

УДК 629.7.015.4: 629.7.023

МОДИФИКАЦИЯ КОРРЕКТИРУЮЩИХ ФУНКЦИЙ В МЕТОДАХ РАСЧЕТА НА УСТОЙЧИВОСТЬ ПОДКРЕПЛЕННЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК

© 2015 г.

Чеканин В.В.

АО «Государственный ракетный центр им. В.П. Макеева»,
Миасс, Российская Федерация

src@makeev.ru

Поступила в редакцию 12.02.2015

Развиты эмпирические методы расчета подкрепленных цилиндрических оболочек на устойчивость для нагрузки в виде осевой сжимающей силы, парярующие статистические факторы, не поддающиеся аналитическому учету (технология изготовления, механические свойства материала, флуктуации геометрических параметров в пределах допусков и др.). Предложена модификация корректирующих функций с помощью включения в их состав параметра нагрузки в степени, позволившая повысить точность исходных методов расчета.

Осуществлено адекватное дискретным значениям параметра опытной критической нагрузки определение степеней параметров корректирующих функций, реализующих минимальную величину коэффициента вариации отношения опытных и теоретических значений критической осевой силы для подкрепленных цилиндрических оболочек.

Сравнительный анализ проектных версий подкрепленных оболочек, реализованных на основе предложенных методов расчета, показал эффективность этих методов.

Ключевые слова: подкрепленные цилиндрические оболочки, корректирующие функции, статистические факторы, синтез оболочек.

Введение

Интерес к проблеме повышения точности методов расчета на устойчивость оболочек не ослабевает в авиационной и ракетно-космической технике, где одно из основных направлений улучшения характеристик изделий связано со снижением массы конструкции. Однако к настоящему времени возможности совершенствования математических моделей для повышения точности методов расчета практически исчерпаны. Вместе с тем эти методы являются чрезвычайно трудоемкими при решении задач оптимизации оболочек, особенно на этапе эскизного проектирования, когда постоянно меняются величины нагрузок, геометрические характеристики оболочек, ограничивающие требования. Поэтому в ракетостроении для оценки устойчивости оболочек широкое распространение получили простые конечные формулы линейной ортотропной теории оболочек [1], позволяющие осуществлять

динамичный синтез проектных вариантов подкрепленных оболочек, но из-за проблем с точностью требующие их постоянной верификации. Кроме того, в известных методах расчета не учитывается влияние статистических факторов (отклонения в технологии изготовления, изменчивость механических характеристик материала, отклонение геометрических параметров реальной оболочки от геометрических параметров модели и др.), которые приводят к отличным от теоретически определяемых реакций реальным конструкциям. В связи с этим для улучшения качества синтеза сложных конструкций в ряде случаев эффективно используются эмпирические зависимости.

1. Постановка задачи и метод решения

Рассматриваются работающие на устойчивость ортогонально подкрепленные («вафельные») цилиндрические оболочки «средней» длины, в которых напряжения не превышают предела пропорциональности, со следующими ограничениями на геометрические характеристики: $5 > L_r > 4,9\delta_r^{0,5}$, где $L_r = L/r$ – параметр длины оболочки (L – длина оболочки, r – радиус оболочки), $\delta_r = \delta/r$ – параметр толщины обшивки между ребрами (δ – толщина обшивки).

В работах [2–4] для уточнения методов расчета устойчивости подкрепленных оболочек используются корректирующие функции, содержащие произведение нормализованных параметров проектирования в соответствующих степенях, определенных из условия минимума коэффициентов вариации отношения опытной и теоретической критических нагрузок [1, 5].

Рассматривается случайная величина $\varepsilon = \rho_T^0 / \rho_T^T$, где $\rho_T^0 = T^0 / Er^2$ – опытное значение параметра осевой силы, T^0 – опытное значение осевой силы, $\rho_T^T = T^P / Er^2$ – теоретический параметр осевой силы, $T^P = k_\sigma T^3$ – расчетное значение осевой силы, T^3 – эксплуатационное значение осевой силы, k_σ – коэффициент безопасности, E – модуль упругости материала оболочки.

Необходимо, чтобы предлагаемый метод расчета обеспечивал при синтезе изменение проектных параметров оболочки, согласованное с изменением случайной величины ε . Другими словами, если $\varepsilon < 1$, то при синтезе на нагрузку $\rho_T^T = \rho_T^0$ теоретический параметр общей высоты сечения оболочки $\delta_h^T = (h + \delta) / r$ (здесь h – высота ребра) при прочих равных проектных параметрах должен быть меньше аналогичного параметра δ_h^0 опытной оболочки. И, напротив, если $\varepsilon > 1$, то при синтезе на нагрузку $\rho_T^T = \rho_T^0$ необходимо, чтобы $\delta_h^T > \delta_h^0$.

2. Модификация корректирующих функций в методах расчета устойчивости подкрепленных оболочек при осевом сжатии

Для демонстрации улучшения точности методов расчета используются расчетные зависимости с коэффициентами вариации, равными соответственно 0,16; 0,19 и 0,8%, определенными в результате статистической обработки выборки опытных данных, приведенной в [4]:

$$\rho_T^T = 0,450 \left(\frac{\rho_T^T}{1 - 1221\rho_T^T} \right)^v \frac{\delta_r^{0,048} \omega^{0,043}}{\varphi_1^{0,01} \beta_\delta^{0,026}}, \quad (1)$$

$$\rho_T^T = 0,487 \left(\frac{\rho_T^T}{1 - 1150\rho_T^T} \right)^v \delta_r^{0,06} \varphi_1^{0,01} \varphi_2^{0,01} \beta_\delta^{0,04}, \quad (2)$$

$$\rho_T^T = \frac{4,192 \cdot 10^{-2} ((\rho_T^T)^{1,25} / (1 - 4500 \rho_T^T))^v \delta_r^{2,00} (b_1 / b_2) (d_1 + d_2^{0,5})}{\delta_r^{1,75} \lambda_1^{0,21} \lambda_2^{0,40} \beta_\delta^{0,73}}. \quad (3)$$

В этих зависимостях: $\omega = 1 + \varphi \beta (\psi - 1)^2$, $\beta = 0,4 / \omega^{0,333} + 1,3 / \psi^{0,5} - 0,5$, $\varphi = (\varphi_1 \varphi_2)^{0,5}$, $\varphi_i = 2\pi c_i / l_i$, $\psi = \delta_{\text{исх}} / \delta$, $\beta_\delta = h / \delta$, $\delta_{\text{исх}} = h + \delta$ – общая высота сечения оболочки, c_i – ширина ребер, l_i – расстояние между ребрами, 1 – осевое направление, 2 – окружное направление, $b_1 = 1,1 + \lambda_1$, $b_2 = 1,1 + \lambda_2$, $d_1 = 0,33 \lambda_2 h_1$, $h_1 = \beta_\delta + 1$, $\lambda_i = \varphi_i (\psi - 1) / 2\pi$, $d_2 = d_1^2 + 0,33 b_2 [(1,1 + \lambda_2 b_\delta^2) h_1 + 3 \lambda_2 h_1^2 h_3]$, $h_2 = b_1 b_2 - 0,11$, $h_3 = h_2 - \lambda_2 b_1$.

Необходимо отметить, что при изменении степени v эмпирического выражения в расчетных зависимостях (1)–(3) меняются числовые значения и степени других параметров, входящих в каждую расчетную зависимость.

На рис. 1 показано снижение величин коэффициентов вариации k_v случайной величины ϵ в процентах в зависимости от степени v в расчетной формуле (1) (кривая 1) и в формуле (2) (кривая 2) при соответствующем каждой степени изменении вида этих расчетных зависимостей. Кривые для расчетных зависимостей (1), (2) практически совпадают.

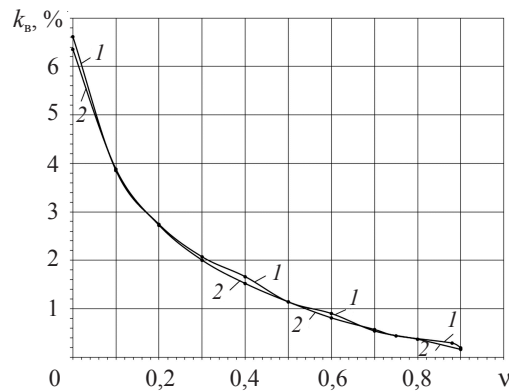


Рис. 1

На рис. 2 в качестве примера изображено изменение параметра общей высоты сечения оболочки δ_h при различных значениях коэффициента вариации k_v для одной из опытных оболочек.

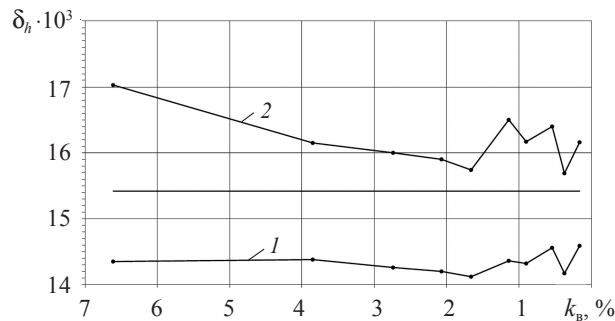


Рис. 2

Горизонтальной линией показан параметр общей высоты сечения опытной оболочки δ_h^0 . Для линии 1 теоретический параметр общей высоты сечения подкреплен-

ной оболочки определялся для величины параметра опытной критической нагрузки ρ_T^o , когда $\varepsilon < 1$, в результате синтеза на основе расчетной зависимости (1). Для линии 2 теоретический параметр общей высоты сечения определялся также на основе расчетной зависимости (1) для величины параметра расчетной критической нагрузки $\rho_T^p = k_6 \rho_T^o$. Величина коэффициента безопасности вычислялась по зависимости, приведенной в [6]:

$$k_6 = \frac{1}{1 - \theta k_b}, \quad (4)$$

где $\theta = 3,15$ – квантиль надежности для вероятности безотказной работы конструкции подкрепленной оболочки 0,999; k_b – числовое значение коэффициента вариации (например, для крайней правой точки линии 2 $k_b = 0,0016$).

Из рис. 2 видно, что для случайной величины $\varepsilon < 1$ значения параметра общей высоты сечения подкрепленной оболочки (линия 1), определенные для величины параметра опытной критической нагрузки по зависимости (1), меньше значения параметра общей высоты сечения опытной оболочки (горизонтальная линия), то есть $\delta_h^T < \delta_h^o$.

Значения параметра общей высоты сечения подкрепленной оболочки (линия 2), определенные для расчетной величины параметра критической нагрузки при прочих равных проектных параметрах, превышают значение параметра общей высоты сечения опытной оболочки (горизонтальная линия), и, следовательно, критическая нагрузка при испытаниях такой оболочки с назначенной вероятностью будет превышать критическую нагрузку опытной оболочки.

Проведенные исследования показывают, что для случайной величины $\varepsilon > 1$ имеет место превышение теоретических значений параметра общей высоты сечения подкрепленной оболочки, определенных при проектировании оболочки на основе расчетных зависимостей (1)–(3), значения параметра общей высоты сечения опытной оболочки $\delta_h^T > \delta_h^o$.

Таким образом, подтверждается выполнение условия раздела 1 по соответствию между значениями случайной величины ε и параметра общей высоты сечения для расчетных зависимостей (1)–(3). Подобный результат обеспечивается с использованием расчетных зависимостей (1)–(3) и для остальных оболочек из выборки, приведенной в [4].

Имеет место практически идеальное сглаживание опытных данных по критической осевой силе теоретической зависимостью (1) с минимальными отклонениями опытных данных относительно теоретической кривой и с достаточно равномерным распределением опытных данных вдоль теоретической кривой.

Следует подчеркнуть, что предложенная модификация, состоящая в том, что в состав этих функций включены выражения с изменяемой степенью ν , содержащие параметр нагрузки, является дальнейшим развитием метода корректирующих функций [2].

3. Анализ эффективности синтеза подкрепленных оболочек, подверженных осевому сжатию, с использованием уточненных методов расчета

Анализ эффективности проведен для опытной оболочки с параметрами критической нагрузки и следующими геометрическими параметрами:

$$\begin{aligned} \rho_T^0 &= 6,712 \cdot 10^{-5}, \quad \delta_h = 19,32 \cdot 10^{-3}, \quad \delta_r = 2,579 \cdot 10^{-3}, \quad \alpha_1 = c_1/r = 3,116 \cdot 10^{-3}, \\ \alpha_2 &= c_2/r = 5,347 \cdot 10^{-3}, \quad \tau_1 = 2,5(\delta \cdot r)/l_1 = 1,213, \quad \tau_2 = 2,5(\delta \cdot r)/l_2 = 1,117, \\ \delta_m &= 4,018 \cdot 10^{-3}, \quad \psi = 6,49, \quad h/c_1 = 5,38, \end{aligned} \quad (5)$$

где τ_i – параметры, характеризующие расстояние между ребрами при $i = 1$ в осевом направлении, при $i = 2$ в кольцевом направлении; $\delta_m = \delta_r(1 + \lambda_1 + \lambda_2 + \Delta m)$ – параметр «массовой» толщины; $\delta_h = (h + \delta)/r$ – параметр общей высоты сечения оболочки. Оболочка спроектирована с использованием расчетной зависимости для осевой сжимающей нагрузки, приведенной в работе [1]:

$$\rho_T^T = k_y \delta_r^2 \omega, \quad (6)$$

где $k_y = 1,49$ – коэффициент устойчивости. Директивное значение коэффициента безопасности $k_6 = 1,3$.

Результаты синтеза подкрепленной оболочки на основе выражения (6) при изменении расстояния между осевыми ребрами представлены на рис. 3, кривая 1. Вертикальным отрезком на кривой 1 отмечена проектная версия для параметров оболочки (5).

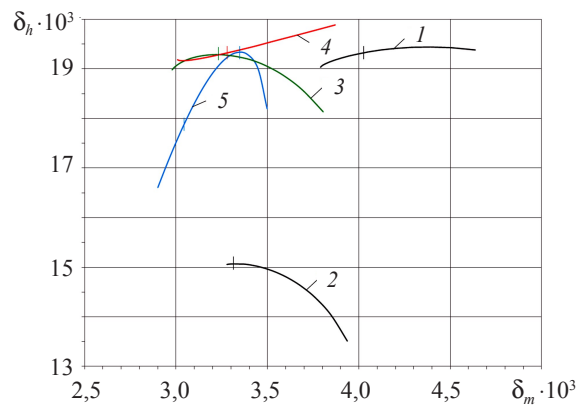


Рис. 3

При проектировании с использованием расчетных зависимостей (1)–(3) были учтены различные значения коэффициентов безопасности, определяемые по формуле (4), с квантилем надежности $\theta = 3,15$ для вероятности безотказной работы конструкции оболочки 0,999. В этом случае для расчетной зависимости (1) $k_6 = 1,005$ при $\nu = 0,90$; для зависимости (2) $k_6 = 1,006$ при $\nu = 0,90$; для зависимости (3) $k_6 = 1,026$ при $\nu = 0,54$. Определение расчетного значения параметра осевой силы для каждой зависимости (1)–(3) осуществлялось по выражению $\rho_T^p = \rho_T^0 k_6$, где $\rho_T^0 = \rho_T^0 / 1,3$.

Результаты синтеза оболочки на основе расчетной зависимости (1) представлены на рис. 3 кривой 2. Вертикальным отрезком на кривой 2 отмечена проектная версия оболочки, отвечающая технологическому ограничению на толщину обшивки. Относительное снижение массы этой проектной версии составляет 17,14%, параметры $\psi = 6,92$, $h_1/c_1 = 4,23$. При этом в результате проектирования, осуществляемого без изменения ширины ребер, наблюдается существенное снижение параметра общей высоты сечения оболочки. При уменьшении ширины ребер происходит уве-

личение параметра общей высоты сечения оболочки (кривая 3) до высоты сечения опытной оболочки и дополнительное для проектной версии, отмеченной вертикальным отрезком, снижение массы до 19,34% с параметрами $\psi = 7,45$, $h_1/c_1 = 7,35$.

Результаты проектирования подкрепленной оболочки по методам (2) и (3) представлены на рис. 3 в виде кривых 4, 5 соответственно. Ширина ребер проектных вариантов, отмеченных на этих кривых вертикальными отрезками, так же, как на кривой 3, выбрана из условия равенства общих высот сечений проектных версий оболочек и опытной оболочки, отмеченной на кривой 1. Снижение массы проектной версии оболочки для кривой 4 составляет 18,98%, параметры $\psi = 7,45$; $h_1/c_1 = 7,35$, а для кривой 5 – 17,60%, параметры $\psi = 7,35$, $h_1/c_1 = 7,34$. Необходимо отметить уменьшение общей высоты сечения и массы проектных версий кривой 5 слева от отмеченного варианта. В связи с этим вторым вертикальным отрезком, слева от первого, отмечен вариант оболочки с толщиной обшивки, удовлетворяющей технологическому ограничению. Снижение его массы достигает 24,2%, параметры $\psi = 8,41$, $h_1/c_1 = 6,91$. Таким образом, наиболее сложный метод расчета (3), несмотря на значение коэффициента безопасности, превышающее значения коэффициентов безопасности методов (1) и (2), обеспечивает проектный вариант подкрепленной оболочки с наименьшей массой и пониженной общей высотой сечения.

Заключение

Имеет место существенное снижение массы подкрепленных оболочек при осевом сжатии, достигаемое включением в методы расчета параметра критической нагрузки в степени и адекватным изменением степеней параметров корректирующих функций.

Результаты синтеза проектных версий подкрепленных оболочек на основе предложенных расчетных зависимостей демонстрируют соответствие между значением случайной величины ϵ и величиной параметра общей высоты сечения при проектировании на критические нагрузки опытных оболочек.

Это обстоятельство подтверждает возможность использования при синтезе подкрепленных оболочек на осевое сжатие предложенных расчетных зависимостей и позволяет достичь практически полного совпадения теоретических и опытных данных по критическим нагрузкам подкрепленных оболочек и, как следствие, предельно минимальных значений коэффициентов вариации и безопасности.

Показано, что повышение точности методов расчета приводит к снижению величин расчетных нагрузок проектных версий оболочек относительно расчетных нагрузок опытных оболочек, определенных с директивной величиной коэффициента безопасности. В результате обеспечивается существенное снижение массы проектных версий оболочки, спроектированных с использованием предложенных методов расчета.

Предложенный метод уточнения можно распространить на коррекцию методов расчета устойчивости гладких оболочек и на другие методы расчета с предельными уровнями точности, ограничиваемыми статистическими факторами.

Список литературы

1. Лизин В.Т., Пяткин В.А. Проектирование тонкостенных конструкций. М.: Машиностроение, 1994. 448 с.
2. Чеканин В.В. Синтез расчетных методов по устойчивости подкрепленных оболочек с

пределным уровнем качества // *Авиация и космонавтика – 2007: Тез. докл. 6-й Междунар. конф.*, Москва, 1–4 окт. 2007 г. М.: МАИ, 2007. С. 37–38.

3. *Дегтярь В.Г., Чеканин В.В.* Повышение точности методов расчета подкрепленных сферических сегментов на устойчивость с использованием результатов экспериментальных исследований // *Проблемы прочности и пластичности: Межвуз. сб.* / Нижегород. ун-т, 2010. Вып. 72. С. 86–92.

4. *Дегтярь В.Г., Болтаев П.И., Чеканин В.В.* Особенность коррекции методов расчета на устойчивость подкрепленных цилиндрических оболочек при осевом сжатии с использованием опытных данных // *Проблемы прочности и пластичности: Межвуз. сб.* / Нижегород. ун-т, 2013. Вып. 75. Ч. 3. С. 221–231.

5. *Теребушко О.В.* О влиянии расположения ребер на величину критической нагрузки цилиндрической подкрепленной оболочки // *Расчет пространственных конструкций: Сб. статей.* М.: Стройиздат, 1967. Вып. XI. С. 145–152.

6. *Ржаницын А.Р.* Определение запаса прочности сооружений // *Строительная промышленность.* 1947. №8. С. 11–14.

References

1. *Lizin V.T., Pyatkin V.A.* Proektirovanie tonkostennykh konstruksiy. M.: Mashinostroenie, 1994. 448 s.

2. *Chekanin V.V.* Sintez raschetnykh metodov po ustoychivosti podkreplennykh obolochek s predel'nyim urovнем kachestva // *Aviatsiya i kosmonavtika – 2007: Tез. dokl. 6-y Mezhdunar. onf.*, Moskva, 1–4 okt. 2007 g. M.: MAI, 2007. S. 37–38.

3. *Degtyar' V.G., Chekanin V.V.* Povyshenie tochnosti metodov rascheta podkreplennykh sfericheskikh segmentov na ustoychivost' s ispol'zovaniem rezul'tatov eksperimental'nykh issledovaniy // *Problemy prochnosti i plastichnosti: Mezhvuz. sb.* / Nizhegorod. un-t, 2010. Vyp. 72. S. 86–92.

4. *Degtyar' V.G., Boltaev P.I., Chekanin V.V.* Osobennost' korrektsii metodov rascheta na ustoychivost' podkreplennykh tsilindricheskikh obolochek pri osevom szhatii s ispol'zovaniem opytnykh dannykh // *Problemy prochnosti i plastichnosti: Mezhvuz. sb.* / Nizhegorod. un-t, 2013. Vyp. 75. Ch. 3. S. 221–231.

5. *Terebushko O.V.* O vliyaniy raspolozheniya reber na velichinu kriticheskoy nagruzki tsilindricheskoy podkreplennoy obolochki // *Raschet prostranstvennykh konstruksiy: Sb. statey.* M.: Stroyizdat, 1967. Vyp. XI. S. 145–152.

6. *Rzhanitsyn A.R.* Opredelenie zapasa prochnosti sooruzheniy // *Stroitel'naya promyshlennost'.* 1947. №8. S. 11–14.

A MODIFICATION OF CORRECTING FUNCTIONS IN METHODS FOR ANALYZING THE STABILITY OF STIFFENED CYLINDRICAL SHELLS

Chekanin V.V.

Empirical methods have been developed for analyzing the stability of stiffened cylindrical shells loaded in axial compression, accounting for statistic factors that cannot be accounted for analytically (production technology, mechanical properties of materials, fluctuations of geometrical parameters within the tolerance, etc.). A modification of correcting functions is presented, where loading parameter to a power was introduced into correcting functions, which made it possible to increase the accuracy of the initial computational methods.

Powers of the parameters of the correcting functions implementing the minimization of the variation coefficient of experimental and theoretical values of the critical axial force of a sample of the experimental data on stiffened cylindrical shells have been determined, adequate to the discrete values of the parameter of the experimental critical load.

A comparative analysis of the design versions of stiffened shells, implemented using the present computational methods, testified to the efficiency of the above methods.

Keywords: stiffened cylindrical shells, correcting functions, statistical factors, synthesis of shells.