

УДК 539.3

## РОЛЬ МИКРОГЕОМЕТРИИ ПОВЕРХНОСТИ ПРИ ФРИКЦИОННОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ВЯЗКОУПРУГИХ ТЕЛ\*

© 2015 г.

Горячева И.Г.

*Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН,  
Москва, Российская Федерация*

goryache@ipmnet.ru

*Поступила в редакцию 19.12.2014*

Представлены математические модели, позволяющие изучить влияние параметров микрогеометрии поверхности на контактные характеристики и силу трения при скольжении жесткого тела, поверхность которого имеет регулярный рельеф, по тонкому вязкоупругому слою, сцепленному с жестким или упругим основанием. Рассмотрены различные формы поверхностного рельефа (одномерная и двоякопериодическая синусоидальная волнистость, сферические выступы) и разные условия контактного взаимодействия (контакт сухих и смазанных поверхностей). В случае контакта сухих поверхностей учитывается адгезионное (молекулярное) взаимодействие между ними, описываемое аппроксимацией Можи – Дагдейла потенциала Леннарда – Джонса.

*Ключевые слова:* регулярный рельеф, вязкоупругий слой, фрикционное взаимодействие, адгезия, деформационная составляющая силы трения.

Спектр материалов, обладающих вязкоупругими свойствами и работающих в условиях фрикционного контакта, достаточно широк (резины, высокоэластичные полимеры, композиционные материалы на их основе). Все эти материалы при фрикционном взаимодействии характеризуются диссипацией энергии вследствие их несовершенной упругости. Возникающая при этом сила трения существенно зависит от механических и релаксационных характеристик поверхностных слоев взаимодействующих тел. Другим фактором, в значительной степени влияющим на силу трения, является их микрогеометрия. Именно она определяет частоту взаимодействия материала и время его нахождения в контакте с контртелом. Исследование совместного действия этих факторов является важным при разработке способов управления силами трения в контакте тел, обладающих несовершенной упругостью поверхностных слоев. Ряд аспектов этой проблемы изучался в работах [1–7].

В настоящей статье представлены некоторые математические модели, позволяющие изучить влияние параметров микрогеометрии поверхности на контактные характеристики и силу трения при скольжении жесткого тела, поверхность которого имеет регулярный рельеф, по тонкому вязкоупругому слою, сцепленному с жест-

---

\* Выполнено при финансовой поддержке РНФ (грант №14-29-00198).

ким или упругим основанием. Поскольку условия взаимодействия также оказывают существенное влияние на силу трения, то рассмотрены отдельно случаи граничного и сухого трения, для которого существенными становятся силы молекулярного взаимодействия поверхностей.

## 1. Моделирование контактного взаимодействия в условиях граничного трения

**1.1. Плоская контактная задача о скольжении тела с волнистой поверхностью по вязкоупругому слою.** Контактная задача в плоской постановке о скольжении с постоянной скоростью  $V$  упругого индентора, форма контактирующей поверхности которого описывается периодической (с периодом  $l$ ) функцией, по поверхности тонкого вязкоупругого слоя, сцепленного с упругим основанием (рис. 1), исследована в [8, 9]. Рассмотрены две различные модели вязкоупругого слоя – модель Максвелла и модель Кельвина, обладающая ограниченной ползучестью, для которой соотношение между перемещениями верхней границы слоя  $v_3$  в направлении оси  $Oy$  и нормальным давлением  $p(x, t)$  имеет следующий вид:

$$v_3 + T_\epsilon \frac{\partial v_3}{\partial t} = \frac{H}{E_L} \left( p + T_\sigma \frac{\partial p}{\partial t} \right), \quad (1.1)$$

где  $T_\epsilon$  и  $T_\sigma$  – времена последействия и релаксации,  $E_L$  – длительный модуль упругости,  $H$  – толщина слоя.

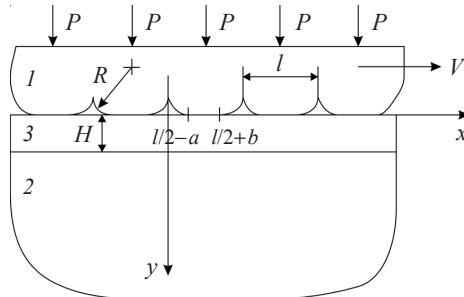


Рис. 1

Поскольку вязкоупругий слой, описываемый одномерной моделью (1.1), жестко сцеплен с упругой полу平面ностью, перемещения  $v_2$  ее границы связаны с действующим на нее давлением, распределенным периодически внутри площадок контакта  $[(2n+1)l/2 - a, (2n+1)l/2 + b]$ ,  $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ , соотношением [10]:

$$v_2(x) = -\frac{2(1-\nu^2)}{\pi E_2} \int_{l/2-a}^{l/2+b} p(x') \ln \left| 2 \sin \frac{\pi(x' - x)}{l} \right| dx'. \quad (1.2)$$

Здесь  $E_2$  и  $\nu$  – соответственно модуль упругости и коэффициент Пуассона основания. Добавляя к соотношениям (1.1) и (1.2) условие периодичности  $v_3(x) = v_3(x + l)$  и условие контакта, которое для жесткого индентора примет вид:

$$v_2(x) + v_3(x) = D - f(x), \quad x \in [(2n+1)l/2 - a, (2n+1)l/2 + b], \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

( $f(x)$  – форма выступа индентора,  $D$  – сближение тел за счет их деформирования), после некоторых преобразований получим линейное интегро-дифференциальное уравнение вида:

$$\int_{-1}^1 \tilde{p}(\xi') H(\xi, \xi') d\xi' + A\tilde{p}(\xi) + B\tilde{p}'(\xi) = G(\xi) \quad (1.3)$$

для определения безразмерных контактных давлений

$$\tilde{p}(\xi) = \frac{2(1-v^2)}{\pi E} p \left( \frac{b-a+l}{2} + \frac{a+b}{2} \xi \right) \quad \xi \in [-1, 1].$$

Функции  $H(\xi, \xi')$  и  $G(\xi)$ , определенные в [9], и постоянные  $A$  и  $B$  зависят от механических характеристик вязкоупругого слоя (величин  $E_L, T_\epsilon, T_\sigma$ ), его толщины  $H$ , упругих характеристик основания (величин  $E_2$  и  $v$ ), а также радиуса кривизны отдельного выступа  $R$  и расстояния между выступами  $l$ . Для определения неизвестных размеров единичных зон контакта (величины  $(a+b)$ ), а также внедрения  $D$  при заданных нагрузках  $P$  на отдельный выступ использовались условия равновесия

$$\int_{-1}^1 \tilde{p}(\xi) d\xi = \tilde{P}, \quad \tilde{P} = \frac{2P(1-v^2)}{\pi ER} \quad (1.4)$$

и непрерывности давлений на краях площадок контакта в силу гладкости выступов:

$$\tilde{p}(-1) = \tilde{p}(1) = 0. \quad (1.5)$$

Численное решение системы уравнений (1.3), (1.4) и (1.5) осуществлялось путем сведения их к линейной алгебраической системе, которая, в свою очередь, решалась методом итераций. Полученное решение использовано для анализа влияния свойств тонкого поверхностного слоя и параметров рельефа поверхности индентора на распределение контактных и внутренних напряжений, а также на размер и смещение единичных зон контакта [9]. Показано, что область контакта и контактные давления на ней распределены несимметрично относительно оси симметрии отдельного выступа, при этом сближение выступов приводит к уменьшению этой несимметрии.

Установлена зависимость деформационной составляющей силы трения, возникающей при скольжении индентора, от параметров его рельефа и реологических характеристик поверхностного слоя. В частности, показано (рис. 2), что деформационная составляющая коэффициента трения  $\mu_d = T/P$  ( $T$  – сила сопротивления на одном периоде, возникающая за счет гистерезисных потерь в поверхностном слое при скольжении индентора) является немонотонной функцией параметра  $\zeta_0 = (a+b)/(2VT_\epsilon)$  и стремится к нулю при  $\zeta_0 \rightarrow 0$  и  $\zeta_0 \rightarrow \infty$ . Эти предельные случаи соответствуют решению задачи в упругой постановке.

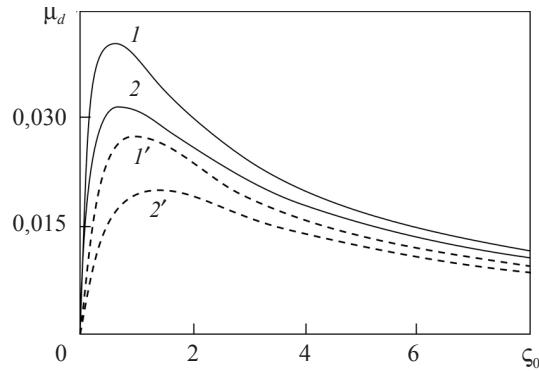


Рис. 2

Результаты, представленные на рис. 2, получены при следующих значениях безразмерных параметров:

$$\beta_\varepsilon = \frac{H\pi E}{2(1-\nu^2)RE_L} = 10, \quad \tilde{P} = \frac{2(1-\nu^2)P}{\pi ER} = \frac{1}{15}$$

и  $T_\varepsilon/T_\sigma = 50$  (сплошные линии),  $T_\varepsilon/T_\sigma = 5$  (штриховые линии). При этом кривые  $l$  и  $l'$  построены при  $l/(2R) = 5$ , а кривые  $2$  и  $2'$  – при  $l/(2R) = 1$ . Сравнение кривых показывает, что увеличение параметра  $T_\varepsilon/T_\sigma$ , характеризующего вязкость слоя, а также уменьшение расстояния между выступами приводят к росту коэффициента трения. Однако если длина  $(l - a - b)$  участка между площадками контакта достаточно мала и выполняется неравенство  $(l - a - b)/V \ll T_\varepsilon$ , слой не успевает восстановить свою форму, что приводит к уменьшению области контакта и ее сдвига и, следовательно, к уменьшению коэффициента трения. Этот случай подробно исследован в [9, 10]. Там же показано, что учет упругости индентора и основания приводит к уменьшению смещения площадки контакта и, соответственно, коэффициента трения, что наиболее существенно проявляется при больших значениях параметра  $T_\varepsilon V/R$ , то есть при больших скоростях скольжения.

**1.2. Пространственная задача о скольжении периодической системы штампов по вязкоупругому основанию.** Пространственная контактная задача о скольжении системы неровностей по вязкоупругому слою, свойства которого описываются обобщенной моделью Кельвина со спектром времен релаксации, исследована в [11]. Рассмотрена контактная задача об установившемся прямолинейном скольжении по вязкоупругому слою в направлении оси  $x$  со скоростью  $V$  штампа с регулярным рельефом, описываемым двоякопериодической функцией  $F(x, y)$ :  $F(x + nl_1, y + ml_2) = F(x, y)$ ,  $n = 1, 2, \dots, \infty$ ;  $m = 1, 2, \dots, \infty$ ;  $l_1$  и  $l_2$  – расстояния между соседними выступами штампа по осям  $x$  и  $y$  соответственно.

Область контакта штампа со слоем представляет собой совокупность дискретных пятен контакта  $\Omega$ . На каждом отдельном пятне контакта нормальные смещения границы вязкоупругого слоя  $w(x, y)$  удовлетворяют условию контактного взаимодействия ( $z = 0$ ):

$$w(x, y) = D + F(x, y), \quad (x, y) \in \Omega, \quad (1.6)$$

где  $D$  – сближение тел за счет деформирования.

Тангенциальные напряжения на границе вязкоупругого слоя отсутствуют, нормальные напряжения удовлетворяют условию

$$\sigma_z(x, y) = 0, \quad (x, y) \notin \Omega. \quad (1.7)$$

Налагаем условие периодичности на распределение контактного давления  $p(x, y)$ ,  $(x, y) \in \Omega$ :

$$p(x, y) = p(x + nl_1, y + ml_2); \quad m = 1, 2, \dots, \infty; n = 1, 2, \dots, \infty. \quad (1.8)$$

На границе  $\Gamma_\Omega$  области  $\Omega$  выполняется граничное условие

$$p(x, y)|_{\Gamma_\Omega} = 0. \quad (1.9)$$

Контактные давления удовлетворяют также условию равновесия:

$$\iint_{\Omega} p(x, y) dx dy = P, \quad (1.10)$$

где  $P$  – нормальная нагрузка, действующая на вершину единичного выступа и связанная с номинальным давлением  $p_n$  соотношением:

$$P = p_n l_1 l_2. \quad (1.11)$$

Вязкоупругий слой толщиной  $H$  скреплен с жестким основанием. Свойства слоя описываются моделью Кельвина, согласно которой деформации слоя  $\varepsilon = w/H$  связаны с давлением  $p$  соотношениями:

$$\begin{aligned} \sigma_i + \frac{\lambda_i}{1+\alpha_i} \frac{d\sigma_i}{dt} &= \frac{E_{li}}{1+\alpha_i} \left( \varepsilon + \lambda_i \frac{d\varepsilon}{dt} \right), \\ p &= \sum_{i=1}^n \sigma_i, \end{aligned} \quad (1.12)$$

где  $\lambda_i/(1+\alpha_i) = T_{\sigma i}$  – спектр времен релаксации;  $\lambda_i = T_{\varepsilon i}$  – спектр времен последействия;  $E = \sum_{i=1}^n E_{li}$  и  $E_* = \sum_{i=1}^n E_{li}/(1+\alpha_i)$  – мгновенный и длительный модули упругости слоя. Эта модель является обобщением соотношений (1.1) на случай материала, обладающего спектром времен релаксации.

Решение задачи строится методом полос, который является точным для одномерной модели вязкоупругого слоя. Поверхность слоя разбивается на периоды, представляющие собой прямоугольники со сторонами  $l_1$  и  $l_2$ . Внутри каждого прямоугольника находится неизвестная область контакта  $\Omega$ . В свою очередь, сам прямоугольник разбивается на  $m$  тонких полос, параллельных направлению скольжения. Для каждой полосы решается контактная задача в плоской постановке.

Для заданного внедрения  $D$  контур пятна контакта для каждой полосы определяется методом итераций. Условием сходимости является отсутствие зон с отрицательным контактным давлением и отсутствие давления на границе пятна контакта. Таким образом, итерационно определив контур пятна контакта и контактное давление для каждой полосы, получим распределение контактного давления в рассматриваемом прямоугольнике. Поскольку отдельный выступ симметричен относительно оси  $x$ , контактные давления достаточно определить в половине рассматриваемого прямоугольника.

Проекции сил, действующих на один выступ, определяются путем интегрирования по единичной площадке контакта  $\Omega$  проекций контактного давления на оси  $x$  и  $z$ :

$$\begin{aligned} P &= \iint_{\Omega} p(x, y) \sin \alpha dx dy, \\ T &= \iint_{\Omega} p(x, y) \cos \alpha dx dy. \end{aligned} \quad (1.13)$$

Здесь  $\alpha$  – угол между направлением контактного давления и осью  $z$ .

Если задано не внедрение системы неровностей  $D$ , а нагрузка  $P$ , то соответствующее ей внедрение выступов  $D$  в вязкоупругий слой определяется итерационным путем. Тангенциальная сила  $T$  направлена против движения выступа и представляет собой деформационную составляющую силы трения, которая связана с гистерезисными потерями в вязкоупругом материале. Деформационная составляющая коэффициента трения рассчитывается по формуле:  $\mu_d = T/P$ .

Построенная модель позволяет варьировать геометрическими характеристиками системы неровностей (высота неровностей, расстояние между ними), а также

рассматривать различную форму выступа. Проведен сравнительный анализ распределения контактных давлений для двух форм выступов, характеризующихся одинаковыми периодами и высотами (высота  $h = 2 \cdot 10^{-4}$  м; период  $l_1 = l_2 = l = 10^{-3}$  м) и различными формами выступов. При этом нагрузка на единичный выступ в обоих случаях принималась  $P_z = 8 \cdot 10^{-6}$  Н (что соответствовало номинальному давлению  $p_n = 8$  Па), а скорость скольжения  $V = 0,5$  м/с. Первая система неровностей характеризовалась сферической формой контактирующей части неровности (радиус кривизны  $R = 2 \cdot 10^{-4}$  м), вторая описывалась двоякоперiodической синусоидальной функцией:

$$f(x, y) = h \cos^2 \frac{\pi x}{l} \cos^2 \frac{\pi y}{l}. \quad (1.14)$$

Распределение контактного давления для симметричной половины периода (в рассматриваемом случае это квадрат со стороной  $l$ ) показано на рис. 3.

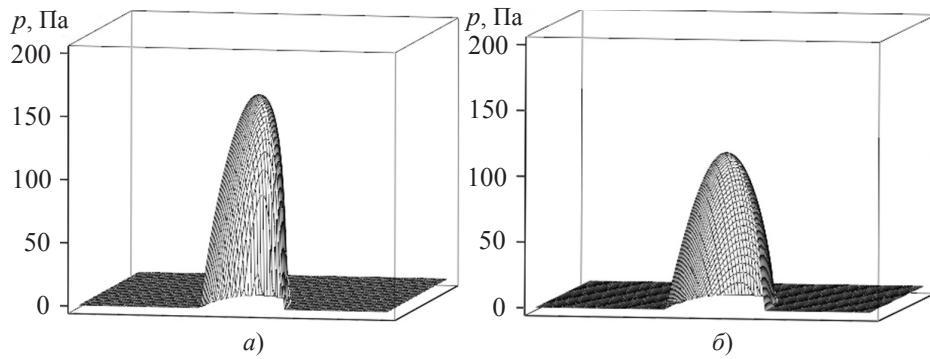


Рис. 3

Из графиков следует, что для исследуемого нагрузочно-скоростного режима давления под единичным сферическим выступом (рис. 3а) характеризуются большими максимальными значениями и распределены по меньшей области контакта, чем давления для синусоидального выступа (рис. 3б). Расчеты, проведенные в [11], позволили выявить некоторые новые механические эффекты, связанные с пространственным расположением выступов. В частности, для синусоидальной формы выступов установлена возможность слияния областей контакта в направлении, перпендикулярном направлению скольжения, при некоторых скоростях скольжения индентора. При увеличении скорости наблюдается их разъединение и уменьшение фактической области контакта за счет эффекта «всплытия» индентора, при этом максимальное значение давления увеличивается, а распределение давления становится близким к осесимметричному распределению относительно оси симметрии выступа и стремится к упругому решению, соответствующему мгновенному модулю упругости.

## 2. Моделирование контактного взаимодействия при наличии в зазоре сил молекулярного притяжения (контакт сухих поверхностей)

С целью изучения совместного влияния несовершенной упругости реальных тел, микрогеометрии их поверхностей и адгезионного взаимодействия между ними на контактные характеристики (распределение контактных давлений, область факти-

ческого контакта) и силу трения скольжения построено решение контактной задачи в плоской постановке о скольжении жесткого тела с регулярным рельефом по границе вязкоупругого основания с учетом молекулярного притяжения поверхностей в зазоре между ними [12].

Рассмотрено скольжение с постоянной скоростью  $V$  вдоль оси  $Ox$  жесткого волнистого тела, поверхность которого описывается периодической функцией  $f(x) = h \sin^2(\pi x/l)$ ,  $h \ll l$ , где  $h$  и  $l$  – соответственно высота и длина волны по вязкоупругому основанию (рис. 4), механические свойства которого описываются одномерной линейной моделью Кельвина (1.1). Считается, что контактное давление  $p(x, y, t)$  действует в направлении нормали к поверхности вязкоупругого основания, в этом же направлении имеет место перемещение границы основания  $v_3(x, y, t)$ . Перемещение границы основания в направлении оси  $z$  обозначим  $w_z(x, y, t)$ . Поскольку граница волнистого тела является пологой ( $h \ll l$ ), то можно предполагать, что граница вязкоупругого основания при взаимодействии с ним тоже остается пологой, то есть  $\partial w_z / \partial x \ll 1$ . Тогда можно считать, что величины  $p$  и  $v_3$  равны по величине своим проекциям на ось  $z$ :  $p_z$  и  $w_z$  соответственно, так как  $p_z = p \cos [\arctg(\partial w_z / \partial x)] \approx p$  и аналогично  $v_3 \approx w_z = w$ .

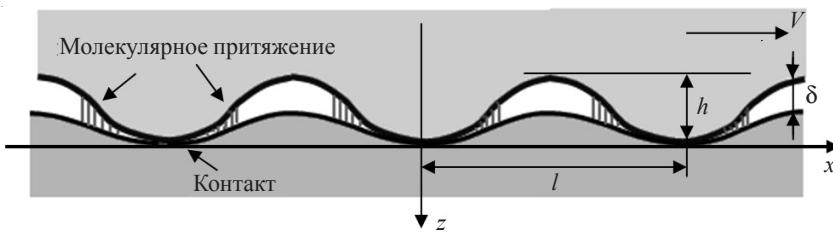


Рис. 4

При существовании адгезионного (молекулярного) притяжения между поверхностями на границе вязкоупругого основания действует отрицательное адгезионное напряжение  $p = -p_a(\delta)$ , где  $\delta$  – величина зазора между поверхностями. Согласно модели Можи – Дагдейла [13], зависимость адгезионного напряжения от зазора между поверхностями имеет вид одной ступеньки:

$$p_a(\delta) = \begin{cases} p_0, & 0 < \delta \leq \delta_0, \\ 0, & \delta > \delta_0, \end{cases} \quad (2.1)$$

где  $\delta_0$  – максимальная величина зазора между поверхностями, на котором действует адгезионное притяжение. Поверхностная энергия взаимодействия  $\gamma$  определяется соотношением:

$$\gamma = \int_0^{+\infty} p_a(\delta) d\delta = p_0 \delta_0. \quad (2.2)$$

Задаваемые при постановке контактной задачи условия на функции контактного давления и перемещения зависят от режима заполнения зазора. Рассматриваются три возможных режима: дискретный контакт с зонами адгезионного взаимодействия (см. рис. 4), дискретный контакт с насыщенным адгезионным взаимодействием и насыщенный (полный) контакт поверхностей. Реализуется один из этих режимов в зависимости от заданных характеристик взаимодействующих тел и условий нагрузления (нагрузки и скорости скольжения).

В режиме насыщенного контакта перемещения границы  $z = 0$  вязкоупругого основания  $w(x) \equiv w(x, 0)$  удовлетворяют условию контакта по всей поверхности:

$$w(x) = D + f(x), \quad (2.3)$$

где  $D$  – сближение тел за счет деформирования.

Из соотношений (1.1), записанных в подвижной системе координат  $(x, y)$ :

$$w - VT_\varepsilon \frac{\partial w}{\partial x} = \frac{(1-\nu^2)H}{E} \left( p - T_\sigma V \frac{\partial p}{\partial x} \right), \quad (2.4)$$

и (2.3) можно получить выражение для давлений, действующих на одном периоде [12]:

$$\begin{aligned} p(x) &= \frac{E}{2H} \times \\ &\times \frac{h(l^2 + 4\pi^2 T_\varepsilon T_\sigma V^2) \cos(2\pi x/l) + 2\pi l h V (T_\varepsilon - T_\sigma) \sin(2\pi x/l) + (4\pi^2 T_\sigma^2 V^2 + l^2)(2D - h)}{l^2 + 4\pi^2 T_\sigma^2 V^2}. \end{aligned} \quad (2.5)$$

Как следует из (2.5), в случае полного контакта адгезионные характеристики не влияют на контактные напряжения. Однако адгезия влияет на условие, при котором возможен полный контакт поверхностей:

$$\min p(x) \geq -p_0. \quad (2.6)$$

Если минимальное контактное давление, рассчитанное по (2.5), не удовлетворяет условию (2.6), то насыщенный контакт не реализуется. В этом случае решение ищется для режима *дискретного контакта с насыщенным адгезионным взаимодействием*. Для исследования этого режима решение задачи строится в интервале  $x \in [-a, l - a]$ . В области контакта  $-a < x < b$  выполняется условие контактирования (2.3), а в области отсутствия контакта  $b < x < l - a$  – вытекающее из (2.1) условие адгезионного взаимодействия:

$$p(x) = -p_0. \quad (2.7)$$

Из решения дифференциального уравнения (2.4) относительно неизвестного давления в области контактного взаимодействия и перемещений границы в области адгезионного взаимодействия и его отсутствия, а также из условий непрерывности исследуемых функций и периодичности рассчитываются искомые функции давления и перемещения границы, а также размеры участков контакта и адгезионного взаимодействия. В частности, получено [12] следующее выражение для давлений в области контакта ( $-a < x < b$ ):

$$\begin{aligned} p(x) &= -p_0 e^{(x-a)/(T_\sigma V)} + \frac{Eh}{2H(l^2 + 4\pi^2 T_\sigma^2 V^2)} \left[ (l^2 + 4\pi^2 T_\varepsilon T_\sigma V^2) \times \right. \\ &\times \left( \cos \frac{2\pi x}{l} - e^{(x-a)/(T_\sigma V)} \cos \frac{2\pi a}{l} \right) - 2\pi l V (T_\varepsilon - T_\sigma) \left( \sin \frac{2\pi x}{l} - e^{(x-a)/(T_\sigma V)} \sin \frac{2\pi a}{l} \right) + \\ &\left. + 2Dl^2 h (1 - e^{(x-a)/(T_\sigma V)}) \right] + \frac{E}{2H}(2D - h)(1 - e^{(x-a)/(T_\sigma V)}). \end{aligned} \quad (2.8)$$

Существование режима дискретного контакта с насыщенным адгезионным взаимодействием следует из принятой модели адгезионного взаимодействия (2.1) и

(2.2): максимальная величина зазора между поверхностями взаимодействующих тел  $w(x) - f(x) - D$  не превышает заданной величины  $\delta_0$ , то есть

$$\max (w(x) - f(x) - D) \leq \frac{\gamma}{p_0}. \quad (2.9)$$

Если полученная в результате расчетов функция  $w(x)$  в области  $b < x < l - a$  не удовлетворяет условию (2.9), то дискретный контакт с насыщенным адгезионным взаимодействием не реализуется, и решение нужно искать для случая дискретного контакта с зонами адгезионного взаимодействия.

В режиме *дискретного контакта с зонами адгезионного взаимодействия* имеют место три вида граничных условий внутри одного периода. В области контакта  $-a < x < b$  выполняется условие контактирования (2.3). В областях адгезионного взаимодействия  $-a_1 < x < -a$  и  $b < x < b_1$  выполняется условие адгезионного взаимодействия (2.7). В области отсутствия взаимодействия  $b_1 < x < l - a_1$  граница вязкоупругого основания свободна от усилий, то есть  $p(x) = 0$ . Контактные давления в рассматриваемом случае определяются выражением (2.8), а для определения неизвестных границ участков контакта и зон адгезионного взаимодействия из условий непрерывности и периодичности искомых функций получена система нелинейных алгебраических уравнений [12].

На основании полученного решения можно определить погонную тангенциальную силу, действующую на период:

$$T = \int_{-l/2}^{l/2} p(x) f'(x) dx.$$

На рис. 5 представлены зависимости деформационной составляющей коэффициента трения  $\mu_d = T/P$  от скорости  $V$  при разных значениях адгезионного напряжения  $-p_0$ . Штриховая линия соответствует случаю отсутствия адгезии (кривая 1), сплошные линии – наличию адгезии (кривые 2 и 3). Результаты получены при значениях механических параметров материала  $E/h = 10^9$  Па/м,  $T_\sigma = 10^{-3}$  с,  $T_\varepsilon/T_\sigma = 10$ , параметров волнистости  $l = 10^{-3}$  м,  $h = 10^{-4}$  м и параметров адгезии  $\gamma = 0,01$  Н/м,  $p_0 = 5 \cdot 10^4$  Па (кривая 2) и  $p_0 = 5 \cdot 10^5$  Па (кривая 3).

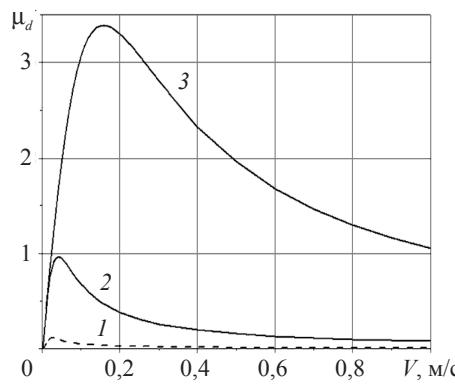


Рис. 5

Установлено, что при наличии адгезии сохраняется немонотонный характер зависимости коэффициента трения от скорости и стремление его к нулю при больших и малых скоростях скольжения, при этом значения коэффициента трения уве-

личиваются с ростом абсолютного значения  $p_0$  при условии постоянства величины поверхностной энергии  $\gamma$ .

## Выводы

Построенная модель позволяет оценить влияние сил адгезионного притяжения в зазоре между поверхностями на распределение контактных напряжений, размер области фактического контакта и силу трения между поверхностями для разных форм поверхностного рельефа. Результаты проведенных расчетов [12] позволяют сделать следующие выводы:

- учет адгезионного взаимодействия приводит к существенному увеличению фактической площади контакта; переход от дискретного к полному контакту происходит при меньших нагрузках, чем при отсутствии адгезии;
- наличие адгезии приводит к тому, что контакт существует даже при отрицательных внешних нагрузках (разрывающих поверхности), при этом деформационная составляющая силы трения всегда действует в направлении, противоположном движению волнистого тела;
- с увеличением адгезионного давления сила трения возрастает;
- при уменьшении высоты и расстояния между выступами поверхности состояние насыщенного контакта возникает при меньших номинальных давлениях.

Разработанные модели дают возможность оценить влияние параметров микрографии поверхности на контактные характеристики и деформационную составляющую силы трения для смазанных и несмазанных поверхностей и разработать способы управления этими характеристиками за счет выбора оптимального поверхностного рельефа.

## Список литературы

1. Работников Ю.Н. Элементы наследственной механики твердых тел. М.: Наука, 1977. 384 с.
2. Goryacheva I.G. Contact mechanics in tribology. Kluwer Academic Publishes. Dordrecht etc.1998. 344 p.
3. Маховская Ю.Ю. Скольжение вязкоупругих тел при наличии адгезии // Прикладная математика и механика. 2005. Т. 69, №2. С. 334–344.
4. Морозов А.В., Маховская Ю.Ю. Теоретико-экспериментальная оценка деформационной составляющей коэффициента трения // Трение и износ. 2007. Т. 28, №4. С. 335–344.
5. Любичева А.Н. Анализ взаимного влияния пятен контакта при скольжении периодической системы неровностей по вязкоупругому основанию винклеровского типа // Трение и износ. 2008. Т. 29, №2. С. 125–133.
6. Ноздрин М.А., Маховская Ю.Ю., Шептунов Б.В. Расчет деформационной составляющей силы трения при скольжении тела по вязкоупругому основанию // Вестник ИГЭУ. 2009. №3. С. 48–50.
7. Александров В.М., Горячева И.Г., Торская Е.В. Пространственная задача о движении гладкого штампа по вязкоупругому полупространству // Докл. РАН. 2010. Т. 430, №4. С. 490–493.
8. Goryacheva I.G., Sadeghi F., Nickel D. Internal stresses in contact of rough body and a viscoelastic layered semi-infinite plane // ASME J. Tribol. 1996. Vol. 118, No 1. P. 131–136.
9. Горячева И.Г., Маховская Ю.Ю. Влияние несовершенной упругости поверхностного слоя на контактные характеристики при скольжении шероховатых упругих тел // Трение и износ. 1997. Т. 18, №1. С. 5–12.
10. Горячева И.Г. Механика фрикционного взаимодействия. М.: Наука, 2001. 153 с.
11. Шептунов Б.В., Горячева И.Г., Ноздрин М.А. Контактная задача о движении штампа

с регулярным рельефом по вязкоупругому основанию // Трение и износ. 2013. Т. 34, №2. С. 109–119.

12. Горячева И.Г., Маховская Ю.Ю. Моделирование трения на разных масштабных уровнях // Изв. РАН. МТТ. 2010. №3. С. 117–127.

13. Maugis D. Contact adhesion and rupture of elastic solids. Berlin: Springer-Verlag, 2000. 414 p.

#### References

1. Rabotnov Yu.N. Elementy nasledstvennoy mekhaniki tverdykh tel. M.: Nauka, 1977. 384 s.
2. Goryacheva I.G. Contact mechanics in tribology. Kluwer Academic Publishes. Dordrecht etc.1998. 344 p.
3. Makhovskaya Yu.Yu. Skol'zhenie vyazkouprugikh tel pri nalichii adgezii // Prikladnaya matematika i mekhanika. 2005. Т. 69, №2. S. 334–344.
4. Morozov A.V., Makhovskaya Yu.Yu. Teoretiko-eksperimental'naya otsenka deformatsionnoy sostavlyayushchey koefitsienta treniya // Trenie i iznos. 2007. Т. 28, №4. S. 335–344.
5. Lyubicheva A.N. Analiz vzaimnogo vliyaniya pyaten kontakta pri skol'zhenii periodicheskoy sistemy nerovnostey po vyazkouprugomu osnovaniyu vinklerovskogo tipa // Trenie i iznos. 2008. Т. 29, №2. S. 125–133.
6. Nozdrin M.A., Makhovskaya Yu.Yu., Sheptunov B.V. Raschet deformatsionnoy sostavlyayushchey sily treniya pri skol'zhenii tela po vyazkouprugomu osnovaniyu // Vestnik IGEU. 2009. №3. S. 48–50.
7. Aleksandrov V.M., Goryacheva I.G., Torskaya E.V. Prostranstvennaya zadacha o dvizhenii gladkogo shtampa po vyazkouprugomu poluprostranstvu // Dokl. RAN. 2010. Т. 430, №4. S. 490–493.
8. Goryacheva I.G., Sadeghi F., Nickel D. Internal stresses in contact of rough body and a viscoelastic layered semi-infinite plane // ASME J. Tribol. 1996. Vol. 118, No 1. P. 131–136.
9. Goryacheva I.G., Makhovskaya Yu.Yu. Vliyanie nesovershennoy uprugosti poverkhnostnogo sloya na kontaktnye kharakteristiki pri skol'zhenii sherokhovatykh uprugikh tel // Trenie i iznos. 1997. Т. 18, №1. S. 5–12.
10. Goryacheva I.G. Mekhanika friktionsnogo vzaimodeystviya. M.: Nauka, 2001. 153 s.
11. Sheptunov B.V., Goryacheva I.G., Nozdrin M.A. Kontaktnaya zadacha o dvizhenii shtampa s reguljarnym rel'yefom po vyazkouprugomu osnovaniyu // Trenie i iznos. 2013. Т. 34, №2. S. 109–119.
12. Goryacheva I.G., Makhovskaya Yu.Yu. Modelirovaniye treniya na raznykh masshtabnykh urovnyakh // Izv. RAN. МТТ. 2010. №3. S. 117–127.
13. Maugis D. Contact adhesion and rupture of elastic solids. Berlin: Springer-Verlag, 2000. 414 p.

#### SURFACE MICROGEOMETRY EFFECT IN FRICTIONAL CONTACT OF VISCOELASTIC BODIES

**Goryacheva I.G.**

The mathematical models are considered to study the influence of the surface microgeometry parameters on contact characteristics and a friction force in sliding contact of rigid indenter with regular surface micrigeometry over the thin viscoelastic layer bonded to the rigid or elastic base. The various shapes of the surface relief (1D or 2D sinusoidal waviness and spherical asperities) and different contact conditions (contact of dry and lubricated surface) are considered. In the case of dry surfaces the adhesive (molecular) interaction describing by Maugis–Dugdale approximation of the Lennard – Jones potential is taken into account.

**Keywords:** regular relief, viscoelastic layer, frictional interaction, adhesion, mechanical component of friction force.