of defining relations makes it possible to determine with acceptable accuracy material parameters of viscoelastic and (or) elastoplastic defining relations of the dynamic behavior of inhomogeneous metallic-plastic cylindrical shells.

Keywords: composite materials, cylindrical shells, identification, mathematical modeling, pulsed loading.