

УДК 539.3

**ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ НЕОСЕСИММЕТРИЧНОГО  
ДЕФОРМИРОВАНИЯ И ПРОГРЕССИРУЮЩЕГО РАЗРУШЕНИЯ  
СЛОИСТЫХ КОМПОЗИТНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК  
ПРИ ИМПУЛЬСНОМ НАГРУЖЕНИИ\***

© 2015 г. **Абросимов Н.А., Елесин А.В., Пирогов С.А.**

*Научно-исследовательский институт механики  
Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского,  
Нижний Новгород, Российская Федерация*

abrosimov@mech.unn.ru

*Поступила в редакцию 03.12.2014*

Рассматривается методика численного исследования динамического деформирования цилиндрических композитных оболочек, ориентированная на решение задач оценки их предельной деформируемости и прочности в зависимости от интенсивности нагружения. Энергетически согласованная разрешающая система уравнений динамики композитных цилиндрических оболочек построена на основе принципа возможных перемещений. Модель деградации жесткостных характеристик многослойного пакета формулируется на базе критерия Хоффмана для связующего и критерия максимальных напряжений для волокон, вычисленных в осях ортотропии слоя. Численный метод решения сформулированной начально-краевой задачи основывается на явной вариационно-разностной схеме. Приведены результаты численного анализа неосесимметричного деформирования и разрушения слоистых композитных цилиндрических оболочек при взрывном нагружении.

*Ключевые слова:* композитные материалы, цилиндрические оболочки, критерий разрушения, численное моделирование, импульсное нагружение

**Введение**

Композитные материалы благодаря высокой способности к поглощению энергии широко используются в защитных конструкциях, подверженных действию высокоинтенсивных динамических нагрузок. Основным силовым элементом защитных конструкций являются цилиндрические оболочки, это обуславливает значительный интерес к вопросам их динамического поведения при импульсных воздействиях различной интенсивности.

Условно можно выделить два подхода к расчетам на прочность слоистых композитных материалов и элементов конструкций. В первом подходе материал считается

---

\* Выполнено при частичном финансировании Программой государственной поддержки ведущих научных школ РФ (грант НШ-593.2014.8), РФФИ (гранты 13-08-00742, 15-08-04268) и Минобрнауки РФ (гранты 02.В.49.21.0003 и 2014/134 2226).

разрушенным, если произошло разрушение хотя бы одного элементарного слоя [1]. Однако разрушение отдельных элементарных слоев композита, как правило, приводит лишь к перераспределению напряжений между слоями, а многослойный пакет продолжает оказывать сопротивление дальнейшему деформированию. Во втором подходе допускается локальное разрушение элементарных слоев в пакете многослойного композита, что позволяет существенно повысить значение предельной несущей способности слоистого композита. Деформирование материала после разрушения первого слоя описывается в рамках моделей деградации упругих характеристик материала двух типов. В моделях первого типа считается, что разрушение поврежденных слоев происходит мгновенно и обнуляются все жесткостные характеристики материала независимо от характера (моды) разрушения. В моделях второго типа обнуление жесткостных характеристик осуществляется в зависимости от соответствующей моды разрушения [2].

Анализ результатов расчета напряженно-деформированного состояния и прочности композитных материалов и конструкций [3] позволяет сделать вывод об актуальности изучения динамической реакции и прочности импульсно нагруженных слоистых композитных цилиндрических оболочек, поскольку они являются основным элементом силовых корпусов взрывозащитных контейнеров и камер [4].

Цель настоящей работы – разработка методики численного моделирования процесса прогрессирующего разрушения слоистых композитных цилиндрических оболочек, нагруженных импульсом внутреннего давления различной интенсивности.

## 1. Постановка и метод решения задачи

Рассматривается цилиндрическая оболочка, образованная укладкой композитного материала на тканевой основе. Отнесем оболочку к ортогональной криволинейной системе координат  $\alpha_i$  ( $i = \overline{1, 3}$ ), совпадающей с линиями главных кривизн и внешней нормалью к внутренней поверхности оболочки. Коэффициенты Ламе равны:  $H_1 = 1$ ,  $H_2 = 1 + k_2\alpha_3$ ,  $H_3 = 1$ , главные кривизны  $k_1 = 0$ ,  $k_2 = 1/R$ , где  $R$  – радиус внутренней поверхности оболочки.

Энергетически согласованная система уравнений движения в прикладной теории цилиндрических оболочек выводится из условия минимизации функционала полной энергии оболочки, который для цилиндрической оболочки со свободными торцами, нагруженной импульсом внутреннего давления, запишется в виде:

$$\begin{aligned} & \iint_S \left[ N_{11} \frac{\partial(\delta u_1)}{\partial \alpha_1} + N_{21} \frac{\partial(\delta u_1)}{\partial \alpha_2} + N_{22} \frac{\partial(\delta u_2)}{\partial \alpha_2} + N_{12} \frac{\partial(\delta u_2)}{\partial \alpha_1} - N_{23}^* k_2 \delta u_2 + \right. \\ & + N_{13}^* \frac{\partial(\delta u_3)}{\partial \alpha_1} + N_{23}^* \frac{\partial(\delta u_3)}{\partial \alpha_2} + N_{22} k_2 \delta u_3 + M_{11} \frac{\partial(\delta \varphi_1)}{\partial \alpha_1} + M_{21} \frac{\partial(\delta \varphi_1)}{\partial \alpha_2} + Q_{13} \delta \varphi_1 + \\ & \left. + M_{22} \frac{\partial(\delta \varphi_2)}{\partial \alpha_2} + M_{12} \frac{\partial(\delta \varphi_2)}{\partial \alpha_1} + Q_{23} \delta \varphi_2 \right] d\alpha_1 d\alpha_2 + \\ & + \iint_S \left[ (\bar{B}_{11} \ddot{u}_1 + \bar{B}_{12} \ddot{\varphi}) \delta u_1 + (\bar{B}_{11} \ddot{u}_2 + \bar{B}_{12} \ddot{\varphi}_2) \delta u_2 + \bar{B}_{11} \ddot{u}_3 \delta u_3 + (\bar{B}_{22} \ddot{\varphi}_1 + \bar{B}_{21} \ddot{u}_1) \delta \varphi_1 + \right. \\ & \left. + (\bar{B}_{22} \ddot{\varphi}_2 + \bar{B}_{21} \ddot{u}_2) \delta \varphi_2 \right] d\alpha_1 d\alpha_2 - \iint_S F_3 \delta u_3 d\alpha_1 d\alpha_2 = 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $(N_{11}, N_{12}, M_{11}, M_{12}, Q_{13}) = \int_0^h (\sigma_{11}, \sigma_{12}, \alpha_3 \sigma_{11}, \alpha_3 \sigma_{12}, \sigma_{13}) H_2 d\alpha_3$  ( $1 \leftrightarrow 2$ ),  $N_{13}^* =$

$= Q_{13} + N_{11}\varepsilon_{13} + N_{12}\varepsilon_{23}$  ( $1 \leftrightarrow 2$ ),  $\bar{B}_{11} = \rho(h + k_2 h^2/2)$ ,  $\bar{B}_{22} = \rho(h^3/3 + k_2 h^4/4)$ ,  $\bar{B}_{12} = \bar{B}_{21} = \rho(h^2/2 + k_2 h^3/3)$ ,  $u_i(\alpha_1, \alpha_2, t)$  ( $i = \bar{1}, \bar{3}$ ) – перемещения точек внутренней поверхности в направлениях осей  $\alpha_i$ ,  $\varphi_j$  ( $j = 1, 2$ ) – углы поворота нормали к внутренней поверхности,  $\sigma_{ij}$ ,  $\varepsilon_{ij}$  – компоненты тензоров напряжений и деформаций,  $F_3$  – нагрузка по направлению координатной оси  $\alpha_3$ ,  $S$  – область интегрирования на внутренней поверхности оболочки,  $\rho$  – плотность материала оболочки,  $h$  – толщина оболочки. Символ ( $1 \leftrightarrow 2$ ) здесь и далее предполагает, что из записанного соотношения можно получить еще одно одновременной заменой индексов 1 на 2, 2 на 1.

В рамках прикладной теории цилиндрических оболочек компоненты нелинейного тензора деформаций можно представить в виде:

$$\begin{aligned} e_{11} &= \frac{1}{H_1} \left( \varepsilon_{11} + \frac{\varepsilon_{13}^2}{2} + \alpha_3 \chi_{11} \right) \quad (1 \leftrightarrow 2), \\ e_{12} &= \frac{1}{H_1} \left[ \varepsilon_{12} + \frac{\varepsilon_{13}\varepsilon_{23}}{2} + \alpha_3 \chi_{12} \right] + \frac{1}{H_2} \left[ \varepsilon_{21} + \frac{\varepsilon_{13}\varepsilon_{23}}{2} + \alpha_3 \chi_{21} \right] \quad (1 \leftrightarrow 2), \\ e_{13} &= \frac{1}{H_1} (\varphi_1 + \varepsilon_{13}) \quad (1 \leftrightarrow 2), \end{aligned} \quad (2)$$

где

$$\begin{aligned} \varepsilon_{11} &= \frac{\partial u_1}{\partial \alpha_1} + k_1 u_3 \quad (1 \leftrightarrow 2), \quad \chi_{11} = \frac{\partial \varphi_1}{\partial \alpha_1} \quad (1 \leftrightarrow 2), \quad \varepsilon_{12} = \frac{\partial u_2}{\partial \alpha_1} \quad (1 \leftrightarrow 2), \\ \chi_{12} &= \frac{\partial \varphi_2}{\partial \alpha_1} \quad (1 \leftrightarrow 2), \quad \varepsilon_{13} = \frac{\partial u_3}{\partial \alpha_1} - k_1 u_1 \quad (1 \leftrightarrow 2). \end{aligned} \quad (3)$$

Физические соотношения элементарного слоя с учетом гипотез прикладной теории оболочек запишутся в виде:

$$\begin{aligned} \sigma_{11} &= A_{11}e_{11} + A_{12}e_{22}, \quad \sigma_{22} = A_{21}e_{11} + A_{22}e_{22}, \\ \sigma_{12} &= A_{33}e_{12}, \quad \sigma_{13} = A_{44}e_{13}, \quad \sigma_{23} = A_{55}e_{23}, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $A_{mn}$  – ступенчато изменяющиеся функции переменной  $\alpha_3$ , которые вычисляются через модули упругости и коэффициенты Пуассона элементарного слоя тканевого композитного материала.

Кроме того, допускается локальное разрушение элементарных слоев в пакете многослойного композита. В результате разрушения отдельных элементарных слоев композита происходит перераспределение напряжений между слоями, а многослойный пакет продолжает оказывать сопротивление дальнейшему деформированию.

Модель деградации жесткостных характеристик многослойного пакета формулируется на базе критерия Хоффмана [5] для связующего

$$\begin{aligned} f(\sigma_{ij}, F_{ij}) &= C_1 \sigma_{22}^2 + C_2 \sigma_{11}^2 + C_3 (\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + C_5 \sigma_{22} + C_6 \sigma_{11} + C_7 \sigma_{23}^2 + C_8 \sigma_{13}^2 + C_9 \sigma_{12}^2 = 1, \\ C_1 &= \frac{1}{2} \left( \frac{1}{F_{22}^P F_{22}^C} - \frac{1}{F_{11}^P F_{11}^C} \right), \quad C_2 = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{F_{11}^P F_{11}^C} - \frac{1}{F_{22}^P F_{22}^C} \right), \quad C_3 = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{F_{11}^P F_{11}^C} + \frac{1}{F_{22}^P F_{22}^C} \right), \\ C_5 &= \frac{1}{F_{22}^P} - \frac{1}{F_{22}^C}, \quad C_6 = \frac{1}{F_{11}^P} - \frac{1}{F_{11}^C}, \quad C_7 = \frac{1}{F_{23}^2}, \quad C_8 = \frac{1}{F_{13}^2}, \quad C_9 = \frac{1}{F_{12}^2} \end{aligned}$$

и критерия максимальных напряжений для волокон, вычисленных в осях ортотропии слоя. Здесь  $F_{ij}^P, F_{ij}^C$  – пределы прочности при растяжении и сжатии. В процессе деформирования и трещинообразования связующего предполагается жесткое сцепление между соседними слоями.

В зависимости от знака объемной деформации и моделей разрушения связующего и волокон модули упругости монослоя с трещинами принимают одно из возможных значений, приведенных в таблице 1.

Таблица 1

Схема редуцирования модулей упругости слоя

| Характер разрушения          | Текущее значение объемной деформации | $E_{11}$   | $E_{22}$   | $G_{12}$   | $G_{13}$   | $G_{23}$   |
|------------------------------|--------------------------------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| $\sigma_{11} > F_{11}^P$     |                                      | 0          | 0          | 0          | 0          | 0          |
| $ \sigma_{11}  > F_{11}^P$   | $e_{11} + e_{22} > 0$                | 0          | 0          | 0          | 0          | 0          |
|                              | $e_{11} + e_{22} < 0$                | $E_{11}^0$ | $E_{22}^0$ | 0          | 0          | 0          |
| $f(\sigma_{ij}, F_{ij}) > 1$ | $e_{11} + e_{22} > 0$                | $E_{11}^0$ | $E_{22}^0$ | $G_{12}^0$ | $G_{13}^0$ | $G_{23}^0$ |
|                              | $e_{11} + e_{22} < 0$                | $E_{11}^0$ | $E_{22}^0$ | $G_{12}^0$ | $G_{13}^0$ | $G_{23}^0$ |

Здесь  $E_{22}^0 = \left| e_{22}^{\max} / F_{22}^P + (\nu_{12})^2 / E_{11}^0 \right|^{-1}$ ,  $G_{ij}^0 = \left| e_{ij}^T / F_{ij}^P \right|^{-1}$ ,  $E_{11}^0, E_{22}^0$  – значения модулей упругости в начальном неповрежденном состоянии,  $\nu_{12}$  – коэффициент Пуассона,  $e_{ij}^T$  – текущее значение деформации,  $e_{22}^{\max}$  – максимальное значение деформации за предысторию деформирования.

Будем считать, что исчерпание несущей способности оболочки происходит в момент обнуления в каком-либо поперечном сечении всех жесткостных характеристик.

В результате интегрирования по толщине оболочки соотношения (4) с учетом (2), (3) можно представить через обобщенные деформационные характеристики  $\epsilon_{11}, \epsilon_{22}, \epsilon_{12}, \epsilon_{21}, \epsilon_{13}, \epsilon_{23}, \chi_{11}, \chi_{22}, \chi_{12}, \chi_{21}$  в виде [6]:

$$\begin{aligned}
 N_{11} &= B_{11} \bar{\epsilon}_{11} + B_{12} \bar{\epsilon}_{22} + C_{11} \chi_{11} + C_{12} \chi_{22} \quad (1 \leftrightarrow 2), \\
 N_{12} &= B_{33}^{11} \bar{\epsilon}_{12} + B_{33}^{12} \bar{\epsilon}_{21} + C_{33}^{11} \chi_{12} + C_{33}^{12} \chi_{21} \quad (1 \leftrightarrow 2), \\
 M_{11} &= C_{11} \bar{\epsilon}_{11} + C_{12} \bar{\epsilon}_{22} + D_{11} \chi_{11} + D_{12} \chi_{22} \quad (1 \leftrightarrow 2), \\
 M_{12} &= C_{33}^{11} \bar{\epsilon}_{12} + C_{33}^{12} \bar{\epsilon}_{21} + D_{33}^{11} \chi_{12} + D_{33}^{12} \chi_{21} \quad (1 \leftrightarrow 2), \\
 Q_{13} &= K_1 (\epsilon_{13} + \varphi_1) \quad (1 \leftrightarrow 2),
 \end{aligned} \tag{5}$$

где

$$\begin{aligned}
 \bar{\epsilon}_{11} &= \epsilon_{11} + \frac{\epsilon_{13}^2}{2}, \quad \bar{\epsilon}_{12} = \epsilon_{12} + \frac{\epsilon_{13} \epsilon_{23}}{2} \quad (1 \leftrightarrow 2), \\
 B_{jj} &= I_{jj}^{(0)}, \quad B_{12} = B_{21} = J_{12}^{(0)}, \quad C_{jj} = I_{jj}^{(1)}, \quad C_{12} = C_{21} = J_{12}^{(1)}, \\
 B_{33}^{jj} &= I_{33, jj}^{(0)}, \quad B_{33}^{12} = B_{33}^{21} = J_{33}^{(0)}, \quad C_{33}^{jj} = I_{33, jj}^{(1)}, \quad C_{33}^{12} = C_{33}^{21} = J_{33}^{(1)}, \\
 D_{jj} &= I_{jj}^{(2)}, \quad D_{12} = D_{21} = J_{12}^{(2)}, \quad D_{33}^{jj} = I_{33, jj}^{(2)}, \quad D_{33}^{12} = D_{33}^{21} = J_{33}^{(2)}, \\
 K_j &= h^2 \left[ \sum_{\kappa=1}^K \frac{H_j^{(\kappa)} h_{\kappa}}{A_{j+3, j+3}^{(\kappa)}} \right]^{-1} \quad (j=1, 2), \quad H_1^{(\kappa)} = \frac{(1 + \bar{h}_{\kappa} k_1)}{(1 + \bar{h}_{\kappa} k_2)} \quad (1 \leftrightarrow 2),
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
h_k &= z_k - z_{k-1}, \quad \bar{h}_k = \frac{z_k + z_{k-1}}{2}, \\
I_{11}^{(i)} &= \frac{1}{i+1} \sum_{k=1}^K A_{11}^{(k)} H_2^{(k)} (z_k^{i+1} - z_{k-1}^{i+1}) \quad (i=0, 1, 2) \quad (1 \leftrightarrow 2), \\
I_{33,11}^{(i)} &= \frac{1}{i+1} \sum_{k=1}^K A_{33}^{(k)} H_2^{(k)} (z_k^{i+1} - z_{k-1}^{i+1}), \\
J_{12}^{(i)} &= \frac{1}{i+1} \sum_{k=1}^K A_{12}^{(k)} (z_k^{i+1} - z_{k-1}^{i+1}), \\
J_{33}^{(i)} &= \frac{1}{i+1} \sum_{k=1}^K A_{33}^{(k)} (z_k^{i+1} - z_{k-1}^{i+1}) \quad (i=0, 1, 2).
\end{aligned}$$

Здесь  $A_{ij}^{(k)}$  – эффективные жесткостные характеристики элементарного слоя, которые вычисляются через модули упругости и коэффициенты Пуассона;  $z_k$  – координаты слоев, отсчитываемые от внутренней поверхности оболочки,  $K$  – число слоев.

Минимизация функционала полной энергии оболочки (1) позволяет получить систему уравнений движения

$$\begin{aligned}
L_1(N) &= \bar{B}_{11} \ddot{u}_1 + \bar{B}_{12} \ddot{\phi}_1; \quad L_2(N) + N_{13}^* k_2 = \bar{B}_{11} \ddot{u}_2 + \bar{B} \ddot{\phi}_2, \\
L_1(M) - Q_{13} &= \bar{B}_{22} \ddot{\phi}_1 + \bar{B}_{21} \ddot{u}_1; \quad L_2(M) - Q_{23} = \bar{B}_{22} \ddot{\phi}_2 + \bar{B}_{21} \ddot{u}_2, \\
L_1(T) &= \frac{\partial T_{11}}{\partial \alpha_1} + \frac{\partial T_{21}}{\partial \alpha_2} \quad (1 \leftrightarrow 2), \\
\frac{\partial N_{13}^*}{\partial \alpha_1} + \frac{\partial N_{23}^*}{\partial \alpha_2} - k_2 N_{22} + F_3 &= B_{11} \ddot{u}_3 \quad (1 \leftrightarrow 2)
\end{aligned} \tag{6}$$

и естественные граничные условия

$$\begin{aligned}
N_{11} = 0, \quad N_{12} = 0, \quad N_{13}^* = 0, \quad M_{11} = 0 \quad (1 \leftrightarrow 2), \\
M_{12} = 0 \quad (1 \leftrightarrow 2).
\end{aligned} \tag{7}$$

Дополняя соотношения (6), (7) необходимым числом начальных условий

$$\begin{aligned}
u_i(\alpha_1, \alpha_2, 0) &= u_i^0(\alpha_1, \alpha_2), \quad \phi_j(\alpha_1, \alpha_2, 0) = \phi_j^0(\alpha_1, \alpha_2), \\
\dot{u}_i(\alpha_1, \alpha_2, 0) &= \dot{u}_i^0(\alpha_1, \alpha_2), \quad \dot{\phi}_j(\alpha_1, \alpha_2, 0) = \dot{\phi}_j^0(\alpha_1, \alpha_2) \quad (i=1, 3; j=1, 2),
\end{aligned} \tag{8}$$

получим полную систему уравнений для анализа нелинейных волновых процессов деформации и послыонного разрушения цилиндрических оболочек, полученных укладкой элементарных слоев однонаправленного композитного материала на тканевой основе.

Численный метод решения сформулированной задачи основывается на явной вариационно-разностной схеме [7].

## 2. Результаты решения задачи

Предварительно была проведена верификация рассматриваемой методики путем сравнения численных расчетов с экспериментальными данными [8] по однократному нагружению изнутри цилиндрической оболочки импульсом давления,

вызванным подрывом в ее геометрическом центре заряда взрывчатого вещества (ВВ) массой  $m$ . В расчетах импульс давления задавался с помощью эмпирической зависимости:

$$F_3(\alpha_1, t) = \begin{cases} 0,35mq/l^3 & \text{при } t \leq 0,35l/\sqrt{q}, \\ 0 & \text{при } t > 0,35l/\sqrt{q}, \end{cases}$$

где  $q = 4,77 \cdot 10^6$  Дж/кг – теплотворная способность ВВ,  $l$  – расстояние от центра заряда до точки внутренней поверхности оболочки. Оболочка получена укладкой десяти слоев тканевого композитного материала.

Оболочка имела следующие геометрические размеры: радиус внутренней поверхности  $R = 0,1$  м, толщину  $h = 0,016$  м, длину  $L = 4R$ . Жесткостные и прочностные характеристики тканевого композитного материала были равны:  $E_{11} = 33,0$  ГПа,  $E_{22} = E_{33} = 19,0$  ГПа,  $\nu_{12} = 0,21$ ,  $\nu_{13} = \nu_{23} = 0,4$ ,  $G_{12} = 5,1$  ГПа,  $G_{13} = 3,73$  ГПа,  $G_{23} = 3,69$  ГПа,  $\rho = 1900$  кг/м<sup>3</sup>,  $F_{11}^P = 0,6$  ГПа,  $F_{11}^C = 0,451$  ГПа,  $F_{22}^P = 0,4$  ГПа,  $F_{22}^C = 0,327$  ГПа,  $F_{12} = 0,092$  ГПа,  $F_{23} = 0,058$  ГПа,  $F_{13} = 0,057$  ГПа.

В табл. 2 представлены результаты сравнения численных расчетов с экспериментальными данными по максимальным значениям кольцевой деформации  $e_{22}^*$  в центральном сечении неразрушившейся оболочки и периоду радиальных колебаний  $T$ , полученные для массы заряда  $m = 0,062$  кг. Здесь в числителе приведены экспериментальные значения, а в знаменателе – расчетные.

Таблица 2

Результаты сравнения расчетов с экспериментальными данными

| $e_{22}^*$ , % | $T \cdot 10^6$ , с |
|----------------|--------------------|
| 1,05           | 170                |
| 1,24           | 160                |

Наблюдается достаточно хорошее совпадение результатов по амплитуде и по периоду колебаний.

При нагружении оболочки зарядом массой  $m = 0,134$  кг наблюдается разрушение оболочки как при численном моделировании, так и в экспериментальном испытании. Иллюстрация осесимметричного процесса разрушения представлена на рис. 1, 2. На рис. 1 показаны деформированные конфигурации оболочки, начиная с момента разрушения связующего и заканчивая моментом, предшествующим разделению оболочки на две части.

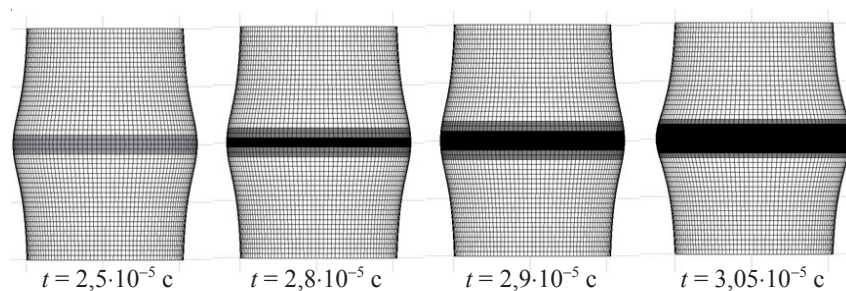


Рис. 1

На рис. 2 показано развитие зон разрушения по толщине пакета слоев в центральном сечении оболочки. Светлый фон соответствует зоне, в которой отсутствуют

ют разрушения; в зоне, закрашенной серым фоном, наблюдается разрушение матрицы; в зоне черного фона наступает разрушение волокон.

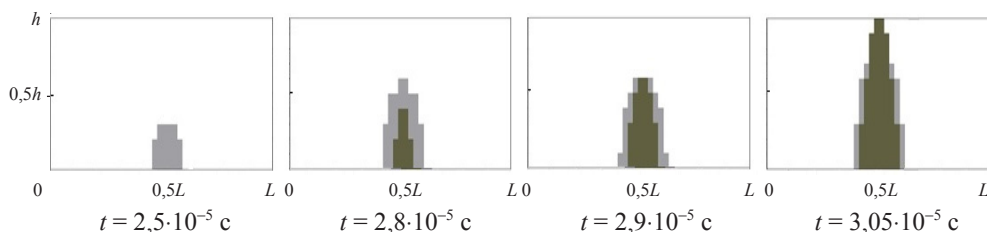


Рис. 2

Разрушение оболочки начинается с растрескивания связующего в центральной зоне оболочки. Этот процесс зарождается на внутренней поверхности оболочки, а затем кольцевая трещина распространяется до внешней поверхности и образуется сквозная трещина по всему пакету, что в итоге приводит к разрыву оболочки по плоскости симметрии на две части. При численном моделировании наблюдается более раннее начало процесса разрушения при меньших уровнях максимальных окружных деформаций по сравнению с экспериментальными результатами, что, по-видимому, связано с отсутствием достоверных данных по полному комплексу прочностных характеристик материала и несовершенством реализованного механизма разрушения. При этом следует отметить, что описанный сценарий численного моделирования процесса послойного разрушения композитных цилиндрических оболочек удовлетворительно согласуется с экспериментальными данными [8].

Следует также заметить, что наряду с осесимметричным разрушением оболочек в экспериментальных исследованиях были зафиксированы случаи локального неосесимметричного разрушения оболочек в зоне центрального сечения, что может быть связано, с одной стороны, с возможными дефектами изготовления оболочки, а с другой – неосесимметричным расположением заряда.

Результаты численного моделирования неосесимметричного деформирования и разрушения цилиндрической оболочки, обусловленного неосесимметричным расположением заряда массой  $m = 0,134$  кг, приведены на рис. 3–6. При этом исследовалось влияние величины смещения заряда по радиусу цилиндра.

На рис. 3 представлены деформированные конфигурации оболочки при смещении заряда вдоль ее радиуса на 5%, зафиксированные в момент начала разрушения связующего и до момента, предшествующему финишному разрушению. На деформированных конфигурациях показаны зоны разрушения внутреннего слоя оболочки (оболочка показана в двух проекциях: со стороны, наиболее близкой к центру заряда, – «в анфас» – рис. 3а и стороны, повернутой на  $90^\circ$  относительно первой, – «в профиль» – рис. 3б). На рис. 4 показан процесс распространения зоны разрушения по толщине пакета слоев в центральном сечении по окружной координате (рис. 4а) и вдоль образующей оболочки (рис. 4б). На рис. 5, 6 представлены аналогичные результаты при смещении заряда на 10% вдоль радиуса оболочки.

Из приведенных результатов следует, что при неосесимметричном нагружении финишное разрушение наступает раньше по сравнению с осесимметричным, а объем зоны разрушения связующего уменьшается с ростом величины смещения заряда.

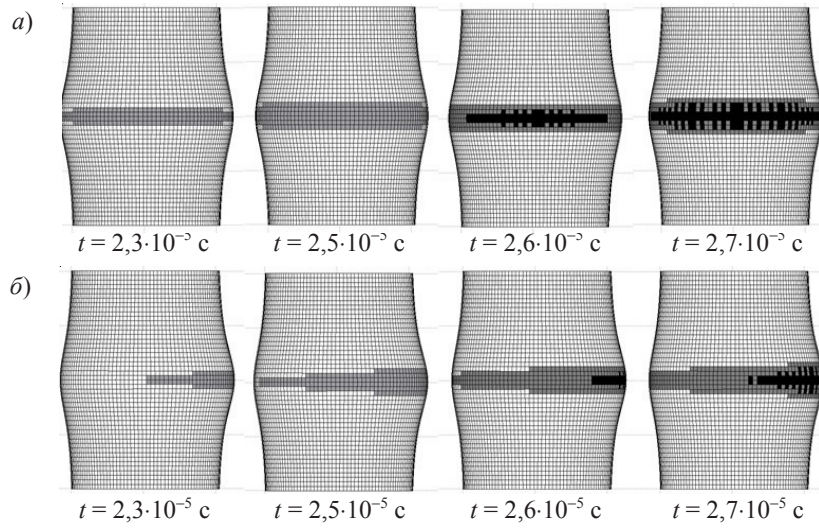


Рис. 3

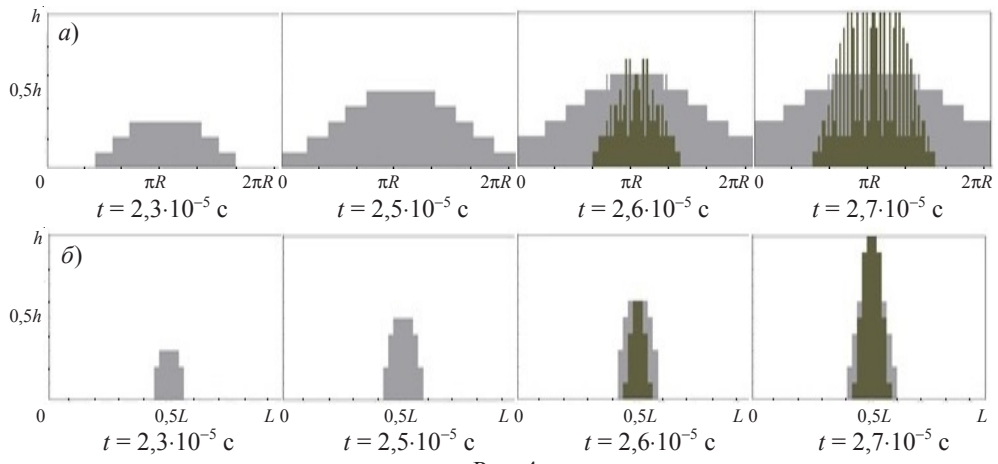


Рис. 4

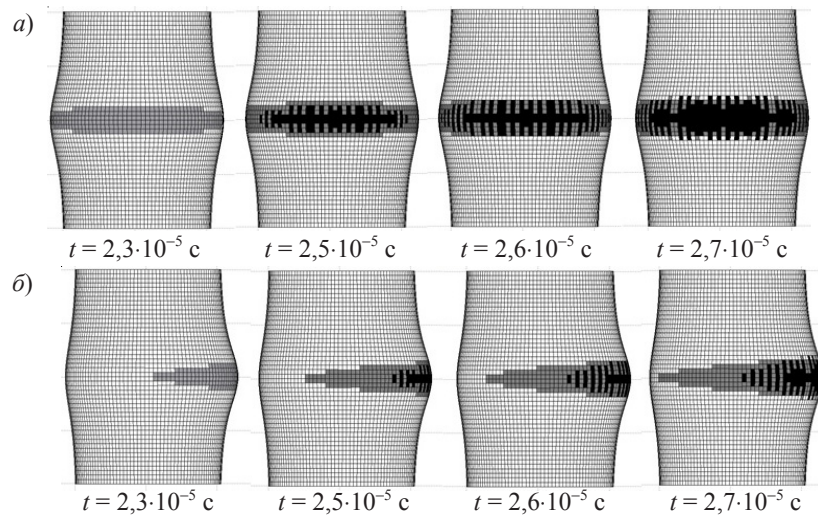


Рис. 5



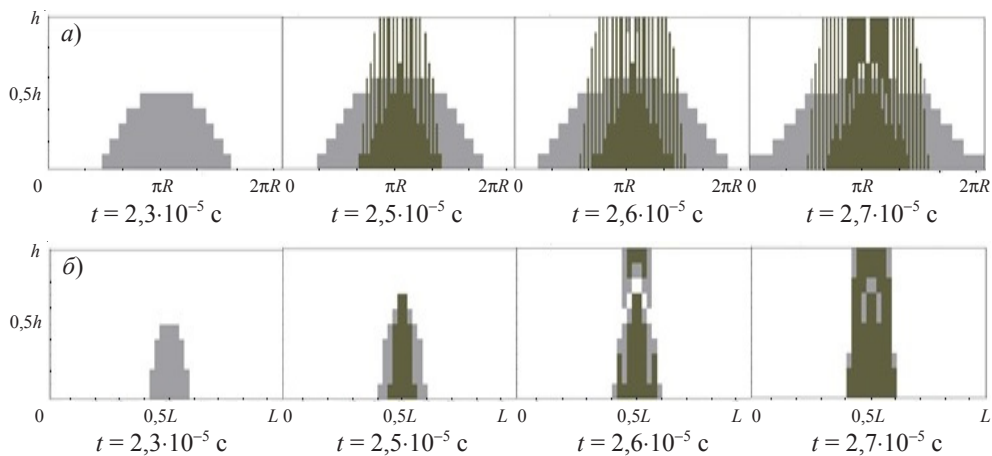


Рис. 6

### Заключение

Предложенная расчетная модель позволяет с удовлетворительной точностью описывать процесс послойного разрушения композитных цилиндрических оболочек при неосесимметричных импульсных воздействиях.

### Список литературы

1. *Богданович А.Е.* Нелинейные задачи динамики цилиндрических композитных оболочек. Рига: Зинатне, 1987. 295 с.
2. *Эллул Б., Камиллери Д., Беттс Дж.* Анализ прогрессирующего разрушения пластин из волокнисто-армированных композитов, подверженных изгибу из плоскости // *Механика композитных материалов.* 2013. Т. 49, №6. С. 911–932.
3. *Лепихин П.П., Ромащенко В.А.* Методы и результаты анализа напряженно-деформированного состояния и прочности многослойных толстостенных анизотропных цилиндров при динамическом нагружении (обзор). Сообщение 2. Теоретические методы // *Проблемы прочности.* 2013. №2. С. 31–45.
4. *Федоренко А.Г., Сырунин М.А., Иванов А.Г.* Критерии выбора композитных материалов для оболочечных конструкций, локализирующих взрыв (обзор) // *ФГиВ.* 2005. Т. 41, №5. С. 3–13.
5. *Браутман Л., Крок Р.* Композиционные материалы. Т. 2: Механика композиционных материалов. М.: Мир, 1978. 568 с.
6. *Васильев В.В.* Механика конструкций из композиционных материалов. М.: Машиностроение, 1988. 272 с.
7. *Абросимов Н.А., Елесин А.В.* Численный анализ влияния структуры армирования на динамическое поведение композитных цилиндрических оболочек при взрывном нагружении // *Проблемы прочности и пластичности: Межвуз. сб. / Нижегородский ун-т,* 2012. Вып. 74. С. 78–83.
8. *Федоренко А.Г., Цыпкин В.И., Иванов А.Г., Русак В.Н., Заикин С.Н.* Особенности динамического деформирования и разрушения цилиндрических стеклопластиковых оболочек при внутреннем импульсном нагружении // *Механика композитных материалов.* 1983. №1. С. 90–94.

### References

1. *Bogdanovich A.E.* Nelineynye zadachi dinamiki tsilindricheskikh kompozitnykh obolochek. Riga: Zinatne, 1987. 295 s.
2. *Ellul B., Kamilleri D., Betts Dzh.* Analiz progressiruyushchego razrusheniya plastin iz

voloknisto-armirovannykh kompozitov, podverzhennykh izgibu iz ploskosti // *Mekhanika kompozitnykh materialov*. 2013. T. 49, №6. S. 911–932.

3. *Lepikhin P.P., Romashchenko V.A.* Metody i rezul'taty analiza napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya i prochnosti mnogoslownykh tolstostennykh anizotropnykh tsilindrov pri dinamicheskom nagruzhении (obzor). Soobshchenie 2. Teoreticheskie metody // *Problemy prochnosti*. 2013. №2. S. 31–45.

4. *Fedorenko A.G., Syrunin M.A., Ivanov A.G.* Kriterii vybora kompozitnykh materialov dlya obolocheknykh konstruksiy, lokalizuyushchikh vzryv (obzor) // *FGiV*. 2005. T. 41, №5. S. 3–13.

5. *Brautman L., Krok R.* Kompozitsionnye materialy. T. 2: *Mekhanika kompozitsionnykh materialov*. M.: Mir, 1978. 568 s.

6. *Vasil'yev V.V.* *Mekhanika konstruksiy iz kompozitsionnykh materialov*. M.: Mashinostroenie, 1988. 272 s.

7. *Abrosimov N.A., Elesin A.V.* Chislennyy analiz vliyaniya struktury armirovaniya na dinamicheskoe povedenie kompozitnykh tsilindricheskikh obolochek pri vzryvnom nagruzhении // *Problemy prochnosti i plastichnosti: Mezhdvuz. sb. / Nizhegorodskiy un-t*, 2012. Vyp. 74. S. 78–83.

8. *Fedorenko A.G., Tsytkin V.I., Ivanov A.G., Rusak V.N., Zaikin S.N.* Osobennosti dinamicheskogo deformirovaniya i razrusheniya tsilindricheskikh stekloplastikovyykh obolochek pri vnutrennem impul'snom nagruzhении // *Mekhanika kompozitnykh materialov*. 1983. №1. S. 90–94.

#### **NUMERICALLY ANALYZING NON-AXISYMMETRIC DEFORMATION AND PROGRESSIVE FAILURE OF LAYERED COMPOSITE CYLINDRICAL SHELLS UNDER PULSED LOADING**

**Abrosimov N.A., Elesin A.V., Pirogov S.A.**

A methodology for numerically investigating dynamic deformation of cylindrical composite shells is considered, aimed at analyzing problems of evaluation of their ultimate deformability and strength as a function of load intensity. An energy-conjugated resolving system of equations of the dynamics of composite cylindrical shells is constructed based on the virtual displacement principle. The degradation model of stiffness characteristics of a multilayered package is formulated using Hoffmann's criterion for the binder and the maximal stress criterion for the fibers, computed in the orthotropic axes of the layer. The numerical method for analyzing the formulated initial boundary-value problem is based on an explicit variational-difference scheme. The results of numerically analyzing the non-axisymmetric deformation and failure of layered composite cylindrical shells under explosive loading are presented.

*Keywords:* composite materials, cylindrical shells, failure criterion, numerical modeling, pulsed loading.