

УДК 539.3

## РЕШЕНИЕ ПРОБЛЕМЫ ИНТЕРПОЛЯЦИИ ДЛЯ ТЕРМОПРОЧНОСТНОЙ ЗАДАЧИ

© 2015 г.      **Банкрутенко В.В., Белокрылов П.Ю.,  
Мохина Т.А., Повереннов Е.Ю.**

*ОКБМ Африкантов, Нижний Новгород, Российская Федерация*

[bankrutenko@okbm.nnov.ru](mailto:bankrutenko@okbm.nnov.ru)

*Поступила в редакцию 15.12.2014*

Рассмотрен подход к проблеме интерполяции, возникающей при решении термопрочностной задачи средствами ANSYS с учетом различия геометрии сеточных моделей тепловой и прочностной задач. Для переноса значений поля температур с тепловой сетки на прочностную разработан алгоритм полилинейной интерполяции на неравномерных сетках, учитывающий несовпадение расчетных областей тепловой и прочностной задач вблизи геометрических границ. Реализован и протестирован программный код, осуществляющий корректное решение задачи интерполяции, минимизирующий время расчета, автоматизирующий обмен данными на разных этапах расчета связанной задачи.

*Ключевые слова:* связанная задача, термосиловое нагружение, метод конечных элементов, интерполяция температурного поля.

### **Введение**

Расчеты на прочность конструкций методом конечных элементов в условиях термосилового нагружения в основном ведутся в несвязанной постановке: производится расчет температурного поля, далее с его учетом рассчитывается напряженно-деформированное состояние конструкции. В такой постановке задачи возможно, а иногда и необходимо использовать для расчетов разных физических полей различные конечно-элементные сетки. Такая необходимость возникает, прежде всего, из-за особенностей рассматриваемых физических процессов, а именно, области сгущения сеток при расчетах разных физических полей не совпадают, поскольку наибольшие градиенты температурных и силовых полей локализуются в разных местах геометрической модели, и температурные поля, как правило, имеют меньшие градиенты по сравнению с силовыми. Игнорирование этих фактов, то есть проведение совместного расчета при полном совпадении сеточных моделей, увеличивает затраченное время и расчетные ресурсы без повышения точности получаемых результатов. Для повышения точности расчета напряженно-деформированного состояния прочностная сетка должна содержать локализации с более мелким разбиением, чем при проведении теплового расчета. Поэтому расчет на прочность конструкций в условиях термосилового нагружения предлагается вести в два этапа, для

каждого из которых используется своя сеточная модель. Как правило, расчет температурных полей ведется на более грубых сетках с использованием конечных элементов большего размера.

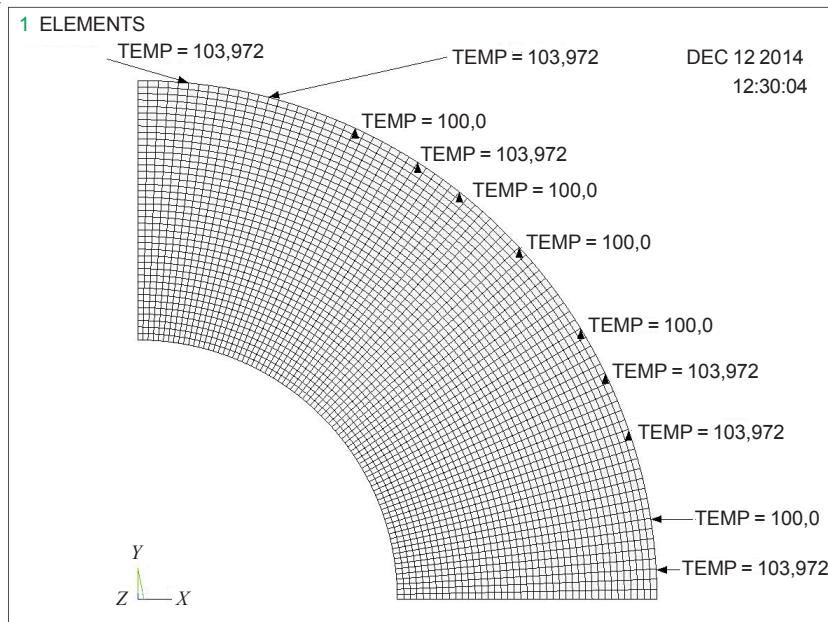
## 1. Постановка проблемы интерполяции

Основной трудностью при проведении теплопрочностных расчетов является совместимость тепловой и прочностной расчетных сеточных моделей. Следует отметить, что различия сеточных моделей заключаются не только в несовпадениях узлов сетки или геометрии конечных элементов, но и наличии приграничных артефактов, делающих различными геометрические границы самих сеточных моделей. Наличие таких приграничных областей обусловлено, прежде всего, способами подготовки геометрии конструкции к процедуре построения конечно-элементного ее представления. Адаптация геометрии конструкции ведется в направлении упрощения детализации посредством игнорирования (исключения) элементов конструкции, сопоставимых с размером конечного элемента. Так как расчет температурных полей ведется на более грубых сетках, чем сеточные модели для расчета напряженно-деформированного состояния, результаты адаптации геометрии модели для этих типов расчетов будут различны.

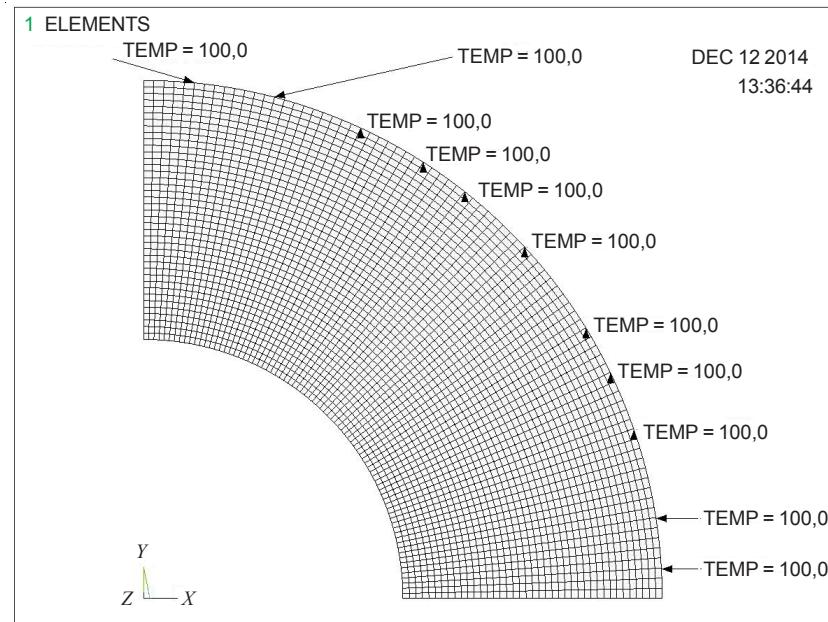
Совместимость сеточных моделей может быть рассмотрена в постановке задачи интерполяции – переноса значений температурного поля с одной конечно-элементной сетки на другую.

В случае когда для выполнения расчетов на прочность конструкций в условиях термосилового нагружения используется программный комплекс ANSYS [1] (в АО «ОКБМ Африкантов» имеется опыт применения ANSYS для выполнения инженерного анализа [2]), в алгоритме интерполяции, реализованном в этом программном комплексе, при неполном совпадении расчетных областей тепловой и прочностной задач возникает проблема некорректной интерполяции температур в граничных узлах прочностной сетки, пространственно расположенных вблизи ребер граничных тепловых элементов. В частности, при решении задачи переноса поля температур на прочностную сеточную модель стандартными средствами ANSYS (здесь и всюду далее подразумевается модуль ANSYS Mechanical APDL версии 14.5.7) имеется разброс значений температуры в граничных узлах прочностной сетки, показанный на рис. 1 $a$ . В данном случае при корректном переносе поля температур значение температуры на указанной границе должно быть 100 °C, что и показано на рис. 1 $b$ .

Для расчета температурного поля рассматривалась задача о двумерном распределении тепла в металлическом цилиндре с отверстием (с нулевым значением градиента температур в направлении оси цилиндра) для 1/4 части сечения цилиндра. В случае когда граница сеточной модели для прочностного анализа не совпадает с границей сеточной модели для теплового расчета (наличие приграничных областей прочностной сетки, которые не содержатся в границах тепловой сеточной модели), ситуация только усугубляется и разброс значений температуры в узлах прочностной сетки не соответствует физике процесса. Данное обстоятельство требует создания специального кода, осуществляющего перенос значений температурного поля с одной конечно-элементной сетки на другую, свободного от указанных недостатков.



a)



$\sigma$ )

Рис. 1

## 2. Решение проблемы

Для решения выявленной проблемы в АО «ОКБМ Африкантов» создан программный код (ПК BILININ), представляющий технологию решения связанной задачи и автоматизирующий все этапы ее решения. Назначение программы состоит в том, чтобы напрямую (в обход постпроцессора ANSYS) со значительной большей

скоростью обрабатывать бинарные файлы результатов расчета температурного состояния (\*.rth) и формировать бинарный файл с узловой моделью напряженно-деформированного состояния и температурным распределением в узлах. Входными файлами программы являются: input.rth (результат расчета температурного состояния), NLIST.txt (список координат узлов модели конечных элементов напряженно-деформированного состояния, который получается командой макроязыка APDL ПК ANSYS [3] NLIST, ALL, , , XYZ, NODE, NODE, NODE), ELIST.txt (список элементов модели напряженно-деформированного состояния, который получается командой ELIST, ALL, , , 0, 0). Результатом работы ПК BILININ является файл result.rth. Он содержит информацию только об узлах прочностной модели и температуре в узлах. Этой информации достаточно для моделирования тепловой нагрузки в прочностном расчете в качестве объемной нагрузки (body load) непосредственно из файла. Для моделирования нагрузки используется комбинация команд: /solu; LDREAD, TEMP, , , 0, 'result', 'rth', '. Блок-схема программы BILININ представлена на рис. 2.



Рис. 2

Следует отметить, что такой способ моделирования нагрузки дает значительный выигрыш по времени по сравнению с выполнением команды BF для каждого прочностного узла, так как данные читаются из бинарного файла, а не заполняются последовательностью команд макроязыка.

Проблема переноса поля температур с одной сетки (для теплового расчета) на другую (для прочностного расчета) решается следующим образом. Допускается незначительная (варируемый критерий) разница геометрических моделей для температурного и прочностного расчетов. Задачу можно рассмотреть в двумерной постановке, переход к трехмерной постановке не содержит принципиальных трудностей. Для решения поставленной задачи предлагается следующий алгоритм:

- учет разницы геометрий тепловой и прочностной модели;
- перенос с помощью интерполяции температурного поля на прочностную сетку.

В качестве интерполяционного метода выбирается метод полилинейной интерполяции (процесс теплопередачи в твердом теле имеет линейную зависимость изменения температуры от толщины теплопроводящего слоя [4]) для неравномерных сеток. Для теплового и прочностного анализа используются линейные четырехугольные и треугольные элементы.

Разница геометрий может быть двух типов: несовпадение граничных узлов прочностной и тепловой сеток в направлении градиента температуры и несовпадения в других направлениях.

В первом случае граничным узлам прочностной сетки директивно присваивается соответствующая температура с граничных узлов температурной сетки, что соответствует физике рассматриваемого процесса.

Во втором случае требуется осуществить экстраполяцию значений температуры с граничных узлов температурной сетки на узлы прочностной сетки, лежащие вне границ модели для температурного анализа. На рис. 3 представлена геометрическая схема экстраполяции значений в близлежащие узлы прочностной сетки.

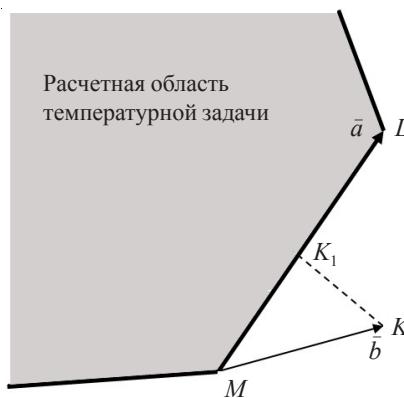


Рис. 3

Перенос значений с границы модели для температурного анализа в близлежащие узлы прочностной сетки осуществляется следующим образом. Граница модели для температурного анализа представляет собой ломаную линию, задаваемую граничными узлами.

Обозначим векторы  $\overline{ML} = \bar{a}$ ,  $\overline{MK} = \bar{b}$ . Для определения значения температуры в узле  $K$  нужно определить ближайшую точку границы области (точку  $K_1$ ) и перене-

сти значение из этой точки в точку  $K$ . Значение в точке  $K_1$  определяется с помощью линейной интерполяции по следующему алгоритму:

1) определяются точки  $M$  и  $L$ , принадлежащие границе температурной области, ближайшие к точке  $K$ ;

2) с помощью линейной интерполяции определяется значение температуры в точке  $K_1$  по формуле

$$T_{K_1} = T_M \left( 1 - \frac{(\bar{a}, \bar{b})}{(\bar{a}, \bar{a})} \right) + T_L \frac{(\bar{a}, \bar{b})}{(\bar{a}, \bar{a})}. \quad (1)$$

Вычисленное по (1) значение переносится в узел прочностной сетки  $K$ .

По поводу пункта 1 предлагаемого алгоритма заметим следующее. Граница сечной модели для теплового расчета представляет собой кусочно-линейную функцию, и основной проблемой экстраполяции значений в близлежащие узлы прочностной сетки является выбор сегмента границы, с крайних точек которого будет осуществляться перенос температуры в выбранный узел прочностной сетки. На рис. 4 представлены возможные особые случаи выбора сегмента границы для экстраполяции значений с его граничных точек в близлежащие узлы прочностной сетки.

Необходимым критерием выбора сегмента является

$$\min \left| \frac{A_i x + B_i y + C}{\sqrt{A_i^2 + B_i^2}} \right|, \quad i \in \{1, N\}, \quad (2)$$

где  $N$  – количество всех сегментов линии границы;  $A_i, B_i$  – коэффициенты уравнения прямых, которым принадлежат сегменты границы;  $x, y$  – координаты рассматриваемого узла прочностной сетки.

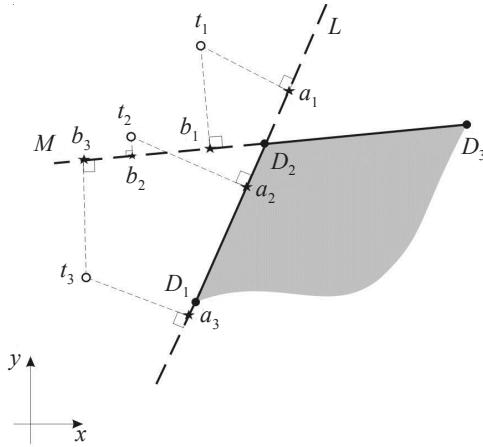


Рис. 4

Тем не менее, из-за того, что экстраполируемое значение вычисляется с граничных точек сегмента, условие (2) не является достаточным. Так, например, для точки  $t_1$  не может быть осуществлен однозначный выбор сегмента, так как она равнодалена от прямых  $MD_3$  и  $LD_1$ . Для точки  $t_2$  должен быть выбран сегмент  $D_1D_2$ , и значение температуры для этой точки будет экстраполироваться с точки  $a_2$ , в то время как точка  $b_2$  не принадлежит ни одному сегменту. Для точки  $t_3$  выбор сегмента осуществляется следующим образом. Ни одна из точек  $(a_3, b_3)$  пересечения перпендикуляров к прямым  $MD_3$  и  $LD_1$  не принадлежат ни одному из сегментов, одна-

ко  $a_3$  ближе к граничным точкам сегмента  $D_1D_2$ , чем  $b_3$  к граничным точкам  $D_2D_3$ . Таким образом, дополнительными критериями выбора сегмента для экстраполяции значений температуры в выбранный узел прочностной сетки являются следующие: условие принадлежности точки пересечения перпендикуляра, опущенного из прочностного узла к прямой, содержащей сегмент границы, хотя бы одному сегменту или, в случае когда точки пересечения перпендикуляров не принадлежат ни одному из сегментов, выбирается сегмент, граничные точки которого удалены на наименьшее расстояние от какой-либо точки пересечения перпендикуляров с прямыми, содержащими сегменты.

### **3. Тестирование алгоритма интерполяции для решения связанной задачи «температурное состояние → напряженно-деформированное состояние»**

Рассматривается тестовый пример, осуществляющий обоснование применимости рассматриваемой технологии для решения указанного класса задач, в следующей постановке.

Имеется задача о двумерном распределении тепла в металлическом цилиндре с отверстием (распределение температуры не меняется в направлении оси цилиндра). Размеры цилиндра: внешний диаметр цилиндра 0,4 м, внутренний диаметр цилиндра 0,2 м. Теплофизические свойства материала цилиндра: коэффициент теплопроводности 190 Вт/(м·К), коэффициент теплоемкости 963 Дж/(кг·К), плотность 2770 кг/м<sup>3</sup>. На внешнем диаметре цилиндра задано постоянное значение температуры 100 °C, на внутреннем диаметре цилиндра задано постоянное значение температуры 300 °C. Задача моделировалась в плоской постановке, и в силу симметрии задачи рассматривалась 1/4 часть сечения цилиндра (см. рис. 1).

При разбиении расчетной области тепловой задачи использовался плоский четырехузловый тепловой элемент PLANE55. Полученное в результате теплового расчета распределение температуры интерполировалось на расчетную область задачи определения напряженно-деформированного состояния. Геометрия прочностной задачи соответствовала геометрии тепловой. При разбиении расчетной области прочностной задачи использовался плоский четырехузловой прочностной элемент PLANE182. Сеточные разбиения прочностной и тепловой задач различны.

Для тестирования технологии использовался персональный компьютер с процессором Intel(R) Xeon(R) CPU E5-2643 0 @ 3.30 GHz с объемом оперативной памяти 8 Гб и операционной системой Windows 7. Сравнительные результаты решения одной из пяти тестовых задач стандартными средствами ANSYS и ПК BILININ представлены в таблицах 1 и 2.

*Таблица 1*

№ теста	Параметры сетки тепловой задачи		Параметры сетки прочностной задачи	
2	Кол-во разбиений по радиусу	20	Кол-во разбиений по радиусу	400
	Кол-во разбиений по углу	25	Кол-во разбиений по углу	5000
	Общее кол-во элементов	500	Общее кол-во элементов	2000000

Таблица 2

Способ интерполяции				
№ этапа	Стандартный		Алгоритм BILININ	
1	Подготовка данных для интерполяции температуры			
	Операция	Время, с	Операция	Время, с
2	Чтение db-файла с решенной тепловой задачей в ANSYS	1	Используется готовый файл результатов (.rth)	0
	Запись значений температур в узлах интерполяции в текстовый файл в ANSYS	1	Запись текстовых файлов (NLIST.txt, ELIST.txt) с узловой и элементной информацией прочностной задачи в ANSYS	36
Итог		3	36	
Выполнение функции интерполяции				
3	Операция	Время	Операция	Время, с
	Выполнение команды *MOPER в ANSYS	1 мин 57 с	Редактирование файлов NLIST.txt, ELIST.txt в формате программы BILININ Выполнение интерполяции с помощью программы BILININ	10 18
Итог		1 мин 57 с	28	
Чтение результатов интерполяции				
4	Операция	Время	Операция	Время, с
	Приложение интерполированных значений температур к узлам прочностной сетки командой BF в ANSYS	1 мин 31 с	Чтение файла результатов, полученного с помощью программы BILININ, командой LDREAD в ANSYS	1
Итог		1 мин 31 с	1	
Общий итог по тесту		3 мин 31 с	1 мин 5 с	

#### 4. Анализ решения тестовых задач стандартными средствами ANSYS и ПК BILININ

Все тестовые задачи характеризуются тем, что геометрия сеточной модели для теплового расчета имеет более крупные ячейки, чем для прочностного анализа. Таким образом, значения температуры с одной тепловой ячейки интерполируются на множество прочностных ячеек.

В результате решения тестовых задач наблюдался корректный перенос поля температур на границе прочностной сетки (см. рис. 1б).

По результатам тестирования видно (см. таблицы 1 и 2), что время получения результатов решения совместной задачи с помощью программы BILININ в несколько раз меньше, чем при решении стандартными средствами ANSYS. Также при тестировании выявлено, что время работы программы связано с размерностью сеточной модели линейным законом. После проведения экстраполяции этой зависимости был установлен порог эффективности алгоритма программы BILININ, когда время ра-

боты программы сравнялось с возможностями решения рассматриваемой задачи в ANSYS (рис. 5).

На рис. 5 ось ординат – это отношение количества элементов тепловой сеточной модели к количеству элементов прочностной ( $M_{\text{mesh}}$ ) при фиксированном значении числа элементов сетки прочностной задачи, ось абсцисс – время работы алгоритма разработанной программы (в таблице 2 соответствует строке «Выполнение интерполяции с помощью программы BILININ»). Представленная на графике зависимость получена по результатам тестирования алгоритма при количестве элементов тепловой модели 200, 500, 2000, 6000. Порогом эффективности алгоритма программы BILININ является величина 161 с при  $M_{\text{mesh}} = 0,0045$  (количество элементов тепловой сеточной модели 8951, прочностной 2000000).

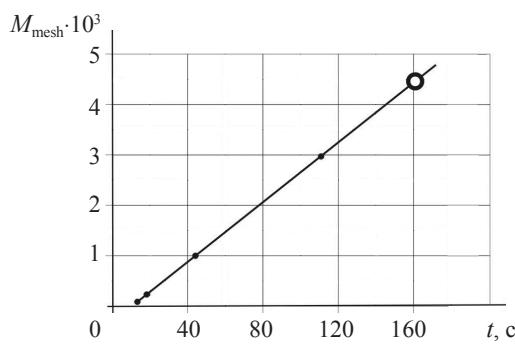


Рис. 5

Таким образом, при приближении размерности сеточной модели теплового расчета к сеточной модели прочностного (размерность сеточной модели прочностного анализа порядка  $10^7$  элементов) время операции интерполяции программы BILININ существенно возрастает.

Решением выявленной проблемы представляется использование технологий параллельных вычислений OpenMP [5] и MPI [6] в реализации алгоритмов блока «Сопоставление тепловой и прочностной модели конечных элементов» программы BILININ.

### Заключение

Разработан алгоритм полилинейной интерполяции на неравномерных сетках с учетом неполного совпадения расчетных областей тепловой и прочностной задач вблизи геометрических границ. Реализован программный код BILININ, использующий вышеуказанный алгоритм и представляющий технологию, позволяющую свести к минимуму риски взаимодействия в группе специалистов при обмене данными на разных этапах расчета связанной задачи и минимизировать временные издержки взаимодействия с графическим интерфейсом ANSYS и автоматизирующую все этапы решения связанной задачи «температурное состояние → напряженно-деформированное состояние». Выполнено тестирование разработанного программного кода, выявлены ограничения применения программы, даны рекомендации по их устранению.

#### *Список литературы*

1. <http://www.ansys.com>.
2. Банкрутенко В.В., Большухин М.А., Кайдалов В.Б., Болнов В.А., Будников А.В. *Расширение функциональных возможностей программного комплекса ANSYS* // Информационные технологии и вычислительные системы. 2007. №2. С. 74–79.
3. *ANSYS 14.5 Help*. Документация по программному комплексу ANSYS 14.5.7.
4. Кухлинг Х. *Справочник по физике*: Пер. с нем. М.: Мир, 1982. 520 с.
5. [http://parallel.ru/tech/tech\\_dev/openmp.html](http://parallel.ru/tech/tech_dev/openmp.html).
6. *A Message-Passing Interface Standard Version 2.1*. Message Passing Interface Forum June 23, 2008.

#### *References*

1. <http://www.ansys.com>.
2. Bankrutenko V.V., Bol'shukhin M.A., Kaydalov V.B., Bolnov V.A., Budnikov A.V. *Rashirenie funktsional'nykh vozmozhnostey programmnogo kompleksa ANSYS* // Informatsionnye tekhnologii i vychislitel'nye sistemy. 2007. №2. S. 74–79.
3. *ANSYS 14.5 Help*. Dokumentatsiya po programmnomu kompleksu ANSYS 14.5.7.
4. Kukhling Kh. *Spravochnik po fizike*: Per. s nem. M.: Mir, 1982. 520 s.
5. [http://parallel.ru/tech/tech\\_dev/openmp.html](http://parallel.ru/tech/tech_dev/openmp.html).
6. *A Message-Passing Interface Standard Version 2.1*. Message Passing Interface Forum June 23, 2008.

### **THE SOLUTION OF THE PROBLEM OF INTERPOLATION FOR THERMAL-STRENGTH PROBLEM**

**Bankrutenko V.V., Belokrylov P.Yu., Mokhina T.A., Poverennov E.Yu.**

*Afrikantov OCBM, Nizhni Novgorod, Russian Federation*

The approach of the problem of interpolation arising at the solution of the thermal-strength problem using software ANSYS taking into account distinction of the geometry of mesh models of thermal and strength problems is considered. For transfer of values of the temperature field from the thermal mesh to the strength mesh the algorithm of polylinear interpolation on the non-uniform grids taking into account mismatch of design domains of the thermal and strength problems near geometry boundaries is developed. The program code which realizes the correct solution of the problem of interpolation minimizes the calculation time and automatizes data exchange at the different stages of coupled problem calculation is realized and tested.

*Keywords:* coupled problem, thermal-force loading, finite element method, interpolation of thermal field.