

УДК 539.3

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОХОЖДЕНИЯ УПРУГИХ ВОЛН ЧЕРЕЗ ЗОНЫ НЕИДЕАЛЬНОГО КОНТАКТА С ПОМОЩЬЮ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ ПРУЖИННОГО ТИПА*

© 2015 г.

Голуб М.В., Дорошенко О.В.

Кубанский государственный университет, Краснодар, Российская Федерация

m_golub@inbox.ru

Поступила в редакцию 16.04.2015

Рассматривается волновая динамика разномодульных соединений с неидеальным контактом материалов. Используются две модели для описания зон неидеального контакта: граничные условия пружинного типа и распределенный набор микротрещин. Строится решение задачи о прохождении плоской упругой волны через зону неидеального контакта на основе обеих моделей. Приравнивание коэффициентов прохождения позволяет получить выражение для компонент матрицы жесткости в граничных условиях пружинного типа. Проводится сравнение с известными результатами и обсуждается возможность применения развиваемых моделей при идентификации зон неидеального контакта.

Ключевые слова: повреждение, упругие волны, граничные условия пружинного типа, трещина, распределенный набор трещин, неидеальный контакт.

Введение

Идентификация отслоений и трещин в слоистых материалах с помощью упругих волн – одно из направлений в неразрушающем контроле, продолжающих интенсивно развиваться одновременно с совершенствованием приборной базы. Задача обнаружения макродефектов может решаться с применением различных техник и методик, например см. [1, 2]. При этом следует отличать открытые, или «идеальные», трещины, которые математически описываются как поверхности, свободные от нормальных и касательных напряжений, и отслоения, которые являются зонами неидеального контакта или зонами концентрации макродефектов [3, 4]. Предполагается, что характерные размеры макродефектов малы по сравнению с длиной падающей волны, в противном случае говорят о макродефектах.

Зоны неидеального контакта – предвестники возникновения макродефекта, а их идентификация является еще более сложной задачей, нежели идентификация макродефектов типа раскрытой трещины, так как волновые поля, рассеянные на отслоениях, имеют меньшие амплитуды [5]. Наличие разномодульных соединений увеличивает риск формирования зон концентрации микротрещин. Кроме того, уп-

* Выполнено при поддержке Минобрнауки РФ (проект № 1.189.2014К), РФФИ и администрации Краснодарского края (проект № 13-01-96516).

ругие волны рассеиваются на границе раздела сред, что дополнительно усложняет идентификацию дефектов. Настоящее исследование развивает идеи работ [3, 4, 6], связанные с применением граничных условий пружинного типа для описания и обнаружения зон неидеального контакта. Эти граничные условия являются более общими, нежели модель раскрытой трещины, но более простыми и эффективными по сравнению с моделями с распределенными микродефектами. Выводятся соотношения для компонент матрицы жесткости в граничных условиях пружинного типа для полосовых и круговых микродефектов. Для случая полосовых микротрещин различных размеров обобщаются результаты, полученные в [6]. Схема оценки жесткости применяется также для набора одинаковых круговых микротрещин.

1. Граничные условия пружинного типа

Для описания зон неидеального контакта используется несколько подходов. Один из них заключается во введении распределенного или периодического набора микротрещин для описания зон неидеального контакта [3, 7]. Для случая одинаковых материалов по обе стороны от повреждения в работе [7] было продемонстрировано, что прохождение плоских упругих волн через поврежденную зону, описываемую различными вариантами распределения микротрещин, дает близкие результаты, тем лучше совпадающие, чем меньше характерный размер дефекта относительно длины волны [8]. Альтернативный подход заключается в моделировании зоны неидеального контакта тонким вязкоупругим слоем [8], что аналогично использованию граничных условий пружинного типа [3, 9]. Граничные условия пружинного типа вводятся для области неидеального контакта и записываются как условие непрерывности напряжений при скачке перемещений:

$$\sigma_{ij}^+ n_j = \sigma_{ij}^- n_j = \kappa_{ij} (u_j^+ - u_j^-). \quad (1)$$

Здесь κ_{ij} – элементы матрицы жесткости, \mathbf{n} – вектор нормали к границе раздела сред, а знаки «+» и «-» соответствуют контактирующим средам выше и ниже границы, тензор напряжений σ_{ij} выражается через перемещения u_i согласно закону Гука.

Соотношения для жесткости в граничных условиях пружинного типа могут иметь различный вид в зависимости от типа и характера повреждения. При контакте изотропных материалов у матрицы жесткости ненулевыми являются только диагональные компоненты. Кроме того, для полосовых отслоений в плоской постановке все диагональные элементы матрицы жесткости имеют равные значения [9], тогда как в трехмерном случае необходимо определить три диагональные компоненты, которые в общем случае могут иметь различные значения [10].

2. Общая схема определения компонент матрицы жесткости

Схема получения оценок для элементов матрицы жесткости \mathbf{K} основана на сопоставлении двух моделей, описывающих повреждение. Первая модель предполагает задание в области неидеального контакта граничных условий пружинного типа в виде (1), а вторая – задание распределенного набора микротрещин. В качестве уравнений движения рассматриваются уравнения Ламе, записываемые относительно вектора перемещений $\mathbf{u} = \{u_i\}$, $i = 1, 3$. Рассматривается распространение плоских продольных и поперечных упругих волн через зону неидеального контакта, распо-

ложенную между двумя упругими разнородными полупространствами, для описания повреждения используются оба подхода. Декартова система координат вводится таким образом, что ось z перпендикулярна границе, а оси x и y лежат с ней в одной плоскости. Для обеих задач определяются коэффициенты прохождения, приравнявая которые можно вывести итоговое соотношение для всех компонент матрицы жесткости (рис. 1).

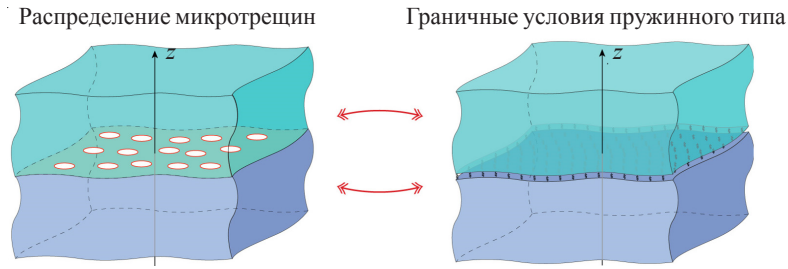


Рис. 1. Моделирование неидеального контакта между материалами

В случае падения плоской волны на границу раздела двух сред, на которой заданы граничные условия пружинного типа (в виде распределенной пружины), подстановкой представлений для плоских упругих волн в граничные условия (1) можно получить выражение для перемещений [9, 11]:

$$\mathbf{u}_s^{\kappa_s} = \begin{cases} \mathbf{p}_s (e^{ik_1s z} + R_s^{\kappa_s} e^{-ik_1s z}), & z < 0, \\ \mathbf{p}_s T_s^{\kappa_s} e^{ik_2s z}, & z > 0, \end{cases} \quad (2)$$

$$R_s^{\kappa_s} = \frac{ic_{1s}k_{1s}c_{2s}k_{2s} + \kappa_s(c_{1s}k_{1s} - c_{2s}k_{2s})}{ic_{1s}k_{1s}c_{2s}k_{2s} + \kappa_s(c_{1s}k_{1s} + c_{2s}k_{2s})}, \quad T_s^{\kappa_s} = \frac{2\kappa_s c_{1s}k_{1s}}{ic_{1s}k_{1s}c_{2s}k_{2s} + \kappa_s(c_{1s}k_{1s} + c_{2s}k_{2s})}.$$

Индекс s принимает значения 1 и 2, обозначающие соответственно падающие P- и S-волны ($\mathbf{p}_1 = \{0, 0, 1\}$, $\mathbf{p}_2 = \{1, 0, 0\}$), k_{js} – соответствующие волновые числа при круговой частоте колебаний ω . Индекс s у κ_s указывает на определяемую компоненту матрицы жесткости: для падающих P- и S-волн вычисляются соответственно $\kappa_1 = \kappa_{33}$ и $\kappa_2 = \kappa_{11} = \kappa_{22}$. Упругие модули $c_{j1} = \lambda_j + 2\mu_j$ и $c_{j2} = \mu_j$ выражены через константы Ламе λ_j и μ_j , индекс j указывает на полупространство.

В случае распределения трещин падающее волновое поле описывается представлением (2) при $\kappa_s \rightarrow \infty$. Удобно ввести плотность распределения трещин, или трещиноватость $C = S_{\text{трещ}}/S_{\text{общ}}$, где $S_{\text{трещ}}$ – площадь поврежденной (отслоившейся) области, то есть суммарная площадь трещин, $S_{\text{общ}}$ – общая рассматриваемая площадь на границе раздела сред. Тогда для описания волнового поля, рассеянного распределенным набором трещин, можно применить усреднение по ансамблю [3, 6]. Применение усреднения по ансамблю позволяет представить рассеянное волновое поле вдали от границ полупространств в виде плоских волн с амплитудами P_{js} , распространяющихся от плоскости $z = 0$:

$$\mathbf{u}_s^{\text{sc}} = \mathbf{p}_s \begin{cases} P_{1s} e^{ik_1s z}, & z < 0, \\ P_{2s} e^{ik_2s z}, & z > 0, \end{cases} \quad (3)$$

где s имеет тот же смысл, что и в (2). Для определения коэффициентов P_{js} к падающему $\mathbf{u}_s^{\text{in}} = \mathbf{u}_s^{\kappa_s = \infty}$ и рассеянному \mathbf{u}_s^{sc} полям применяется теорема Бетти – Рэлея:

$$\iint_S [u_i^{\text{in}} \sigma_{ij}^{\text{sc}} - u_i^{\text{sc}} \sigma_{ij}^{\text{in}}] n_j dS.$$

В качестве контура или поверхности интегрирования S в нижнем полупространстве выбирается параллелепипед S^- с вершинами в точках $(\pm x_0; \pm y_0; 0^-)$ и $(\pm x_0; \pm y_0; -z_0)$. Аналогично теорема Бетти–Рэлея применяется для параллелепипеда S^+ из верхнего полупространства симметрично к S^- относительно плоскости $z = 0$ с вершинами в точках $(\pm x_0; \pm y_0; 0^+)$ и $(\pm x_0; \pm y_0; z_0)$. Интегралы вдоль вертикальных плоскостей $x = \pm x_0$ в обоих случаях обращаются в ноль, а интегралы по горизонтальным плоскостям дают ненулевой вклад

$$\left(\iint_{z=z_0} - \iint_{z=-z_0} \right) [u_i^{\text{in}} \sigma_{ij}^{\text{sc}} - u_i^{\text{sc}} \sigma_{ij}^{\text{in}}] dx dy - \iint_{\Omega} \Delta v_i \sigma_{ij}^{\text{in}} dx dy = 0. \quad (4)$$

Здесь Ω – отслоившаяся область, а $\Delta v(x, y)$ – вектор-функция раскрытия трещин. Поскольку ненулевой вклад в интегралы дают лишь два слагаемых, то, подставляя выражения (2), (3) и используя закон Гука для вычисления напряжений, можно получить выражения для амплитуд рассеянного поля. При этом полный коэффициент прохождения \bar{T}_s выражается через среднее значение скачка смещений на трещине $\Delta \bar{v}_s$, который зависит от типа падающей волны и упругих модулей материалов [6]:

$$P_{1s} = -\frac{1}{2}(1 - R_s) C \mathbf{p}^s \Delta \bar{v}_s, \quad P_{2s} = -\frac{1}{2}(1 + R_s) C \mathbf{p}^s \Delta \bar{v}_s,$$

$$\bar{T}_s = T_s + P_{2s} = T_s \left(1 - \frac{1}{2} C \mathbf{p}^s \Delta \bar{v}_s \right), \quad \Delta \bar{v}_s = \frac{1}{S(\Omega)} \iint_{\Omega} \Delta v_s(x, y) dx dy,$$

$S(\Omega)$ – площадь одиночного микродефекта, $T_s = T_s^{\kappa_s = \infty}$, $T_s = 1 + R_s$. Приравнивание коэффициентов прохождения \bar{T}_s и $T_s^{\kappa_s}$ приводит к выражению для жесткостей

$$\kappa_s = \frac{c_{1s} k_{1s} c_{2s} k_{2s}}{c_{1s} k_{1s} + c_{2s} k_{2s}} \frac{1}{C \mathbf{p}^s \Delta \bar{v}_s}, \quad (5)$$

которое в случае падающей Р-волны (при $s = 1$) позволяет определить нормальную компоненту матрицы жесткости κ_{33} , тогда как тангенциальные компоненты $\kappa_{11} = \kappa_{22}$ определяются при $s = 2$. Таким образом, задача определения жесткости сведена к отысканию среднего значения скачка смещений на берегах трещины для каждого из двух рассматриваемых типов падающих волн.

3. Протяженные или полосовые повреждения (плоский случай)

Рассмотрим случай полосовых микродефектов, а именно задачу о рассеянии плоской упругой волны на границе раздела двух упругих сред, содержащей N полосовых трещин различной полуширины l_i , в предположении, что дефекты распределены случайным образом, а взаимодействием между ними можно пренебречь.

В этом случае можно применить схему, описанную в п. 2 для определения рассеянного поля (3). Так как полосовые трещины не ограничены вдоль оси y , то достаточно решить задачу в плоскости xOz и двукратные интегралы в (4) заменить на однократные по $[-x_0; x_0]$. Для трещин различной ширины трещиноватость можно ввести аналогично случаю одинаковых [9] по размеру трещин $C_{l_i} = \sum_{i=1}^N l_i / x_0$. Асимптотика функций раскрытия одиночной трещины малых размеров по сравнению с длиной падающих Р- и S-волн имеет следующее представление [6]:

$$\Delta \bar{V}_1^{\text{as}}(x) = i2H_1 \left(\frac{m_1}{m_3} \right) \sqrt{l^2 - x^2}, \quad \Delta \bar{V}_2^{\text{as}}(x) = i2H_2 \left(\frac{m_1}{m_3} \right) \sqrt{l^2 - x^2},$$

$$m_1 = \frac{1}{2} \left(\frac{\lambda_1 + 2\mu_1}{\mu_1(\lambda_1 + \mu_1)} + \frac{\lambda_2 + 2\mu_2}{\mu_2(\lambda_2 + \mu_2)} \right), \quad m_3 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\lambda_2 + \mu_2} - \frac{1}{\lambda_1 + \mu_1} \right),$$

$$H_s = \frac{c_{1s}k_{1s}c_{2s}k_{2s}}{c_{1s}k_{1s} + c_{2s}k_{2s}}.$$

Таким образом, можно выразить полный коэффициент прохождения

$$\bar{T}_s = T_s \left(1 - \frac{i}{4} C_{l_i} m_1 \pi l^* \right),$$

где

$$l^* = \frac{\hat{D} + (\hat{M})^2}{\hat{M}},$$

через выборочную оценку математического ожидания и дисперсии для набора трещин различных размеров:

$$\hat{M} = \sum_{i=1}^N \frac{l_i}{N}, \quad \hat{D} = \left(\sum_{i=1}^N l_i^2 - \frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^N l_i \right)^2 \right) \frac{1}{N}.$$

С учетом равенства коэффициентов прохождения для распределенной пружины $T_s^{\text{кв}}$ и для распределенного набора трещин \bar{T}_s , а также условия малости дефектов относительно длин падающих волн $\omega l^* \ll 1$ в плоском случае выражение (5) дает одинаковые значения для компонент матрицы жесткости в [3]:

$$\kappa_{11} = \kappa_{33} = \frac{8(1 + d_1)}{\pi m_1 C_{l_i} l^*}, \quad d_1 = \sqrt{1 + i\pi m_1 C_{l_i} l^*}. \quad (6)$$

Оценка (6) является обобщением результатов, полученных в [9], с которыми она, в частности, совпадает при одинаковых значениях размеров трещин ($l_i = l^*$).

4. Круговые микродефекты (трехмерная постановка)

Рассматривается зона неидеального контакта разномодульных материалов с произвольным распределением N круговых трещин, имеющих одинаковый радиус a . Распределение предполагается инвариантным относительно перестановок, поэтому вновь можно применять технику, описанную в п. 2. Трещиноватость в этом случае определяется как $C = N\pi a^2/(x_0 y_0)$, а среднее скачка смещений $\Delta \bar{V}_s$ в случае падения S-волны может определяться только численно [12–14], тогда как для P-волны можно построить асимптотику при $\omega a \ll 1$ и получить аналитическую оценку для скачка смещений через присоединенные полиномы Лежандра P_n^m :

$$\Delta v_{3(s=1)}^{\text{as}}(x, y) = \frac{8a\pi(m_1^2 - m_3^2)(m_1^2 + m_1 m_2 - m_3^2)}{4m_1\pi^2(m_1^2 + m_1 m_2 - m_3^2) - 27m_2 m_3^2} \cdot \frac{P_1^0 \sqrt{1 - (x^2 + y^2)/a^2}}{P_2^1(0)},$$

$$m_2 = \frac{1}{\mu_1} + \frac{1}{\mu_2}.$$

Рисунок 2 демонстрирует точность асимптотического решения $\Delta \bar{v}_s^{as}$ для круговых трещин в различных материалах.

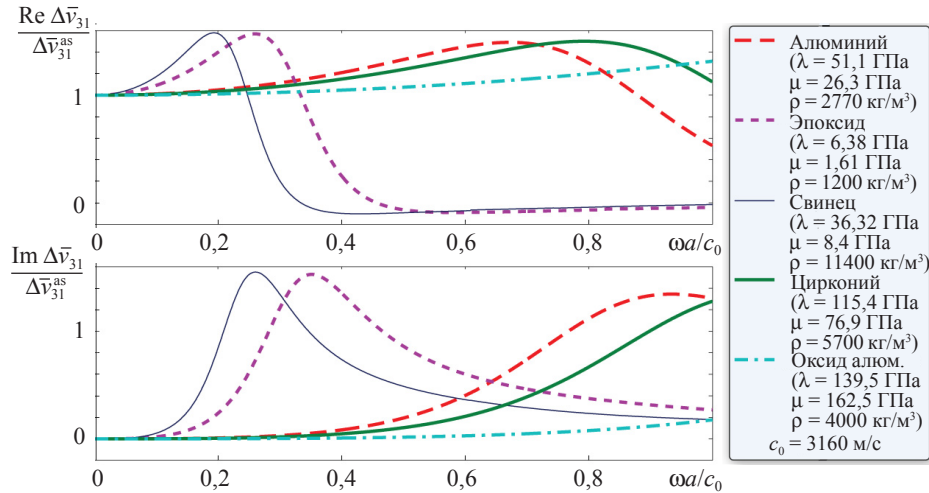


Рис. 2. Отношение точного и асимптотического средних значений вертикальных компонент скачков смещений при падении Р-волны на одиночную круговую трещину

Подстановка асимптотики в (5) дает нормальную компоненту матрицы жесткости, которая качественно очень близка к результатам, полученным при анализе квазистатики в [10]:

$$\kappa_{33} = \frac{3}{16C\alpha\pi} \left(\frac{27m_2m_3^2}{(m_1^2 - m_3^2)(m_1^2 + m_1m_2 - m_3^2)} - \frac{4\pi^2m_1}{m_1^2 - m_3^2} \right). \quad (7)$$

Развиваемый подход может быть использован для оценки степени и характера поврежденности композита по изменению волновых полей при прохождении поврежденного участка, например, при анализе дисперсионных характеристик [14]. Рисунок 3, на котором приведены групповые скорости упругих волн Лэмба для поврежденной и неповрежденной тонких протяженных пластин общей толщиной H , демонстрирует изменение групповых скоростей c_{gr} при неидеальном контакте ($\kappa_{33} = 263$ ГПа, $H = 0,002$ м). На рисунке обозначено: a_i – антисимметричная волна Лэмба, S_i – симметричная волна Лэмба, c_0 – скорость распространения поперечных волн в алюминии. Различие в дисперсионных характеристиках растет не только с ростом частоты, как видно из рис. 3, но и с увеличением поврежденности.

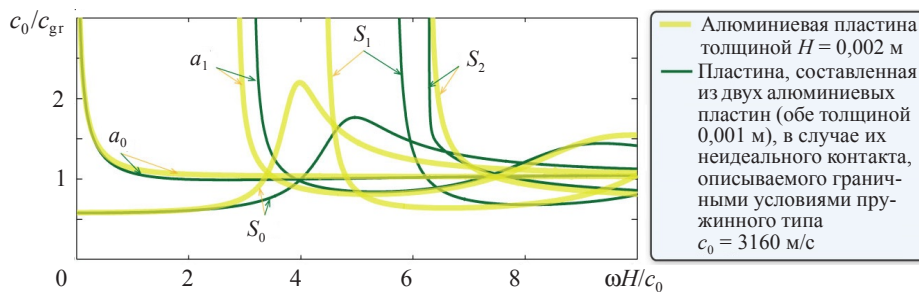


Рис. 3. Групповые скорости волн Лэмба для поврежденной и неповрежденной пластин

Заключение

Рассмотрена задача моделирования динамического поведения зон с неидеальным контактом материалов с помощью граничных условий пружинного типа. Получены оценки для компонент матрицы жесткости в граничных условиях пружинного типа, выраженные через упругие модули контактирующих материалов и характеристики поврежденной области. Выведенные соотношения (7) близки к оценкам для жесткости, полученным в работах [3, 6] для одинаковых и в работе [10] для различных материалов. Если в плоском случае диагональные компоненты матрицы жесткости имеют одинаковые значения [9, 10], то в трехмерном случае это не верно, что подтверждается как настоящей работой, так и несколькими другими исследованиями [10], где вывод основан на анализе периодических наборов микротрещин.

Авторы выражают благодарность проф. Е.В. Глушкову и проф. Н.В. Глушковой, а также А.А. Еремину и С.И. Фоменко за обсуждение результатов и ряд ценных замечаний.

Список литературы

1. Su Z., Ye L. *Lamb wave-based quantitative identification of delamination in CF/EP composite structures using artificial neural algorithm* // Composite Structures. 2004. V. 66. P. 627–637.
2. Kudela P., Radzienski M., Ostachowicz W. *Identification of cracks in thin-walled structures by means of wavenumber filtering* // Mechanical Systems and Signal Processing. 2015. V. 50–51. P. 456–466.
3. Baik J.M., Thompson R.B. *Ultrasonic scattering from imperfect interfaces: a quasi-static model* // Journal of Nondestructive Evaluation. 1984. V. 4. P. 177–196.
4. Tattersall H.G. *The ultrasonic pulse-echo technique as applied to adhesion testing* // Journal of Physics D: Applied Physics. 1973. V. 6. P. 819–832.
5. Немирович-Данченко М.М. *Возможности обнаружения множественной трещиноватости сплошной среды на основе оценки спектральной плотности энергии отраженного сигнала* // Физическая мезомеханика. 2013. Т. 16, № 1. С. 105–110.
6. Golub M. V., Boström A. *Interface damage modelled by spring boundary conditions for in-plane elastic waves* // Wave Motion. 2011. V. 48, No 2. P. 105–115.
7. Sotiropoulos D.A., Achenbach J.D. *Ultrasonic reflection by a planar distribution of cracks* // Journal of Nondestructive Evaluation. 1988. V. 7. P. 123–129.
8. Achenbach J.D., Zhang C. *Reflection and transmission of ultrasound by a region of damaged material* // Journal of Nondestructive Evaluation. 1990. V. 9. P. 22–32.
9. Rokhlin S.I., Wang Y.J. *Equivalent boundary conditions for thin orthotropic layer between two solids: reflection, refraction, and interface waves* // Journal of the Acoustical Society of America. 1992. V. 91. P. 1875–1887.
10. Lekesiz H., Katsube N., Rokhlin S., Seghi R.R. *Effective spring stiffness for a periodic array of interacting coplanar penny-shaped cracks at an interface between two dissimilar isotropic materials* // International Journal of Solids and Structures. 2013. V. 50. P. 2817–2828.
11. Гринченко В.Г., Мелешко В.В. *Гармонические колебания и волны в упругих телах*. Киев: Наукова думка, 1981. 284 с.
12. Krenk S., Schmidt H. *Elastic wave scattering by a circular crack* // Transactions of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences. 1982. V. 308. P. 167–198.
13. Глушков Е.В., Глушкова Н.В. *Дифракция упругих волн на пространственных трещинах произвольной в плане формы* // Прикладная математика и механика. 1996. Вып. 60. С. 282–289.

14. Balvantin A., Baltazar A., Aranda-Sanchez J.I. *A study of guided wave propagation on a plate between two solid bodies with imperfect boundary conditions* // International Journal of Mechanical Sciences. 2012. V. 63. P. 66–73.

References

1. Su Z., Ye L. *Lamb wave-based quantitative identification of delamination in CF/EP composite structures using artificial neural algorithm* // Composite Structures. 2004. V. 66. P. 627–637.
2. Kudela P., Radzienski M., Ostachowicz W. *Identification of cracks in thin-walled structures by means of wavenumber filtering* // Mechanical Systems and Signal Processing. 2015. V. 50–51. P. 456–466.
3. Baik J.M., Thompson R.B. *Ultrasonic scattering from imperfect interfaces: a quasi-static model* // Journal of Nondestructive Evaluation. 1984. V. 4. P. 177–196.
4. Tattersall H.G. *The ultrasonic pulse-echo technique as applied to adhesion testing* // Journal of Physics D: Applied Physics. 1973. V. 6. P. 819–832.
5. Nemirovich-Danchenko M.M. *Vozmozhnosti obnaruzheniya mnozhestvennoy treshchinovatosti sploshnoy sredy na osnove otsenki spektral'noy plotnosti energii otrazhennogo signala* // Fizicheskaya mezhmekhanika. 2013. T. 16, № 1. S.105–110.
6. Golub M. V., Boström A. *Interface damage modelled by spring boundary conditions for in-plane elastic waves* // Wave Motion. 2011. V. 48, No 2. P. 105–115.
7. Sotiropoulos D.A., Achenbach J.D. *Ultrasonic reflection by a planar distribution of cracks* // Journal of Nondestructive Evaluation. 1988. V. 7. P. 123–129
8. Achenbach J.D., Zhang C. *Reflection and transmission of ultrasound by a region of damaged material* // Journal of Nondestructive Evaluation. 1990. V. 9. P. 22–32.
9. Rokhlin S.I., Wang Y.J. *Equivalent boundary conditions for thin orthotropic layer between two solids: reflection, refraction, and interface waves* // Journal of the Acoustical Society of America. 1992. V. 91. P. 1875–1887.
10. Lekesiz H., Katsube N., Rokhlin S., Seghi R.R. *Effective spring stiffness for a periodic array of interacting coplanar penny-shaped cracks at an interface between two dissimilar isotropic materials* // International Journal of Solids and Structures. 2013. V. 50. P. 2817–2828.
11. Grinchenko V.G., Meleshko V.V. *Garmonicheskie kolebaniya i volny v uprugikh telakh*. Kiev: Naukova dumka, 1981. 284 s.
12. Krenk S., Schmidt H. *Elastic wave scattering by a circular crack* // Transactions of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences. 1982. V. 308. P. 167–198.
13. Glushkov E.V., Glushkova N.V. *Difraktsiya uprugikh voln na prostranstvennykh treshchinakh proizvol'noy v plane formy* // Prikladnaya matematika i mekhanika. 1996. Vyp. 60. S. 282–289.
14. Balvantin A., Baltazar A., Aranda-Sanchez J.I. *A study of guided wave propagation on a plate between two solid bodies with imperfect boundary conditions* // International Journal of Mechanical Sciences. 2012. V. 63. P. 66–73.

MODELING THE PROPAGATION OF ELASTIC WAVES THROUGH IMPERFECT CONTACT ZONES USING SPRING-TYPE BOUNDARY CONDITIONS

Golub M.V., Doroshenko O.V.

Kuban State University, Krasnodar, Russian Federation

The wave dynamics of hetero-modular couplings with an imperfect contact of the materials is considered. To describe the zones of imperfect contact, two models are used: spring-type boundary conditions and a distributed set of micro-cracks. The solution of the problem of a plane elastic wave propagating through an imperfect contact zone is constructed using both the models. By equating the propagation coefficients, it is possible to obtain the expression for the components of the stiffness matrix for the spring-type boundary conditions. The result is compared against the already known results; a possibility of applying the developed models for the identification of imperfect contact zones is discussed.

Keywords: damage, elastic waves, spring-type boundary conditions, crack, distributed crack set, imperfect contact.