

УДК 539.3

СРАВНЕНИЕ ФОРМ ТЕЛ ВРАЩЕНИЯ МИНИМАЛЬНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ И МАКСИМАЛЬНОЙ ГЛУБИНЫ ПРОНИКАНИЯ В ГРУНТ*

© 2015 г. Котов В.Л., Линник Е.Ю., Тарасова А.А.

*Научно-исследовательский институт механики
Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского,
Нижний Новгород, Российская Федерация*

vkotov@inbox.ru

Поступила в редакцию 18.12.2014

Приведены результаты сравнительного анализа численных решений задач определения формы тела вращения минимального сопротивления и максимальной глубины проникания в пластическую грунтовую среду. Оптимальные формы тел заданной длины и радиуса поперечного сечения с кусочно-линейным представлением образующей получены в рамках одной из модификаций метода локальных вариаций. Применяется двучленная квадратичная модель локального взаимодействия, включающая в себя инерционное и прочностное слагаемые. Проанализировано различие сил сопротивления и глубин внедрения конусов и полученных оптимальных форм при различных начальных скоростях удара. Для заданных параметров среды определены критические значения скоростей, при которых радиус переднего плоского торца оптимального тела становится равным нулю, а сам конус заданных длины и площади основания является абсолютно оптимальным телом. Отмечено существенное различие форм при значениях скоростей, близких к критическим, и сближение образующих с увеличением скорости.

Ключевые слова: грунтовая среда, тело вращения, минимальное полное сопротивление, максимальная глубина проникания, модель локального взаимодействия, оптимизация, метод локальных вариаций.

Введение

Исследование процессов удара и проникания жестких тел в грунты представляет собой сложную проблему, для эффективного решения которой совместно применяются экспериментальные и теоретические методы на основе известных моделей грунтовых сред [1–5]. Известные численно-аналитические методы определения контактных сил и глубин проникания ударников в основном базируются на гипотезе локального взаимодействия [2, 3, 5–8]. Простая связь контактного напряжения на

* Выполнено при частичном финансировании в рамках базовой части государственного задания Минобрнауки РФ (проект № 2014/134 2226), Программой государственной поддержки ведущих научных школ РФ (грант НШ-593.2014.8) и РФФИ (гранты 13-08-00531_а, 13-08-00658_а).

поверхности тела с его геометрией в рамках модели локального взаимодействия (МЛВ) позволяет также эффективно решать задачи поиска оптимальных форм проникающих тел и анализа устойчивости их движения [9–20]. В статьях [20–22] показана применимость гипотезы локальности для определения силы сопротивления внедрению в мягкий грунт острых конических тел. Известно [11, 14], что при длине, меньшей длины абсолютно оптимального конуса, оптимальные тела вращения с заданными длиной и радиусом миделя содержат торец. Для решения этой задачи необходимо применять численные методы. В настоящей статье разработанная ранее методика [23, 24] решения задачи определения тела вращения минимального сопротивления внедрению заданных длины и радиуса поперечного сечения модифицируется для расчета тел вращения максимальной глубины проникания в грунт.

1. Рассмотрим стадию развитого проникания ударника длиной L и радиусом миделя R , пренебрежем стадией внедрения головной части искомого ударника, обтекание которой грунтом будем полагать безотрывным. Введем цилиндрическую систему координат rOz , где Oz – ось симметрии, с началом отсчета в вершине тела – плоском торце радиуса $r_0 \leq R$, образующая тела описывается выпуклой кривой $r(z)$.

Полное осевое сопротивление F проникающего со скоростью V_0 тела имеет вид

$$F = (\rho_0 AV_0^2 + C\tau)\pi r_0^2 + \pi \int_{r_0}^R (\rho_0 AV_0^2 \alpha^2 + C\tau) dr^2 + \pi \int_{r_0}^R \tau \frac{\sqrt{1-\alpha^2}}{\alpha} dr^2, \quad (1)$$

$$\alpha = \frac{r'}{\sqrt{1+(r')^2}}, \quad r' = \frac{dr}{dz}.$$

Здесь первое слагаемое обусловлено напряжениями, действующими на передний плоский торец тела неизвестного радиуса r_0 , второе и третье слагаемые – соответственно нормальными и касательными напряжениями, действующими на боковую поверхность тела, ρ_0 – плотность грунта, A , C – постоянные коэффициенты двухчленной квадратичной МЛВ, τ – прочность грунта на сдвиг. Подобная модель применялась ранее при описании глинистого грунта или пластилина [3, 6, 19].

Рассмотрим две часто встречающиеся задачи оптимизации: определение такой выпуклой кривой $r(z)$, для которой полное сопротивление – функционал (1) – имеет минимум; поиск формы тела вращения, обеспечивающей максимальную глубину проникания S тела массы m при начальной скорости V_0 , то есть

$$F(r) \rightarrow \min; \quad S(r) = m \int_0^{V_0} \frac{VdV}{F(r)} \rightarrow \max, \quad r(0) = r_0, \quad r(L) = R.$$

Для приближенного решения задач оптимизации формы представим образующую искомого оптимального тела в виде ломаной с координатами $r_i = r(z_i)$, $i = \overline{1, N}$, аналогично работам [16, 17, 25]. Сила сопротивления внедрению такого тела с учетом (1) имеет вид

$$F = F_0 + \sum_{i=1}^N F_i, \quad (2)$$

$$F_0 = \pi(\rho_0 AV_0^2 + C\tau)r_0^2,$$

$$F_i = \pi \left(\rho_0 A V_0^2 \alpha_i^2 + C\tau + \frac{\sqrt{1-\alpha_i^2}}{\alpha_i} \tau \right) (r_i^2 - r_{i-1}^2), \quad i = \overline{1, N},$$

где координаты z_i распределяются по длине тела с шагом Δz_i , $\alpha_i = \Delta r_i / \sqrt{\Delta z_i^2 + \Delta r_i^2}$, $\Delta r_i = r_i - r_{i-1}$, $i = \overline{1, N}$, $r_N = R$.

Для решения второй задачи выражение (2) для силы сопротивления преобразуем следующим образом:

$$\begin{aligned} F &= A_2 V_0^2 + C_2, \\ A_2 &= \pi \rho_0 A r_0^2 + \pi \rho_0 A \left(\sum_{i=1}^N \alpha_i^2 (r_i^2 - r_{i-1}^2) \right), \\ C_2 &= \pi C \tau r_0^2 + \pi C \tau \sum_{i=1}^N (r_i^2 - r_{i-1}^2) + \pi \tau \sum_{i=1}^N \frac{\sqrt{1-\alpha_i^2}}{\alpha_i} (r_i^2 - r_{i-1}^2). \end{aligned}$$

Тогда глубина проникания тела вращения до полной остановки будет равна

$$S = \frac{m}{2A_2} \ln \left(\frac{A_2 V_0^2 + C_2}{C_2} + 1 \right).$$

Приближенное решение на основе известного метода локальных вариаций [25] предполагает сведение исходной задачи к задаче безусловной оптимизации: найти такой набор координат (r_0, \dots, r_{N-1}) для кусочно-линейной выпуклой образующей тела вращения, что величина $D(r_0, \dots, r_{N-1})$, представляющая собой или интегральную силу сопротивления внедрению F , или глубину проникания S , взятую с противоположным знаком, достигает минимума.

Таким образом, вектор неизвестных параметров $\mathbf{r} = \{r_i\}$, $i = \overline{0, N-1}$, определяет один из локальных экстремумов, для которых составляется система уравнений

$$\mathbf{D}'(\mathbf{r}) = \left\{ \partial D / \partial r_i \right\} = 0, \quad i = \overline{0, N-1}. \quad (3)$$

Система нелинейных уравнений (3) решается итерационным методом Ньютона, соотношения которого можно записать следующим образом:

$$\mathbf{D}''(\mathbf{r}^k)(\mathbf{r}^{k+1} - \mathbf{r}^k) = -\mathbf{D}'(\mathbf{r}^k), \quad \mathbf{D}''(\mathbf{r}^k) = \left\{ \frac{\partial^2 D}{\partial r_i \partial r_j} \right\}^k, \quad (4)$$

где k – номер итерации, $\mathbf{D}''(\mathbf{r}^k)$ – симметричная матрица.

Приращения компонент вектора координат на каждой итерации метода Ньютона (4) определяются решением системы алгебраических уравнений с трехдиагональной матрицей:

$$\left\{ \frac{\partial^2 D}{\partial r_i \partial r_j} \right\}^k \Delta r_j^{k+1} = - \left\{ \frac{\partial D}{\partial r_i} \right\}^k, \quad \Delta r_j^{k+1} = r_j^{k+1} - r_j^k, \quad i, j = \overline{0, N-1}. \quad (5)$$

Выражения для компонент левой и правой частей системы (5) в случае кусочно-линейного представления образующей приведены в [23]. В статье [24] эти величины определяются методом конечных разностей:

$$\frac{\partial D}{\partial r_i} = \frac{D_i^+ - D_i^-}{2\delta} + o(\delta^2), \quad \frac{\partial^2 D}{\partial r_i^2} = \frac{D_i^+ - 2D_i^0 + D_i^-}{\delta^2} + o(\delta^2),$$

$$\frac{\partial^2 D}{\partial r_i \partial r_j} = \frac{D_i^+ + D_i^- - D_{ij}^{+-} - 2D^0 - D_{ij}^{-+} + D_j^- + D_j^+}{2\delta^2} + o(\delta^2), \quad (6)$$

$$D^0 = D(r_0, \dots, r_{N-1}), \quad D_i^+ = D(r_0, \dots, r_i + \delta, \dots, r_{N-1}),$$

$$D_i^- = D(r_0, \dots, r_i - \delta, \dots, r_{N-1}),$$

$$D_{ij}^{+-} = D(r_0, \dots, r_i + \delta, \dots, r_j - \delta, \dots, r_{N-1}),$$

где δ – вариация координаты.

Вычисления проводятся до выполнения условия

$$\delta D^{k+1} = \frac{|D^{k+1} - D^k|}{D^{k+1}} < \varepsilon, \quad (7)$$

где ε – заданная точность.

Модифицированный таким образом алгоритм [23, 24] позволяет единообразно проводить вычисления при кусочно-линейном представлении образующей для определения как формы тела вращения минимального сопротивления внедрению с постоянной скоростью V_0 , так и максимальной глубины проникания при заданной начальной скорости. Для применения алгоритма необходимо конкретизировать способ расчета величины D .

2. Рассмотрим проникание ударников в пластичный грунт (глина или пластилин) с начальной плотностью $\rho_0 = 2$ г/см³ и прочностью на сдвиг $\tau = 1$ МПа. Для этого грунта определены [6, 19] следующие значения коэффициентов МЛВ: $A = 1$, $C = 10$. Относительное удлинение ударника $l = L/R = \sqrt{5}$.

В [24] было проанализировано различие сил сопротивления внедрению абсолютно оптимальных тел [12, 13] и полученных оптимальных форм при различных значениях удлинения тела и прочности среды. К аналогичным результатам приводит изменение скорости проникания.

Для заданных параметров среды и тела были определены значения скорости проникания V^* (начальной скорости удара), при которых площадь переднего плоского торца оптимального тела становится равной нулю, а сам конус заданных длины и наибольшей площади поперечного сечения является абсолютно оптимальным телом. Для задачи, в которой целевой функцией является сила сопротивления, критическая скорость $V^* = 63$ м/с. Во втором случае, когда целевая функция есть максимальная глубина проникания, $V^* = 93$ м/с. Для скоростей $V < V^*$ абсолютно оптимальным телом является конус большего угла раствора, дополненный до заданной длины иглой нулевого сечения [11], или тело с плоским торцом.

С увеличением скорости появляется передний торец с радиусом, растущим до значения, равного примерно $R/10$. На рис. 1 приведены образующие тел вращения, обладающих минимальным сопротивлением внедрению с постоянной скоростью V_0 (штриховая линия) и максимальной глубиной проникания (сплошная линия) при заданных начальных скоростях удара $V_0 = 100$ м/с (а), 200 м/с (б) и 1000 м/с (в). Отметим существенное различие форм при значениях скоростей, близких к критическим, и сближение образующих с увеличением скорости. При линейной параметризации образующей оптимального тела вращения с торцом (решение задачи с усеченным конусом впервые было получено И. Ньютоном) радиус переднего торца при больших скоростях был равен примерно $R/7$.

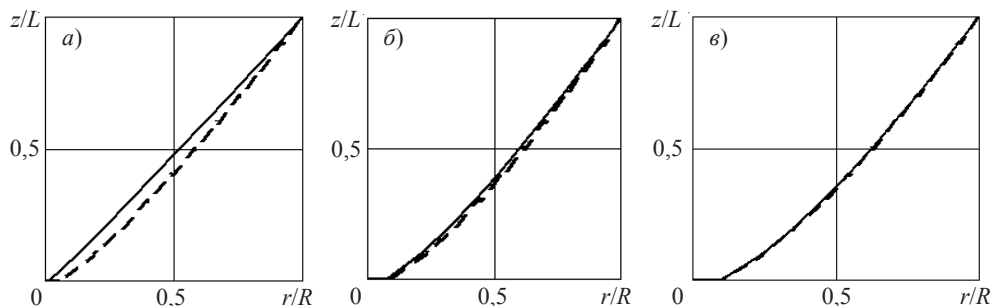


Рис. 1

Далее приводится сравнение характеристик оптимальных тел с конусом заданной длины и площади основания. На рис. 2 сплошные и штриховые кривые соответствуют относительным величинам $\delta_S = (S/S_c - 1) \cdot 100\%$ и $\delta_F = (F/F_c - 1) \cdot 100\%$, где S_c – глубина проникания и F_c – сила сопротивления внедрению конуса. Преимущества оптимальных затупленных тел вращения проявляются при высоких скоростях внедрения и находятся в пределах 10–20% для заданных параметров среды и тела. С ростом удлинения l отличия силовых характеристик оптимального затупленного тела с торцом и кругового конуса [23, 24] будут возрастать. Отметим также, что при высоких скоростях внедрения тело с минимальной силой сопротивления внедрению обладает также максимальной глубиной проникания.

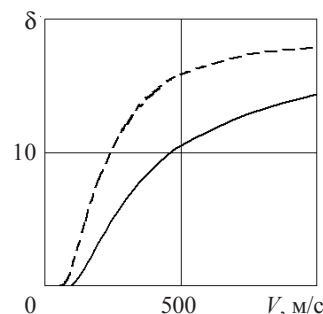


Рис. 2

Статья подготовлена по материалам, доложенным на научной конференции «Проблемы прочности, динамики и ресурса», посвященной 90-летию академика РАН Ф.М. Митенкова. Авторы считают своим приятным долгом поздравить Федора Михайловича с юбилеем и выразить благодарность за высокую оценку одной из первых работ авторов по данной тематике [18] и представление ее к печати.

Список литературы

1. Сагомоян А.А. Проникание. М.: Изд-во МГУ, 1974. 299 с.
2. Ben-Dor G., Dubinsky A., Elperin T. Engineering models of high speed penetration into geological targets // Central European Journal Engineering. 2014. №4(1) P. 1–9.
3. Велданов В.А., Марков В.А., Пусев В.И., Ручко А.М., Сотский М.Ю., Федоров С.В. Расчет проникания недеформируемых ударников в малопрочные преграды с использованием данных пьезоакселерометрии // ЖТФ. 2011. Т. 81, №7. С. 94–104.
4. Баженов В.Г., Котов В.Л. Математическое моделирование нестационарных процессов удара и проникания осесимметричных тел и идентификация свойств грунтовых сред. М.: Физматлит, 2011. 208 с.
5. Баженов В.Г., Котов В.Л. Решение задач о наклонном проникании осесимметричных ударников в мягкие грунтовые среды на основе моделей локального взаимодействия // ПММ. 2010. Т. 74. Вып. 3. С. 391–402.
6. Осипенко К.Ю. Проникание тела вращения в упругопластическую среду // Изв. РАН. МТТ. 2009. №2. С. 169–180.
7. Котов В.Л., Константинов А.Ю., Кибец Ю.И., Тарасова А.А., Власов В.П. Численное моделирование плоскопараллельного движения конических ударников в упругопластической среде // Проблемы прочности и пластичности: Межвуз. сб. / Нижегород. ун-т, 2013. Вып. 75 (4). С. 303–311.

8. Котов В.Л., Константинов А.Ю. Численное моделирование плоскопараллельного движения конических ударников в грунтовой среде на основе модели локального взаимодействия // Вычислительная механика сплошных сред. 2014. Т. 7, №3. С. 225–233.
9. Ben-Dor G., Dubinsky A., Elperin T. Shape optimization of high-speed penetrators: a review // Central European Journal Engineering. 2012. №2(4). P. 473–482.
10. Остапенко Н.А., Якунина Г.Е. О телах наименьшего сопротивления, двигающихся в средах при наличии закона локальности // Изв. РАН. МЖГ. 1992. №1. С. 95–106.
11. Остапенко Н.А. Тела вращения минимального сопротивления при движении в плотных средах // Успехи механики. 2002. №2. С. 105–149.
12. Якунина Г.Е. К построению оптимальных пространственных форм в рамках модели локального взаимодействия // ПММ. 2000. Т. 64. Вып. 2. С. 299–309.
13. Якунина Г.Е. Оптимальные формы движущихся в среде тел при учете трения // ПММ. 2005. Т. 69. Вып. 5. С. 759–774.
14. Баничук Н.В., Иванова С.Ю. Оптимизация формы жесткого тела, внедряющегося в сплошную среду // Проблемы прочности и пластичности: Межвуз. сб. / Нижегород. ун-т, 2007. Вып. 69. С. 47–57.
15. Баничук Н.В., Иванова С.Ю., Макеев Е.В. О проникании неосесимметричных тел в твердую деформируемую среду и оптимизация их формы // Изв. РАН. МТТ. 2008. №4. С. 176–183.
16. Ben-Dor G., Dubinsky A., Elperin T. Shape optimization of impactors against a finite width shield using a modified method of local variations // Mechanics Based Design of Structures and Machines. 2007. V. 35. P. 113–125.
17. Ben-Dor G., Dubinsky A., Elperin T. Modification of the method of local variations for shape optimization of penetrating impactors using the localized impactor/shield interaction models // Mechanics Based Design of Structures and Machines. 2007. V. 35. P. 1–14.
18. Баженов В.Г., Котов В.Л., Линник Е.Ю. О моделях расчета форм осесимметричных тел минимального сопротивления при движении в грунтовых средах // Докл. РАН. 2013. Т. 449, №2. С. 156–159.
19. Осипенко К.Ю. Об устойчивости пространственного движения тела вращения в упругопластической среде // Изв. РАН. МТТ. 2012. №2. С. 68–77.
20. Баженов В.Г., Баландин В.В., Григорян С.С., Котов В.Л. Анализ моделей расчета движения тел вращения минимального сопротивления в грунтовых средах // ПММ. 2014. Т. 78. Вып. 1. С. 1–10.
21. Котов В.Л., Баландин В.В., Линник Е.Ю., Баландин В.В. О применимости модели локального взаимодействия для определения сил сопротивления внедрению сферы в нелинейно-сжимаемый грунт // Вычислительная механика сплошных сред. 2012. Т. 5, №4. С. 135–142.
22. Котов В.Л., Баландин В.В., Брагов А.М., Линник Е.Ю., Баландин В.В. Применение модели локального взаимодействия для определения силы сопротивления внедрению ударников в песчаный грунт // Прикладная механика и техническая физика. 2013. Т. 54, №4. С. 114–125.
23. Котов В.Л., Линник Е.Ю. Численный расчет формы тела вращения минимального сопротивления движению в грунтовой среде в рамках модели локального взаимодействия // Проблемы прочности и пластичности: Межвуз. сб. / Нижегород. ун-т, 2013. Вып. 75 (4). С. 296–302.
24. Котов В.Л., Линник Е.Ю. Численный расчет оптимальной формы тела вращения при движении с постоянной скоростью в грунтовой среде // Вычислительная механика сплошных сред. 2014. Т. 7, № 2. С. 142–150.
25. Черноусько Ф.Л., Баничук Н.В. Вариационные задачи механики и управления. Численные методы. М.: Наука, 1973. 238 с.

References

1. Sagotonyan A.Ya. Pronikanie. М.: Izd-vo MGU, 1974. 299 s.
2. Ben-Dor G., Dubinsky A., Elperin T. Engineering models of high speed penetration into geological targets // Central European Journal Engineering. 2014. №4(1) P. 1–9.

3. *Veldanov V.A., Markov V.A., Pusev V.I., Ruchko A.M., Sotskiy M.Yu., Fedorov S.V.* Raschet pronikaniya nedeformiruemykh udarnikov v maloprochnye pregrady s ispol'zovaniem dannykh p'yezoakselerometrii // ZhTF. 2011. T. 81, №7. S. 94–104.
4. *Bazhenov V.G., Kotov V.L.* Matematicheskoe modelirovanie nestatsionarnykh protsessov udara i pronikaniya osesimmetrichnykh tel i identifikatsiya svoystv gruntovykh sred. M.: Fizmatlit, 2011. 208 s.
5. *Bazhenov V.G., Kotov V.L.* Reshenie zadach o naklonnom pronikanii osesimmetrichnykh udarnikov v myagkie gruntovye sredy na osnove modeley lokal'nogo vzaimodeystviya // PMM. 2010. T. 74. Vyp. 3. S. 391–402.
6. *Osipenko K.Yu.* Pronikanie tela vrashcheniya v uprugoplasticheskuyu sredu // Izv. RAN. MTT. 2009. №2. S. 169–180.
7. *Kotov V.L., Konstantinov A.Yu., Kibets Yu.I., Tarasova A.A., Vlasov V.P.* Chislennoe modelirovanie ploskoparallel'nogo dvizheniya konicheskikh udarnikov v uprugoplasticheskoy srede // Problemy prochnosti i plastichnosti: Mezhvuz. sb. / Nizhegorod. un-t, 2013. Vyp. 75 (4). S. 303–311.
8. *Kotov V.L., Konstantinov A.Yu.* Chislennoe modelirovanie ploskoparallel'nogo dvizheniya konicheskikh udarnikov v gruntovoy srede na osnove modeli lokal'nogo vzaimodeystviya // Vychislitel'naya mekhanika sploshnykh sred. 2014. T. 7, №3. S. 225–233.
9. *Ben-Dor G., Dubinsky A., Elperin T.* Shape optimization of high-speed penetrators: a review // Central European Journal Engineering. 2012. №2(4). P. 473–482.
10. *Ostapenko N.A., Yakunina G.E.* O telakh naimen'shego soprotivleniya, dvigayushchikhsya v sredakh pri nalichii zakona lokal'nosti // Izv. RAN. MZhG. 1992. №1. S. 95–106.
11. *Ostapenko N.A.* Tela vrashcheniya minimal'nogo soprotivleniya pri dvizhenii v plotnykh sredakh // Uspekhi mekhaniki. 2002. №2. S. 105–149.
12. *Yakunina G.E.* K postroeniyu optimal'nykh prostranstvennykh form v ramkakh modeli lokal'nogo vzaimodeystviya // PMM. 2000. T. 64. Vyp. 2. S. 299–309.
13. *Yakunina G.E.* Optimal'nye formy dvizhushchikhsya v srede tel pri uchete treniya // PMM. 2005. T. 69. Vyp. 5. S. 759–774.
14. *Banichuk N.V., Ivanova S.Yu.* Optimizatsiya formy zhestkogo tela, vnedryayushchegosya v sploshnyuyu sredu // Problemy prochnosti i plastichnosti: Mezhvuz. sb. / Nizhegorod. un-t, 2007. Vyp. 69. S. 47–57.
15. *Banichuk N.V., Ivanova S.Yu., Makeev E.V.* O pronikanii neosesimmetrichnykh tel v tverduyu deformiruemyuyu sredu i optimizatsiya ikh formy // Izv. RAN. MTT. 2008. №4. S. 176–183.
16. *Ben-Dor G., Dubinsky A., Elperin T.* Shape optimization of impactors against a finite width shield using a modified method of local variations // Mechanics Based Design of Structures and Machines. 2007. V. 35. P. 113–125.
17. *Ben-Dor G., Dubinsky A., Elperin T.* Modification of the method of local variations for shape optimization of penetrating impactors using the localized impactor/shield interaction models // Mechanics Based Design of Structures and Machines. 2007. V. 35. P. 1–14.
18. *Bazhenov V.G., Kotov V.L., Linnik E.Yu.* O modelyakh rascheta form osesimmetrichnykh tel minimal'nogo soprotivleniya pri dvizhenii v gruntovykh sredakh // Dokl. RAN. 2013. T. 449, №2. S. 156–159.
19. *Osipenko K.Yu.* Ob ustoychivosti prostranstvennogo dvizheniya tela vrashcheniya v uprugoplasticheskoy srede // Izv. RAN. MTT. 2012. №2. S. 68–77.
20. *Bazhenov V.G., Balandin V.V., Grigoryan S.S., Kotov V.L.* Analiz modeley rascheta dvizheniya tel vrashcheniya minimal'nogo soprotivleniya v gruntovykh sredakh // PMM. 2014. T. 78. Vyp. 1. S. 1–10.
21. *Kotov V.L., Balandin V.V., Linnik E.Yu., Balandin V.V.* O primenimosti modeli lokal'nogo vzaimodeystviya dlya opredeleniya sil soprotivleniya vnedreniyu sfery v nelineyno-szhimaemyy grunt // Vychislitel'naya mekhanika sploshnykh sred. 2012. T. 5, №4. S. 135–142.
22. *Kotov V.L., Balandin V.V., Bragov A.M., Linnik E.Yu., Balandin V.V.* Primenenie modeli lokal'nogo vzaimodeystviya dlya opredeleniya sily soprotivleniya vnedreniyu udarnikov v peschanyy grunt // Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika. 2013. T. 54, №4. S. 114–125.
23. *Kotov V.L., Linnik E.Yu.* Chislennyy raschet formy tela vrashcheniya minimal'nogo soprotivleniya dvizheniyu v gruntovoy srede v ramkakh modeli lokal'nogo vzaimodeystviya // Prob-

lemy prochnosti i plastichnosti: Mezhvuz. sb. / Nizhegorod. un-t, 2013. Vyp. 75 (4). S. 296–302.

24. Kotov V.L., Linnik E.Yu. Chislennyy raschet optimal'noy formy tela vrashcheniya pri dvizhenii s postoyannoy skorost'yu v gruntovoy srede // Vychislitel'naya mekhanika sploshnykh sred. 2014. T. 7, № 2. S. 142–150.

25. Chernous'ko F.L., Banichuk N.V. Variatsionnye zadachi mekhaniki i upravleniya. Chislennyye metody. M.: Nauka, 1973. 238 s.

COMPARING THE FORMS OF THE BODIES OF REVOLUTION OF MINIMAL RESISTANCE AND OF MAXIMAL DEPTH OF PENETRATION INTO THE GROUND

Kotov V.L., Linnik E.Yu., Tarasova A.A.

The results of a comparative analysis of numerical solutions of problems of determining the form of the body of minimal resistance and maximal depth of penetration into a plastic soil are presented. Optimal forms of the bodies of the assigned length and cross-section radius with a piecewise-linear presentation of the generatrix are obtained in the framework of one of the modifications of the local variation method. A binomial quadratic model of local interaction including inertial and strength components is used. The difference between the resistance forces and penetration depths of cones and those of the obtained optimal forms for various initial impact velocities has been analyzed. For a medium with assigned parameters, critical velocities have been determined for which the radius of the frontal flat end of an optimal body comes to be equal to zero, whereas the cone of an assigned length and cross-section area is an absolutely optimal body. A considerable difference between the forms for velocity values close to critical is noted, as well as the approach of the generatrices with the increasing velocity.

Keywords: soil medium, body of revolution, minimal total resistance, maximal penetration depth, local interaction model, optimization, local variation method.