

УДК 539.3

## КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЕ РЕШЕНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ЗАДАЧ ДЕФОРМИРОВАНИЯ МHS-ЗАПОЛНИТЕЛЯ ПРИ УДАРНОМ НАГРУЖЕНИИ\*

© 2016 г.      Демарева А.В.<sup>1</sup>, Кибец А.И.<sup>2</sup>, Кибец Ю.И.<sup>2</sup>,  
Фролова И.А.<sup>3</sup>, Шошин Д.В.<sup>2</sup>, Шушкина Ю.А.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского,  
Нижний Новгород, Российская Федерация

<sup>2</sup>Научно-исследовательский институт механики  
Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского,  
Нижний Новгород, Российская Федерация

<sup>3</sup>Чувашский государственный университет им. И.Н. Ульянова,  
Чебоксары, Российская Федерация

kibec@mech.unn.ru

Поступила в редакцию 22.09.2015

Рассматривается задача динамического деформирования демпфирующих элементов конструкций из MHS-заполнителя (Metal Hollow Spheres) – пористого материала, получаемого путем соединения однородных металлических полых сфер. MHS-заполнитель моделируется континуально однородной, ортотропной, физически нелинейной средой. Решение определяющей системы уравнений основывается на моментной схеме метода конечных элементов и явной конечно-разностной схеме интегрирования по времени типа «крест». Рассмотрена осесимметрическая задача потери устойчивости и критического поведения титановой сферической оболочки при ее сжатии между двумя не-деформируемыми плитами, сближающимися с постоянной скоростью. По результатам численного решения задачи построена зависимость контактной силы от перемещения плит, на основании которой были определены диаграмма деформирования и параметры математической модели MHS-заполнителя. С применением полученных данных решена задача о падении плиты на набор сферических оболочек, расположенных на неподвижном основании. Как показал анализ результатов расчетов, разработанная вычислительная модель позволяет с приемлемой точностью определять интегральные параметры деформирования MHS-заполнителя (контактные силы, смещения, скорости смещения) и оценивать его демпфирующие свойства.

*Ключевые слова:* демпфер, пористый заполнитель, ударное нагружение, метод конечных элементов.

Пористые металлы относятся к так называемым функциональным материалам, обладающим особыми свойствами, среди которых можно отметить низкую плот-

\* Выполнено при частичном финансировании Программой государственной поддержки ведущих научных школ РФ (грант НШ 593.2014.8) и РФФИ (грант №14-08-00656-а).

ность и способность эффективно поглощать энергию удара [1–9]. Такое сочетание характеристик обусловлено тем, что материалы состоят из металлической матрицы и пор, составляющих до 80–90% объема. Развитие техники требует расширения спектра пористых материалов, разработки перспективных способов их производства. Предпочтение отдается простым и экономичным технологиям, позволяющим регламентировать общую пористость, диаметр пор и их конфигурацию [10]. Последнее время за рубежом пристальное внимание конструкторов привлекает MHS-заполнитель – пористый материал (рис. 1), получаемый путем соединения однородных металлических полых сфер [11–13]. Для этого многофункционального материала характерна нелинейная диаграмма деформирования, он эффективно поглощает энергию удара и имеет хорошие перспективы для применения в защитных конструкциях, в частности в контейнерах для транспортировки потенциально опасных грузов.

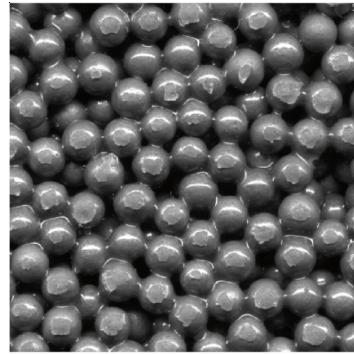


Рис. 1

В общем случае выбор пористого материала в качестве демпфера должен базироваться на теоретических и экспериментальных исследованиях его напряженного состояния под действием соответствующих нагрузок. В настоящее время недостаточно изучено упругопластическое выпучивание даже отдельных сферических оболочек. Поэтому прямые расчеты динамики MHS-заполнителя при детальном учете его структуры оправданы только при исследовании деформирования его компактных фрагментов (представительных объемов). Этим обусловлена актуальность разработки и обоснования математической модели и метода численного исследования напряженно-деформированного состояния конструкции заполнителя.

Движение конструкции описывается с позиций механики сплошных сред с применением текущей лагранжевой формулировки [14]. Уравнение движения выводится из баланса виртуальных мощностей

$$\int_{\Omega} \sigma_{ij} \delta \dot{\epsilon}_{ij} dV + \int_{\Omega} \rho \ddot{U}_i \delta \dot{U}_i dV = \int_{\Gamma_p} P_i \delta \dot{U}_i d\gamma + \int_{\Gamma_q} P_i^q \delta \dot{U}_i d\gamma \quad (i, j = \overline{1, 3}), \quad (1)$$

где  $\dot{\epsilon}_{ij}$  и  $\sigma_{ij}$  – компоненты тензоров скоростей деформаций и напряжений;  $U_i$  – перемещения в общей системе координат  $X$ ;  $\rho$  – плотность;  $P_i^q$  – контактное давление;  $P_i$  – распределенная нагрузка;  $\Omega$  – область, занимаемая конструкцией;  $\Gamma_q$  – поверхность контакта;  $\Gamma_p$  – область действия внешнего давления; точка над символом означает частную производную по времени  $t$ . По повторяющимся индексам ведется суммирование. Скорости деформаций определяются в метрике текущего состояния:

$$\begin{aligned}\dot{\varepsilon}_{ij} &= \frac{\dot{U}_{i,j} + \dot{U}_{j,i}}{2} \quad (i, j = \overline{1, 3}), \\ \dot{U}_{i,j} &= \frac{\partial \dot{U}_i}{\partial X_j}, \quad X_j = X_j|_{t=0} + \int_0^t \dot{U}_j dt.\end{aligned}\tag{2}$$

Упругопластическое деформирование металлов описывается соотношениями теории течения с кинематическим и изотропным упрочнением [15–17].

MHS-заполнитель моделируется континуально однородной, ортотропной, физически нелинейной средой [18, 19]. Деформации и напряжения определяются в локальной системе координат  $x = [x_1, x_2, x_3]$ . Связь упругих деформаций и напряжений устанавливается исходя из обобщенного закона Гука:

$$\begin{aligned}\dot{\sigma}_{ij} &= C_{ijkl} \dot{\varepsilon}_{kl} \quad (i, j = \overline{1, 3}), \\ C_{ijkl} &= \begin{bmatrix} C_{1111} & C_{1122} & C_{1133} & & & \\ C_{1122} & C_{2222} & C_{2233} & & & 0 \\ C_{1133} & C_{2233} & C_{3333} & & & \\ & & & C_{1212} & & \\ & 0 & & & C_{2323} & \\ & & & & & C_{3131} \end{bmatrix}.\end{aligned}\tag{3}$$

Для высокопористых металлов [20] можно предположить, что в исходном состоянии коэффициент Пуассона пренебрежимо мал. С учетом этого соотношение (3) принимает вид:

$$\dot{\sigma}_{ij} = A_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}, \quad A_{ij} = C_{ijij} \quad (i, j = \overline{1, 3}).\tag{5}$$

По мере сжатия пористого материала его упругие характеристики меняются. Принимается следующая зависимость между упругими константами заполнителя в исходном состоянии  $A_{ij}^0$  и при полном закрытии пор  $A_{ij}^s$  [18, 19]:

$$A_{ij} = A_{ij}^0 + \beta (A_{ij}^s - A_{ij}^0).\tag{6}$$

Параметр  $\beta$  определяется текущим значением относительного объема  $v = V/V_0$ :

$$\beta = \max \left[ \min \left( \frac{1-v_{\min}}{1-v_f}, 1 \right), 0 \right],\tag{7}$$

где  $v_f$  – предельное значение относительного объема, соответствующее состоянию материала при полностью закрытых порах. В исходном состоянии  $\beta$  равен 0, для полностью сжатого заполнителя ( $v \leq v_f$ )  $\beta = 1$ .

Если значения компонент напряжений, полученные интегрированием обобщенного закона Гука (5) по времени, нарушают условия текучести

$$|\sigma_{ij}| > \lambda \sigma_{ij}^T (v_{\min}),\tag{8}$$

выполняется их корректировка [19]:

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^T (v_{\min}) \lambda \sigma_{ij} / |\sigma_{ij}|,\tag{9}$$

где  $\sigma_{ij}^T (v_{\min})$  – предельные значения компонент напряжений заполнителя, которые

зависят от степени его сжатия. Параметр  $\lambda$  в (9) описывает влияние скорости деформаций на исследуемый процесс. Применяемые в (5)–(9) параметры гомогенной модели определяются из численного анализа деформирования типовых блоков (представительных объемов) пористого материала с учетом их структуры или из экспериментальной динамической диаграммы деформирования [20].

После полного закрытия пор ( $\beta = 1$ ) связь напряжений и деформаций описывается соотношениями теории течения [15–17].

Контактное взаимодействие деформируемых элементов конструкций моделируется односторонней связью, допускающей временное прерывание и возобновление контакта [21]. Определяющая система уравнений (1)–(9) дополняется начальными условиями и кинематическими граничными условиями.

Решение определяющей системы уравнений основывается на моментной схеме метода конечных элементов и явной конечно-разностной схеме интегрирования по времени типа «крест» [15, 16, 21]. Шаг интегрирования по времени определяется из условия устойчивости Куранта. Для интегрирования по пространственным переменным применяются квадратурные формулы [14].

Для решения задачи контакта деформируемых тел на несогласованных конечно-элементных сетках применяется алгоритм, предложенный в [21]. Программная реализация конечно-элементной методики осуществлена в рамках вычислительного комплекса «Динамика-3» [22, 23].

Для верификации вычислительной модели MHS-заполнителя выполнены расчеты деформирования сферической оболочки и набора сферических оболочек при квазистатическом сжатии и динамическом ударном нагружении.

Рассмотрена осесимметричная задача потери устойчивости и закритического поведения сферической оболочки при ее сжатии между двумя недеформируемыми плитами, сближающимися с постоянной скоростью 1 м/с. Оболочка выполнена из титанового сплава (модуль упругости  $E = 120$  ГПа, коэффициент Пуассона  $\mu = 0,25$ , плотность  $\rho = 4,5$  г/см<sup>3</sup>, предел текучести  $\sigma_T = 0,64$  ГПа, модуль упрочнения  $g = 0,6$  ГПа). Решение задачи осуществлялось в двумерной (осесимметричной) постановке с помощью реализованных в вычислительной системе «Динамика-3» четырехузловых изопараметрических элементов [23]. В силу симметрии геометрии, граничных и начальных условий в расчетах рассматривалась 1/4 часть оболочки ( $X_1 \geq 0, X_2 \geq 0$ ) и на границах задавались соответствующие граничные условия ( $V_1 = 0, V_2 = 0$ ). Для решения задачи применялась конечно-элементная сетка оболочки со следующими параметрами разбиения  $N_\phi = 60, N_h = 1$  ( $N_\phi, N_h$  – количество элементов по образующей расчетной области и по толщине оболочки).

На рис. 2 приведены графики изменения силы контактного взаимодействия  $F$  оболочки и плиты в зависимости от сближения плит  $\Delta = (D - D_0)/D_0$ . Здесь  $D_0$  – начальное значение внутреннего диаметра оболочки,  $D$  – текущее расстояние между верхней и нижней плитами за вычетом двух толщин оболочки. Сплошной линией на рис. 2 выделены графики изменения во времени контактной силы на плите, штриховой линией – график контактного взаимодействия верхней и нижней половин сферической оболочки по внутренней поверхности.

Анализ результатов расчетов показал следующее. Для рассматриваемой оболочки на графике  $F(\Delta)$  можно условно выделить 3 этапа. На первом этапе ( $\Delta < 0,68$ ) по мере сближения плит при  $\Delta \approx 0,03$  на оболочке образуются в зонах контакта две вмятины. Полюсные точки оболочки отходят от плит, и зоны контакта приобретают

форму кольца. Изгиб сферической оболочки сопровождается появлением пластических деформаций. Максимальные значения пластических деформаций ( $\sim 60\%$ ) достигаются в областях сжатия: на внешней поверхности в зонах контакта и на участках внутренней поверхности. В растягиваемых зонах пластические деформации не превышают 16%, что допустимо для рассматриваемого материала.

Поскольку выпучивание оболочки сопровождается образованием пластических деформаций, нарастание контактной силы сначала замедляется. После  $\Delta \approx 0,4$  наступает стадия стабилизации. При достижении прогибом  $1/4$  диаметра начинается второй этап деформирования оболочки. Верхний и нижний участки внутренней поверхности оболочки смыкаются, и образуется третья зона контакта. Это приводит к увеличению силы сопротивления оболочки сближению плит. При достижении  $\Delta \approx 0,95$  контактная сила увеличилась примерно в 2,5 раза по отношению к значению, достигнутому на стадии стабилизации. В этом положении внутренняя поверхность оболочки практически смыкается. Начинается третий этап деформирования оболочки, который характеризуется резким ростом контактной силы.

Как видно из рис. 2, при деформировании сила реакции сферических оболочек на движение плит ведет себя нелинейно. Благодаря этому сферические оболочки обладают хорошими энергопоглощающими свойствами и могут применяться для демпфирования удара в защитных элементах. Разработка эффективного демпфера очень актуальна для проектирования современных контейнеров для транспортировки радиоактивных материалов и других потенциально опасных грузов. Согласно правилам МАГАТЭ, при аварийном падении контейнера на жесткую плиту ускорение, испытываемое грузом, не должно превышать предельного значения.

В связи с этим были проведены численные исследования падения плиты, имитирующей перевозимый груз, на одну сферическую оболочку (вариант 1) и на четыре сферические оболочки (вариант 2), расположенные вертикально друг над другом. Снизу оболочки опираются на неподвижную плиту. Масса падающей плиты равна 889 кг, начальная скорость ее падения – 13 м/с. Для решения задач применялись два похода: а) с дискретизацией сферических оболочек конечными элементами, б) моделированием оболочек эквивалентными по габаритам, массе и жесткости макетами из MHS-заполнителя. Диаграмма деформирования MHS-заполнителя (рис. 3) была определена на основе сглаженного графика изменения контактной силы, действующей на плиту (пунктирная линия на рис. 2) при квазистатическом сжатии оболочки.

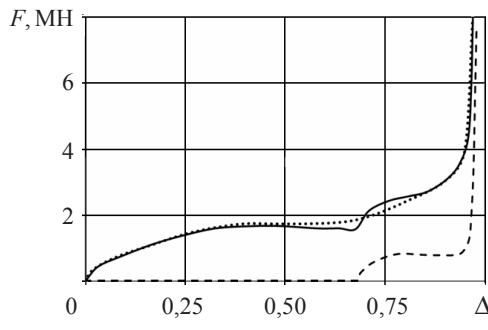


Рис. 2

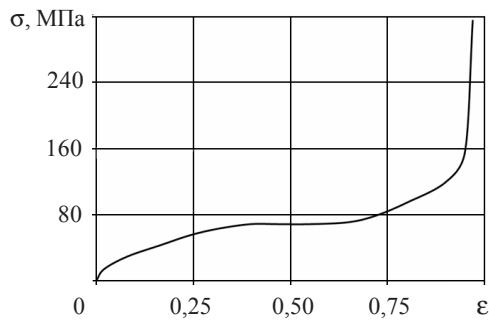


Рис. 3

На рис. 4 приведены конечно-элементные сетки расчетной области для первого варианта задачи (падение плиты на одну оболочку) в различные моменты времени.

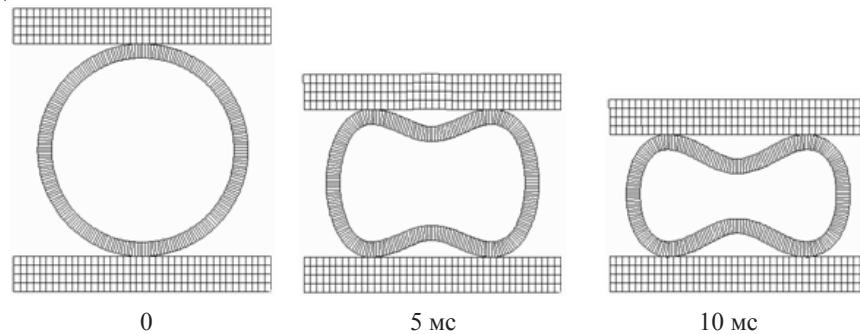


Рис. 4

На рис. 5 изображены осциллограммы контактной силы на плите, смещения и скорости смещения плиты. Сплошные линии на рис. 5 соответствуют решению задачи с дискретизацией сферических оболочек конечными элементами, пунктирные линии – расчету с моделированием оболочек макетом из MHS-заполнителя. Цифрами 1 и 2 помечены результаты решения задачи для первого (падение плиты на одну оболочку) и второго (падение плиты на 4 оболочки) вариантов задачи соответственно.

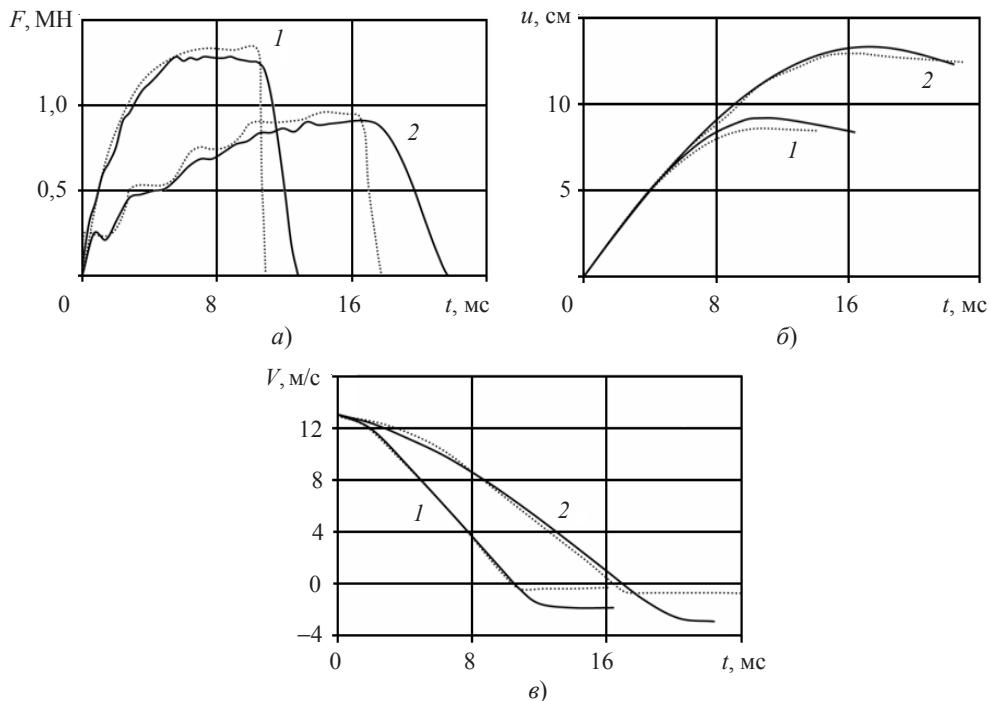


Рис. 5

В рассматриваемой задаче в процессе деформирования не происходит замыкания оболочки (см. рис. 4). Деформации оболочки не превышают 26%. Максимальная контактная сила  $F_{\max}$  достигает 1,2 МН, время соударения составляет 12,5 мс. Среднее ускорение падающей плиты при торможении, подсчитанное по графику  $V(t)$  на рис. 5, равно примерно  $140g$  ( $g$  – ускорение свободного падения). Во втором варианте задачи демпфер из четырех оболочек не испытывает значительных

формоизменений. Максимальное значение контактной силы  $F_{\max}$  не превышает 0,9 МН. Время соударения  $\approx 22$  мс, средняя перегрузка падающей плиты  $\approx 80g$ .

В активной стадии нагружения вычислительная модель MHS-заполнителя позволяет с точностью до 5% определять интегральные параметры выпучивания сферических оболочек (контактные силы, смещения, скорости смещения) и оценивать их демпфирующие свойства. При отскоке плиты наблюдается некоторое расхождение результатов, что объясняется сложным поведением сферической оболочки на закритической стадии деформирования. Однако следует учитывать, что к этому времени 90% кинетической энергии плиты уже поглощено упругопластическим деформированием оболочки.

Таким образом, изложенная вычислительная модель с приемлемой точностью описывает нелинейное деформирование MHS-заполнителя. Диаграмма деформирования вычислительной модели MHS-заполнителя может быть получена на основе численного решения задачи нелинейного деформирования и выпучивания сферической оболочки или набора сферических оболочек при соответствующих условиях нагружения.

#### Список литературы

1. Davies G.J., Zhen S. Metallic Foams-Their Production, Properties and Applications. *J. Mater. Sci.* 1983. Vol. 18, No 7. P. 1899–1911.
2. Thornton P.H., Magee C.L. The deformation of aluminium foams. *Met. Trans. A.* 1975. V. 6A, No 6. P. 1253–1263.
3. Белов С.В. *Пористые металлы в машиностроении*. М.: Машиностроение, 1981. 247 с.
4. Baumeister J., Banhart J. Deformation Characteristics of Metal Foam. *J. Mater. Sci.* 1998. No 33. P. 1431–1440.
5. Gibson L.J., Ashby M.F. *Cellular Solids: Structure and Properties*. Cambridge: Cambridge University Press, 1997. P. 528.
6. Banhart J. Manufacture, characterization and application of cellular metals and metal foams. *Progress in Materials Science*. 2001. No 46. P. 559–632.
7. Ramchandra S., Ramamurty U., Sudheer Kumar P. Impact energy absorption in an Al foam at low velocities. *Scripta Mater.* 2003. Vol. 49, No 8. P. 741–745.
8. Иванов Д.О., Аксенов А.А. Перспективные методы получения пенометаллов. *Металлургия машиностроения*. 2009. №6. С. 35–38.
9. Гусаров А.П., Жариков А.В., Марков В.А., Овчинников А.Ф., Пусев В.И., Селиванов В.В., Сообщиков А.Н. Механические и амортизирующие свойства высокопористого ячеистого алюминия. *Вестник Московского государственного технического университета им. Н.Э. Баумана. Серия: Машиностроение*. 2009. №1. С. 58–66.
10. Трофименко В.В. Механические свойства анизотропных пористых литых материалов. *Вопросы химии и химической технологии*. 2007. №5. С. 169–173.
11. Ruan H.N., Gao Z.Y., Yu, T.X. Crushing of thin-walled spheres and sphere arrays. *Int. J. Mech. Sci.* 2006. No 48. P. 117–133.
12. Caty O., Maire E., Douillard T., Bertino P., Dejaeger R., Bouchet R. Experimental determination of the macroscopic fatigue properties of metal hollow sphere structures. *Materials Letters*. 2009. No 63. P. 1131–1134.
13. Liu Y. B., Wu H.X., Wang B. Gradient design of metal hollow sphere (MHS) foams with density gradients. *Composites: Part B*. 2012. Vol. 43. P. 1346–1352.
14. Bathe K.-J. *Finite element procedures*. New Jersey: Upper Saddle River «Prentice Hall», 1996. 1037 p.
15. Артемьева А.А., Баженов В.Г., Кибец А.И., Лаптев П.В., Шошин Д.В. Верификация конечно-элементного решения трехмерных нестационарных задач упругопластического деформирования, устойчивости и закритического поведения оболочек. *Вычислительная механика сплошных сред*. 2010. Т. 3, №2. С. 5–14.

16. Баженов В.Г., Гоник Е.Г., Кибец А.И., Шошин Д.В. Устойчивость и предельные состояния упругопластических сферических оболочек при статических и динамических нагрузжениях. *Прикладная механика и техническая физика*. 2014. Т. 55, №1. С. 13–22.
17. Волков И.А., Коротких Ю.Г. *Уравнения состояния вязкоупругопластических сред с повреждениями*. М.: Физматлит, 2008. 424 с.
18. Демарева А.В., Иванов В.А., Жестков М.Н., Кибец А.И., Кибец Ю.И., Шошин Д.В. Численное решение динамических задач деформирования композитных оболочек с пористым заполнителем. *Проблемы прочности и пластичности*. 2014. Вып. 76. Ч. 1. С. 46–54.
19. Hallquist J.O. *LS-DYNA: Theoretical manual*. Livermore Software Technology Corporation, Livermore, 1998. 498 p.
20. Белов Г.В., Гусаров А.П., Марков В.А., Пусев В.И., Овчинников А.Ф., Селиванов В.В., Сотский М.Ю. Применение теста Тейлора для исследования динамических механических свойств высокопористого алюминиевого сплава. *Наука и образование*. Научное издание МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электронный научно-технический журнал. 2012. №9. С. 13–25 (<http://technomag.edu.ru/doc/442058.html>).
21. Баженов В.Г., Кибец А.И., Цветкова И.Н. Численное моделирование нестационарных процессов ударного взаимодействия деформируемых элементов конструкций. *Проблемы машиностроения и надежности машин*. 1995. №2. С. 20–26.
22. Программный продукт «Пакет прикладных программ для решения трехмерных задач нестационарного деформирования конструкций, включающих массивные тела и оболочки, «Динамика-3» (ППП «Динамика 3») : Сертификат соответствия Госстандарта России № РОСС RU.ME20.H00338 / 2000.
23. Вычислительный комплекс «Динамика-3». Научно-технический центр по ядерной и радиационной безопасности. Аттестационный паспорт программного средства. Регистрационный паспорт аттестации ПС № 325 от 18.04.2013.

#### References

1. Davies G.J., Zhen S. Metallic Foams-Their Production, Properties and Applications. *J. Mater. Sci.* 1983. Vol. 18, No 7. P. 1899–1911.
2. Thornton P.H., Magee C.L. The deformation of aluminium foams. *Met. Trans. A.* 1975. V. 6A, No 6. P. 1253–1263.
3. Belov S.V. *Poristye metally v mashinostroenii*. M.: Mashinostroenie, 1981. 247 s.
4. Baumeister J., Banhart J. Deformation Characteristics of Metal Foam. *J. Mater. Sci.* 1998. No 33. P. 1431–1440.
5. Gibson L.J., Ashby M.F. *Cellular Solids: Structure and Properties*. Cambridge: Cambridge University Press, 1997. P. 528.
6. Banhart J. Manufacture, characterization and application of cellular metals and metal foams. *Progress in Materials Science*. 2001. No 46. P. 559–632.
7. Ramchandra S., Ramamurty U., Sudheer Kumar P. Impact energy absorption in an Al foam at low velocities. *Scripta Mater.* 2003. Vol. 49, No 8. P. 741–745.
8. Ivanov D.O., Aksenenko A.A. Perspektivnye metody polucheniya penoaluminiya. *Metallurgiya mashinostroeniya*. 2009. №6. S. 35–38.
9. Gusarov A.P., Zharkov A.V., Markov V.A., Ovchinnikov A.F., Pusev V.I., Selivanov V.V., Soobshchikov A.N. Mekhanicheskie i amortiziruyushchie svoystva vysokoporistogo yacheistogo aluminija. *Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta im. N.E. Baumana. Seriya: Mashinostroenie*. 2009. №1. S. 58–66.
10. Trofimenko V.V. Mekhanicheskie svoystva anizotropnykh poristykh litykh materialov. *Voprosy khimii i khimicheskoy tekhnologii*. 2007. №5. S. 169–173.
11. Ruan H.H., Gao Z.Y., Yu, T.X. Crushing of thin-walled spheres and sphere arrays. *Int. J. Mech. Sci.* 2006. No 48. P. 117–133.
12. Caty O., Maire E., Douillard T., Bertino P., Dejaeger R., Bouchet R. Experimental determination of the macroscopic fatigue properties of metal hollow sphere structures. *Materials Letters*. 2009. No 63. P. 1131–1134.
13. Liu Y. B., Wu H.X., Wang B. Gradient design of metal hollow sphere (MHS) foams with density gradients. *Composites: Part B*. 2012. Vol. 43. P. 1346–1352.

14. Bathe K.-J. *Finite element procedures*. New Jersey: Upper Saddle River ‘Prentice Hall’, 1996. 1037 p.
15. Artem'yeva A.A., Bazhenov V.G., Kibets A.I., Laptev P.V., Shoshin D.V. Verifikatsiya konechno-elementnogo resheniya trekhmernykh nestatsionarnykh zadach uprugoplasticheskogo deformirovaniya, ustoychivosti i zakriticheskogo povedeniya obolochek. *Vychislitel'naya mehanika sploshnykh sred*. 2010. T. 3, №2. S. 5–14.
16. Bazhenov V.G., Gonik E.G., Kibets A.I., Shoshin D.V. Ustoychivost' i predel'nye sostoyaniya uprugoplasticheskikh sfericheskikh obolochek pri staticheskikh i dinamicheskikh nagruzheniyakh. *Prikladnaya mehanika i tekhnicheskaya fizika*. 2014. T. 55, №1. S. 13–22.
17. Volkov I.A., Korotkikh Yu.G. *Uravneniya sostoyaniya vyazkouprugoplasticheskikh sred s povrezhdeniyami*. M.: Fizmatlit, 2008. 424 s.
18. Demareva A.V., Ivanov V.A., Zhestkov M.N., Kibets A.I., Kibets Yu.I., Shoshin D.V. Chislennoe reshenie dinamicheskikh zadach deformirovaniya kompozitnykh obolochek s poristym zapolnitelem. *Problemy prochnosti i plastichnosti*. 2014. Vyp. 76. Ch. 1. S. 46–54.
19. Hallquist J.O. *LS-DYNA: Theoretical manual*. Livermore Software Technology Corporation, Livermore, 1998. 498 p.
20. Belov G.V., Gusarov A.P., Markov V.A., Pusev V.I., Ovchinnikov A.F., Selivanov V.V., Sotskiy M.Yu. Primenenie testa Teylora dlya issledovaniya dinamicheskikh mehanicheskikh svoystv vysokoporistogo alyuminievogo splava. *Nauka i obrazovanie*. Nauchnoe izdanie MGTU im. N.E. Baumana. Elektronnyy nauchno-tehnicheskiy zhurnal. 2012. №9. S. 13–25 (<http://technomag.edu.ru/doc/442058.html>).
21. Bazhenov V.G., Kibets A.I., Tsvetkova I.N. Chislennoe modelirovanie nestatsionarnykh protsessov udarnogo vzaimodeystviya deformiruemnykh elementov konstruktsiy. *Problemy mashinostroeniya i nadezhnosti mashin*. 1995. №2. S. 20–26.
22. Programmnyy produkt “Paket prikladnykh programm dlya resheniya trekhmernykh zadach nestatsionarnogo deformirovaniya konstruktsiy, vkluchayushchikh massivnye tela i obolochki, ‘Dinamika-3’” (PPP “Dinamika 3”): Sertifikat sootvetstviya Gosstandarta Rossii № ROSS RU.ME20.H00338 / 2000.
23. *Vychislitel'nyy kompleks “Dinamika-3”*. Nauchno-tehnicheskiy tsentr po yadernoy i radiatsionnoy bezopasnosti. Attestatsionnyy pasport programmnogo sredstva. Registratsionnyy pasport attestatsii PS № 325 ot 18.04.2013.

## FINITE-ELEMENT ANALYSIS OF NONLINEAR PROBLEMS OF DEFORMATION OF MHS FILLING UNDER IMPACT LOADING

**Demareva A.V.<sup>1</sup>, Kibets A.I.<sup>2</sup>, Kibets Yu.I.<sup>2</sup>, Frolova I.A.<sup>3</sup>,**  
**Shoshin D.V.<sup>2</sup>, Shushkina Yu.A.<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>*Lobachevsky State University of Nizhni Novgorod, Nizhni Novgorod, Russian Federation*

<sup>2</sup>*Research Institute of Mechanics University of Nizhni Novgorod,*

*Nizhni Novgorod, Russian Federation*

<sup>3</sup>*I.N. Ulyanov Chuvash State University, Cheboksary, Russian Federation*

A problem of dynamic deformation of damping structural elements made of MHS (Metal Hollow Spheres) filling, a porous material made up by joining homogeneous metallic hollow spheres, is considered. MHS filling is modeled as a continuously homogeneous orthotropic physically nonlinear medium. The defining equation is solved based on a momentary scheme of the FEM and a cross-type explicit finite-difference time-integration scheme. An axisymmetric problem of loss of stability and supercritical behavior of a spherical shell compressed between two non-deformable slabs approaching each other with a constant speed is considered. Based on the results of the numerical solution of the problem, a relation between the contact force and the displacement of slabs is constructed, which is used for constructing the deformation diagram and determining the parameters of the mathematical model of the MHS filling. The obtained data was used for analyzing the

problem of a slab falling onto a set of spherical shells resting on a fixed base. The analysis of the computational results shows that the developed computational model makes it possible to determine integral deformation parameters of the MHS filling (contact forces, displacements, displacement velocities) with reasonable accuracy, as well as to evaluate its damping properties.

*Keywords:* damper, porous filling, impact loading, finite element method.