

УДК 539.3

ГИБРИДНОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ ПРЯМОЛИНЕЙНЫХ И КРИВОЛИНЕЙНЫХ СЛОИСТЫХ СТЕРЖНЕЙ

Ю.В. Немировский

Новосибирск

Достижение прогресса в авиа-, ракето- и судостроении, химическом, энергетическом, транспортном машиностроении, а также в строительной индустрии связано с ужесточением условий эксплуатации основных несущих элементов конструкций и сооружений и предъявлением к конкурентным изделиям повышенных требований по экономическим и массозатратным показателям. В настоящее время требуется, чтобы изделия сохраняли работоспособность в условиях высоких температур и механических нагрузок, при воздействии радиационных облучений и химически агрессивных сред, экстремальных статических и динамических нагрузках, при этом были относительно дешевы и имели как можно меньший вес. Специалисты, работающие в области расчетов и проектирования конструкций, давно пришли к убеждению, что проектирование конструкций из однородных конструкционных материалов при современных требованиях к изделиям исчерпало свои возможности и дальнейший прогресс возможен лишь при использовании композитных, в частности, слоистых конструкций.

В настоящее время существует большое количество технологий, позволяющих создать слоистые пакеты из практически любых наборов материалов с существенно различными физико-механическими свойствами. К таким технологиям можно, в частности, отнести: магнитно-ультразвуковую наплавку, вакуумно-химическое осаждение из газовой среды, плазменное и холодное газодинамическое напыление, сварку взрывом и диффузионную сварку под давлением, склеивание, пайку и многие другие. Основная проблема заключается в выяснении вопроса о наиболее эффективном законе распределения материалов из имеющегося набора. Эту проблему будем называть проблемой гибридного проектирования конструкций. В общем случае она многогранна и должна опираться на формулировку основных требований и приемлемых качеств. Здесь мы ограничимся, для простоты, только аспектами термомеханического поведения материалов и случаем широко распространенных стержневых конструкций. Дело в том, что стержневые конструкции составляют скелетную основу практически любых авиационных, машиностроительных, судостроительных изделий и конструкций индустриального строительства и вопрос реализации большинства проектов зависит, прежде всего, от надежности, несущей способности и качества его "скелетной основы".

Будем считать в дальнейшем, что механические характеристики материалов, составляющих слоистый пакет, являются соразмерными (отличающимися не более, чем на порядок) и прочность соединения не ниже прочности соединяемых слоев. В этом случае для слоистых стержней вполне приемлемо использование традицион-

ных гипотез Кирхгофа–Лява. Тогда безразмерные уравнения равновесия можно записать в виде:

$$\frac{dN}{dx} - \frac{Q}{r} + q_1 = 0, \quad (1)$$

$$\frac{dQ}{dx} + \frac{N}{r} + q_2 = 0, \quad (2)$$

$$\frac{dM}{dx} - Q + m = 0. \quad (3)$$

Здесь введены безразмерные величины:

$$\begin{aligned} x &= \frac{s}{H_0}, \quad r = \frac{R}{H_0}, \quad q_j = \frac{\bar{q}_j}{H_0} \quad (j=1,2), \\ Q &= \frac{\bar{Q}}{E_0 F_0}, \quad N = \frac{\bar{N}}{E_0 F_0}, \quad M = \frac{\bar{M}}{E_0 H_0^3}, \\ m &= \frac{\bar{m}}{E_0 H_0^2}, \quad F_i = \frac{\bar{F}_i}{H_0^2}, \quad S_i = \frac{\bar{S}_i}{H_0^3}, \quad J_i = \frac{\bar{J}_i}{H_0^4}, \\ E_i &= \frac{\bar{E}_i}{E_0}, \quad \rho_i = \frac{\bar{\rho}_i}{\rho_0}, \quad F = H_0^2, \quad u = \frac{\bar{u}}{H_0}, \\ w &= \frac{\bar{w}}{H_0}, \quad y = \frac{\bar{y}}{H_0}, \quad z = \frac{\bar{z}}{H_0}, \quad u_0 = \frac{\bar{u}_0}{H_0}, \quad \alpha_i = \bar{\alpha}_i T_0, \quad T = \frac{\bar{T}}{T_0}, \end{aligned}$$

\bar{N} , \bar{Q} – осевая и перерезывающая сила в сечении; \bar{M} – изгибающий момент; \bar{u}_0 , \bar{w} – осевое перемещение и прогиб отсчетной линии слоистого стержня; $\bar{\rho}_i$, \bar{E}_i , $\bar{\alpha}_i$, \bar{F}_i , \bar{S}_i , \bar{J}_i – соответственно плотность, модуль упругости, коэффициент линейного расширения, площадь, статический момент и момент инерции i -го слоя в сечении стержня; s , \bar{z} – координаты вдоль оси и по нормали к оси стержня; \bar{q}_1 , \bar{q}_2 – касательная и нормальная составляющие распределенной нагрузки; $m(s)$ – распределенный внешний изгибающий момент; $R(s)$ – радиус кривизны осевой линии; \bar{T} – температура; E_0 , ρ_0 , H_0 , T_0 – безразмеривающие характеристики эталонного проекта из однородного материала.

Кинематические гипотезы Кирхгофа–Лява для деформации сечения слоистого стержня дают выражение:

$$\begin{aligned} \varepsilon(x, z) &= \varepsilon_0(x) + z\chi(x), \\ \varepsilon_0 &= \frac{du_0}{dx}, \quad \chi(x) = -\frac{d^2 w}{dx^2}. \end{aligned} \quad (4)$$

Пусть внешние распределенные нагрузки действуют в плоскости $z = 0$. Тогда для симметричных относительно плоскости x, z сечений возможны следующие слоистые пакеты (рис. 1,а,б)

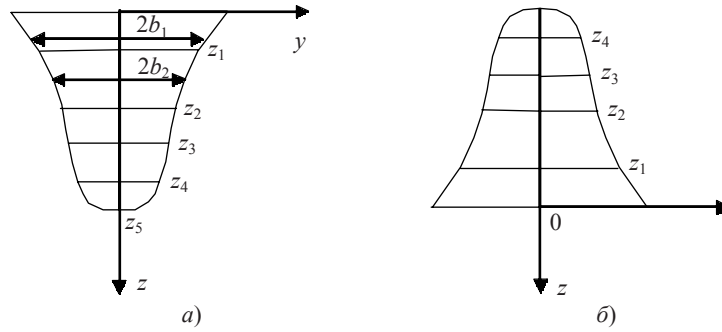


Рис. 1

Безразмерные усилие и момент в сечении слоистого пакета определяются выражениями:

$$N(x) = 2 \sum_{i=1}^n \int_{z_{i-1}}^{z_i} \sigma_i b_i(x, z) dz, \quad M(x) = 2 \sum_{i=1}^n \int_{z_{i-1}}^{z_i} \sigma_i b_i(x, z) z dz, \quad (5)$$

где напряжения $\sigma_i(x, z)$ в случае термоупругого состояния i -го слоя и равномерной по сечению температуры T определяются выражением

$$\sigma_i = E_i (\epsilon_0 + z\chi - \alpha_i T), \quad z_{i-1} \leq z \leq z_i, \quad (6)$$

и тогда

$$N(x) = A_1 \epsilon_0 + A_2 \chi - A_4 T, \quad M(x) = A_2 \epsilon_0 + A_3 \chi - A_5 T, \quad (7)$$

$$A_1(x) = \sum_{i=1}^n E_i F_i, \quad A_2(x) = \sum_{i=1}^n E_i S_i, \quad A_3(x) = \sum_{i=1}^n E_i J_i,$$

$$A_4(x) = \sum_{i=1}^n E_i \alpha_i F_i, \quad A_5(x) = \sum_{i=1}^n E_i \alpha_i S_i,$$

$$F_i = 2 \int_{z_{i-1}}^{z_i} b_i(x, z) dz, \quad S_i = 2 \int_{z_{i-1}}^{z_i} b_i(x, z) z dz, \quad J_i = 2 \int_{z_{i-1}}^{z_i} b_i(x, z) z^2 dz. \quad (8)$$

В качестве критерия рационального гибридного проекта целесообразно выдвинуть требование максимального исчерпания возможностей упругого деформирования материалов каждого слоя на его внешней границе:

$$\epsilon_0 + z_i \chi = \pm \frac{\sigma_{0i}^{\pm}}{E_i} + \alpha_i T = \epsilon_i^{*\pm}, \quad \epsilon_{0i}^{*\pm} = \frac{\sigma_{0i}^{\pm}}{E_i} \quad (i = 1, 2, \dots, n), \quad (9)$$

знаки \pm относятся к случаю растяжения (+) или сжатия (-).

Из этих равенств получим

$$\epsilon_{i+1}^{*\pm} - \epsilon_i^{*\pm} = (z_{i+1} - z_i) \chi, \quad (10)$$

$$z_i = \epsilon_i^{*\pm} \zeta_1(x) + \zeta_2(x), \quad (11)$$

$$\zeta_1(x) = \frac{1}{\chi(x)}, \quad \zeta_2(x) = \frac{\varepsilon_0(x)}{\chi(x)}, \quad \chi(x) \neq 0. \quad (12)$$

При $\chi > 0$ из соотношений (10) следуют неравенства

$$\varepsilon_{i+1}^{*\pm} - \varepsilon_i^{*\pm} > 0 \quad (13)$$

для расстановки материалов на рис. 1,а и

$$\varepsilon_{i+1}^{*\pm} - \varepsilon_i^{*\pm} < 0 \quad (14)$$

для расстановки материалов на рис. 1,б.

При $\chi < 0$, наоборот, расстановка материалов, отвечающая неравенству (13), соответствует рис. 1,б, а отвечающая неравенству (14) – рис. 1,а. Система уравнений (1)–(3) с учетом выражений (7), (8), (11), (12) является разрешающей системой трех обыкновенных квазилинейных дифференциальных уравнений для искомых функций $Q(x)$, $\zeta_1(x)$, $\zeta_2(x)$ при заданных формах зависимостей функций формы боковых поверхностей b_i от координаты z . Для прямолинейных стержней ($t = \infty$) система уравнений (1)–(3) при заданных нагрузках q_1 , q_2 , m может быть проинтегрирована:

$$N(x) = N_1 - \int_{x_1}^x q_1(x) dx, \quad Q(x) = Q_1 - \int_{x_2}^x q_2(x) dx, \quad (15)$$

$$M(x) = M_1 + Q_1(x - x_3) - \int_{x_3}^x m dx + \int_{x_3}^x \left(\int_{x_2}^x q_2(x) dx \right) dx, \quad (16)$$

$$N_1 = N(x_1), \quad Q_1 = Q(x_2), \quad M_1 = M(x_3).$$

Так как правые части являются известными функциями, то из первых двух равенств (15) при учете зависимостей (7), (8), (11), (12) получаем систему двух нелинейных алгебраических уравнений для функций $\zeta_1(x)$, $\zeta_2(x)$.

Для криволинейных стержней ($r < \infty$) из уравнения (1) получим

$$Q = r \frac{dN}{dx} + q_1 r.$$

Подставляя это выражение в уравнение (2), получим

$$r \frac{d}{dx} \left(r \frac{dN}{dx} \right) + r \frac{d}{dx} (q_1 r) + N + q_2 r = 0. \quad (17)$$

Сделаем замену переменных

$$\frac{dx}{r(x)} = d\varphi \Rightarrow r = \psi(\varphi). \quad (18)$$

Тогда уравнение (17) сведется к линейному дифференциальному уравнению второго порядка для функции N :

$$\frac{d^2 N}{d\varphi^2} + N = -q_2 r - \frac{d}{d\varphi} (q_1 r), \quad (19)$$

при этом выражение для Q примет вид

$$Q = \frac{dN}{d\varphi} + q_1 r,$$

и из уравнения (3) получим

$$\frac{dM}{d\varphi} = \left(\frac{dN}{d\varphi} + q_1 r - m \right) r. \quad (20)$$

После интегрирования уравнений (19), (20) определим функции N и M , после чего, как и в случае прямолинейных стержней, учитывая выражения (7), (8), (11), (12), получим систему двух нелинейных алгебраических уравнений для определения функций $\zeta_1(x)$, $\zeta_2(x)$. Таким образом, для произвольных статически определимых криволинейных стержней решение задачи гибридного проектирования сильно упрощается.

Выражения (11), (12) лишены смысла при $\chi = 0$, и этот особый случай следует рассматривать отдельно. В этом случае равенства (7) принимают вид:

$$N(x) = A_1 \varepsilon_0 - A_4 T, \quad M(x) = A_2 \varepsilon_0 - A_5 T. \quad (21)$$

Поскольку в этом случае деформация остается одинаковой по сечению стержня, то в качестве требования рациональности проекта можно принять равенство

$$\varepsilon_0 = \varepsilon_{0\zeta}^{\pm} + \alpha_{\zeta} T = \varepsilon_{\zeta}^{*\pm} = \text{const} \quad (1 \leq \zeta \leq n), \quad (22)$$

где $\varepsilon_{0\zeta}^{\pm}$ – наименьшая по модулю предельная упругая деформация из набора используемых материалов. Учитывая формулы (15) для прямолинейных стержней или решения уравнений (19), (20) для криволинейных стержней, из равенств (21) при учете (22) определяем связь между действующими нагрузками и параметрами сечений рассматриваемых проектов. Очевидно, что существует целое множество гибридных проектов, обладающих одним и тем же свойством рационального использования материалов с точки зрения их термомеханического деформирования. Сужение этого класса и дополнительная конкретизация может осуществляться путем введения некоторых дополнительных требований. Такие требования могут быть связаны с массой или стоимостью проекта. Для рассматриваемых гибридных проектов масса и стоимость определяются выражениями:

$$B = \int_0^l \left(\sum_{i=1}^n \rho_i F_i \right) dx, \quad C = \int_0^l \left(\sum_{i=1}^n \rho_i c_i F_i \right) dx, \quad (23)$$

где ρ_i , c_i – плотности и стоимости материалов i -го слоя. Сужение множества гибридных проектов может осуществляться на путях обеспечения проектов минимального веса или стоимости. Эта задача сводится к задаче об определении минимума функционалов (23). Методы решения подобных задач вариационного исчисления известны, и здесь обсуждаться не будут.

Во многих случаях дополнительные требования могут возникнуть из архитектурно-эстетических соображений или из ограничений, связанных с возможностями или удобствами технологической осуществимости. Если в местах соединения слоев разрыв по ширине отсутствует, то будем иметь [1]:

$$d_i(x) = \frac{b_i^0(x) - b_{i-1}^0(x)}{[z_i(x) - z_{i-1}(x)]^{V_i}}.$$

Вышеприведенные формулы выписаны для случаев нагружения и закрепления стержней, когда деформация нулевого растяжения стержня находится за пределами сечения стержня. Возможны случаи, когда линия нулевых деформаций будет находиться внутри сечения стержня. В этом случае формулы (7) останутся верными, если для $A_1(x)$, ..., $A_5(x)$ вместо (8) использовать выражения:

$$\begin{aligned} A_1(x) &= \sum_{i=1}^m E_i F_i + \sum_{j=m+1}^n E_j F_j, & A_2(x) &= \sum_{i=1}^m E_i S_i + \sum_{j=m+1}^n E_j S_j, \\ A_3(x) &= \sum_{i=1}^m E_i J_i + \sum_{j=m+1}^n E_j J_j, & A_4(x) &= \sum_{i=1}^m E_i \alpha_i F_i + \sum_{j=m+1}^n E_j \alpha_j F_j, \\ A_5(x) &= \sum_{i=1}^m E_i \alpha_i S_i + \sum_{j=m+1}^n E_j \alpha_j S_j. \end{aligned} \quad (24)$$

Для z_i остаются справедливы выражения (11), а для z_j – выражения

$$z_j = \varepsilon_j^{*\pm} \zeta_1(x) + \zeta_2(x) \quad (j = m+1, \dots, n). \quad (25)$$

Для слоев с j -ми номерами расстановка материалов определяется равенствами

$$\varepsilon_{j+1}^{*\pm} - \varepsilon_j^{*\pm} = (z_{j+1} - z_j) \chi. \quad (26)$$

Приведенные соотношения позволяют решать задачи гибридного проектирования для произвольных криволинейных и прямолинейных стержней при любом расположении слоев. При сужении класса произвольности сечений, расположении материалов и при специальном выборе отсчетной поверхности задача может быть существенно упрощена.

Если структура сечения симметрична относительно отсчетной поверхности ($m = n$, $b_i = b_j$, $h_i = h_j$, $E_i = E_j$, $\alpha_i = \alpha_j$, $\sigma_{01} = \sigma_j$), то будем иметь $F_i = F_j$, $J_i = J_j$, $S_i = -S_j$ и для прямолинейных стержней при отсутствии температуры ($T = 0$) будем иметь случай поперечного изгиба слоистой гибридной балки. Тогда для изгибающего момента имеем [2–4]:

$$M = -J(x) \chi, \quad J(x) = 4 \sum_{i=1}^n \int_{z_{i-1}}^{z_i} E_i b_i z^2 dz. \quad (27)$$

Условие достижения предельной упругой деформации на границе

$$z_i(x) |\chi| = \varepsilon_{0i}, \quad \frac{|z_{i+1}|}{|z_i|} = \frac{\varepsilon_{0i+1}}{\varepsilon_{0i}} \quad (i = 1, 2, \dots, n), \quad (28)$$

откуда следует правило расстановки материалов для гибридного проекта балки:

$$\varepsilon_{0i+1} \geq \varepsilon_{0i} \quad (i = 1, 2, \dots, n). \quad (29)$$

Из (28) получим

$$|\chi| = \frac{\varepsilon_{0n}}{|z_i(x)|}, \quad z_i = \beta_i z_n, \quad \beta_i = \frac{\varepsilon_{0i}}{\varepsilon_n}. \quad (30)$$

Тогда для $J(x)$ получим выражение

$$J(x) = 4 \sum_{i=1}^n \int_{\beta_{i-1} z_n}^{\beta_i z_n} E_i b_i z^2 dz.$$

Если функция $b_i(x, z)$ и характеристики материалов E_i, ρ_i, c_i заранее известны, то, учитывая выражения (26), (29), из уравнения изгиба балки получим уравнения для определения функции $z_n(x)$:

$$\left[\frac{J(x)}{z_n(x)} \right]'' = q(x) \varepsilon_{0n}^{-1}, \quad (31)$$

где $q(x)$ – безразмерная распределенная поверхностная нагрузка, штрих обозначает производную по x .

Предположим теперь, что, наоборот, координаты z_i известны и постоянны. Это удобно при использовании технологий склейки, сварки взрывом, пайки, диффузионной сварки и методов напылений. Тогда при проектировании кусочно-линейных по высоте сечений балок будем иметь:

$$b_i(x, z) = b_i^0(x) + (z_i - z_{i-1}) d_i(x) \quad (i = 1, 2, \dots, n),$$

$$b_i^0 = b_{i-1}^0(x) + z_n \sum_{k=1}^{i-1} (\beta_k - \beta_{k-1}) d_k(x). \quad (32)$$

В этом случае

$$J(x) = z_n^4 \left[\frac{1}{3} \left\{ \frac{b_0^0}{z_n} \sum_{i=1}^n E_i (\beta_i^3 - \beta_{i-1}^3) + \sum_{i=1}^n E_i (\beta_i^3 - \beta_{i-1}^3) \times \right. \right.$$

$$\left. \left. \times \left[\sum_{k=1}^{i-1} (\beta_k - \beta_{k-1}) d_k(x) - \beta_{i-1} d_i(x) \right] \right\} \right] + \frac{1}{4} \sum_{i=1}^n E_i (\beta_i^4 - \beta_{i-1}^4) d_i(x), \quad (33)$$

$$B = \int_0^l \left\{ b_0^0(x) \sum_{i=1}^n \rho_i^0 (\beta_i - \beta_{i-1}) + \frac{z_n}{2} \sum_{i=1}^n \rho_i \left[(\beta_i - \beta_{i-1})^2 d_i(x) + \right. \right.$$

$$\left. \left. + 2 \sum_{k=1}^{i-1} \rho_k (\beta_k - \beta_{k-1}) d_k(x) \right] \right\} dx, \quad (34)$$

$$C = \int_0^l \left\{ b_0^0(x) \sum_{i=1}^n c_i \rho_i^0 (\beta_i - \beta_{i-1}) + \frac{z_n}{2} \sum_{i=1}^n \rho_i c_i \left[(\beta_i - \beta_{i-1})^2 d_i(x) + \right. \right.$$

$$\left. \left. + 2 \sum_{k=1}^{i-1} \rho_k c_k (\beta_k - \beta_{k-1}) d_k(x) \right] \right\} dx.$$

Если все функции $d_k(x)$ заранее заданы, то оставшаяся единственная неизвестная

функция $b_0^0(x)$ может быть легко найдена из уравнения (31) при использовании выражения (33). Если же функции $d_i(x)$ заранее не известны, то можно воспользоваться для их определения дополнительными требованиями минимума функционала веса или стоимости, определяемого равенствами (34).

Можно воспользоваться и некоторыми другими соображениями. Если принять, например, предположение $d_i(x) = d_i^0 b_{i-1}^0(x)$ ($d_i^0 = \text{const}$), то в этом случае выражения (32) примут вид:

$$b_i^0(x) = b_0^0(x) \prod_{i=1}^n [1 + (\alpha_i - \alpha_{i-1}) d_i^0 z_n]$$

и задача снова сведется к нахождению единственной функции $b_0^0(x)$ из уравнения (31). Тем не менее, это разные конструкции с общим полезным качеством – наиболее эффективного использования механических свойств всех составляющих материалов. Таким образом, в рамках гибридного проектирования можно получить большое количество разнообразных эффективных проектов с различными уровнями значимости требуемых качеств.

Особый подкласс составляют гибридные проекты слоистых стержней с постоянными сечениями вдоль оси x . В этом случае коэффициенты A_1, \dots, A_5 в уравнениях (7) будут постоянными и тогда

$$\varepsilon_0(x) = \frac{A_2(M(x) + A_5T) - A_3(N(x) + A_4T)}{A_2^2 - A_1A_3},$$

$$\chi(x) = \frac{A_2(N(x) + A_4T) - A_1(M(x) + A_5T)}{A_2^2 - A_1A_3}.$$

В этом случае условие гибридного проектирования не может быть выполнено во всех сечениях вдоль оси стержня, а должно реализоваться лишь в некотором сечении $x = x_*$, для которого будет выполнено условие

$$\max_{0 \leq x \leq l} [\varepsilon_0(x) + z_n \kappa(x)] = \varepsilon_n^{*\pm}.$$

Если обозначить точку, в которой выполняется это требование, через x_* , то в соответствии с (11) координаты раздела слоев будут определяться выражениями

$$z_i = \varepsilon_i^{*\pm} \zeta_1(x_*) + \zeta_2(x_*),$$

и правила расположения материалов определяются в зависимости от знака $\zeta_1(x_*)$ неравенствами (13) или (14). Ясно, что гибридные проекты с постоянным поперечным сечением обладают уже не функциональным, а лишь параметрическим произволом, и существенно уменьшают возможности улучшения конструкций, хотя могут также давать достаточно эффективные конструкции. В случае изгиба слоистых балок постоянного сечения с симметричным расположением слоев относительно нейтральной оси имеем:

$$|\kappa| = \frac{|M(x)|}{J_0},$$

$$|\kappa| = \frac{|M(x)|}{J_0}, \quad J_0 = 4 \sum_{i=1}^n \int_{\beta_{i-1} z_n^0}^{\beta_i z_n^0} b_i(z) z^2 dz.$$

При кусочно-линейных по высоте сечениях

$$b_i^0(z) = b_0^0 + z_n^0 \left[\sum_{k=1}^{i-1} (\beta_k - \beta_{k-1}) d_k^0 - \beta_{i-1} d_i^0 \right] + z d_i^0$$

будем иметь

$$J_0 = \frac{4(z_n^0)^3}{3} \sum_{i=1}^n \left\{ E_i^0 \left[b_0^0 + z_n^0 \left[\sum_{k=1}^{i-1} (\beta_k - \beta_{k-1}) d_k^0 - \beta_{i-1} d_i^0 \right] \right] (\beta_i^3 - \beta_{i-1}^3) \right\} + \\ + z_n^0 \sum_{i=1}^n E_i^0 (\beta_i^4 - \beta_{i-1}^4) d_i^0,$$

и вес слоистой балки

$$B = 4l b_0^0 z_n^0 \sum_{i=1}^n \rho_i (\beta_i - \beta_{i-1}) + 4l z_n^0 \sum_{i=1}^n \rho_i \left\{ (\beta_i - \beta_{i-1}) \left[\sum_{k=1}^{i-1} (\beta_k - \beta_{k-1}) d_k^0 - \right. \right. \\ \left. \left. - \beta_{i-1} d_i^0 \right] + \frac{1}{2} d_i^0 (\beta_i^4 - \beta_{i-1}^4) \right\} \quad (\beta_i = \varepsilon_i^* / \varepsilon_n^*)$$

зависит от параметров b_0^0, z_n^0, d_i^0 , которые связаны между собой соотношением

$$\max |\kappa| = \varepsilon_n^0 / z_n^0.$$

Предлагаемый подход был использован для оценки эффективности двухслойных и трехслойных упругих гибридных балок, рам и арок при статических нагрузках в работах [1–6]. Обобщение этого подхода на случай действия гармонических нагрузок изложено в [7], а в случае высокоинтенсивных ударных и взрывных нагрузок – в работах [8–12]. Во многих случаях определяющей характеристикой качества конструкции выступает время допустимой (безопасной) эксплуатации в условиях ползучести.

Проблема оптимального и рационального проектирования слоистых стержней в условиях ползучести была рассмотрена в [13–15]. Эффективный путь гибридного проектирования стержневых конструкций заключается в сочетании профилирования сечения конструкции с управляемой структурой внутреннего армирования. На этом пути могут быть получены очень эффективные проекты. Некоторые результаты в этом направлении были получены в работах [11, 16, 17].

Поскольку параметры материалов и их распределения в гибридной конструкции могут изменяться в широких пределах, то естественно возникает вопрос о приемлемости классических кирхгофовских гипотез для расчета конструкций такого типа. Необходимые оценки можно получить либо путем проведения широко-масштабной целевой экспериментальной программы, что нереально в нынешних условиях, либо путем проведения математического анализа поведения таких конструкций на основе пространственной теории упругости слоистых сред. При-

менительно к длинным прямолинейным стержням типа слоистых балок такой подход разработан в работах [18–21].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 05–02–00161–а).

Литература

1. *Немировский, Ю.В.* Равнопрочные слоистые упругие балки и арки / Ю.В. Немировский // Изв. вузов. Строительство. – 1996. – № 6. – С. 20–25.
2. *Немировский, Ю.В.* Теория мозаичного проектирования стержневых конструкций / Ю.В. Немировский // Качество, безопасность, энерго- и ресурсосбережение в промышленности строительных материалов и строительстве на пороге XXI века. – Белгород, 2000. – Ч. 5. – С. 143–148.
3. *Немировский, Ю.В.* Мозаичное проектирование слоистых балок и пластин / Ю.В. Немировский // Проблемы механики деформируемых тел / Ереван: изд-во ИМ НАН Армении. – 2000. – С. 241–249.
4. *Немировский, Ю.В.* Мозаичное проектирование слоистых балок / Ю.В. Немировский // Изв. вузов. Строительство. – 2002. – № 10. – С. 14–19.
5. *Мищенко, А.В.* Оптимальное проектирование равнопрочных слоистых рам / А.В. Мищенко, Ю.В. Немировский // Изв. вузов. Строительство. – 1998. – № 1. – С. 21–30.
6. *Мищенко, А.В.* Проектирование и анализ эффективности равнопрочных слоистых рам различных типов / А.В. Мищенко, Ю.В. Немировский // Изв. вузов. Строительство. – 1999. – № 9. – С. 12–20.
7. *Немировский, Ю.В.* Равнопрочные слоистые стержни при гармоническом нагружении / Ю.В. Немировский // Изв. вузов. Строительство. – 1999. – № 12. – С. 20–25.
8. *Немировский, Ю.В.* Динамический изгиб упругопластических балок / Ю.В. Немировский // Научный вестник НГТУ. – 2001. – № 1 (10). – С. 75–86.
9. *Немировский, Ю.В.* Динамическое разрушение стержневых конструкций с концентраторами напряжений / Ю.В. Немировский // Механизмы и машины ударного, периодического и вибрационного действия: Матер. Междунар. научн. симпоз., Орел, 22–24 нояб. 2000. – Орел: изд-во ОрГТУ, 2000. – С. 217–223.
10. *Немировский, Ю.В.* Повреждаемость слоистых балок при интенсивных динамических нагрузках / Ю.В. Немировский // Механика и процессы управления: Тр. XXXI Уральского семинара УРО РАН. – Екатеринбург, 2001. – С. 120–125.
11. *Немировский, Ю.В.* Динамический изгиб армированных пластических стержней / Ю.В. Немировский // Динамика сплошной среды / Новосибирск. – 1979. – В. 41. – С. 38–42.
12. *Иванов, Г.В.* Динамика жестко-пластической системы перекрестных связей / Г.В. Иванов, Ю.В. Немировский, Ю.Н. Работнов // Изв. АН СССР. ОТН, Механика и машиностроение. – 1963. – № 2. – С. 51–57.
13. *Немировский, Ю.В.* Равнопрочные плоские рамы со слоистыми стержнями из металлов в условиях ползучести / Ю.В. Немировский, А.В. Мищенко // Сооружения, композиции, технологии и строительные материалы XXI века: Тр. II Междунар. научно-практич. конф. – Белгород, 1999. – С. 74–84.
14. *Немировский, Ю.В.* Равнопрочные и оптимальные балки и арки в условиях ползучести / Ю.В. Немировский // Проблемы оптимального проектирования сооружений: Докл. Всероссийск. семинара, Новосибирск, НГАС, 2–5 апр. 1997. Новосибирск, 1997. – Ч. 2. – С. 33–38.
15. *Мищенко, А.В.* Проектирование рам со слоистыми стержнями при заданном сроке эксплуатации в условиях ползучести / А.В. Мищенко, Ю.В. Немировский // Изв. вузов. Строительство. – 2001. – № 6. – С. 8–15.
16. *Немировский, Ю.В.* Рациональное армирование и профилирование железобетонных балочных пролетных строений мостов / Ю.В. Немировский, А.П. Янковский // Современные проблемы строительного материаловедения: Матер. VII академич. чтений РААСН. – БелГТАСМ. Белгород, 2001. – Ч. 2. – С. 208–216.
17. *Немировский, Ю.В.* Изгиб армированных криволинейных стержней и оптимизация

их структуры по начальному разрушению / Ю.В. Немировский, Б.С. Резников // Методы решения задач упругости и пластичности / Горьков. ун-т, Горький. – 1973. – Ч. 7. – С. 106–124.

18. *Немировский, Ю.В.* Теория слоистых балок / Ю.В. Немировский, Г.Л. Горынин // Проблемы оптимального проектирования сооружений: Докл. IV Всероссийск. семинара / НГАС, Новосибирск. – 2002. – С. 264–274.

19. *Горынин, Г.Л.* Метод асимптотического расщепления в задаче о гармонических колебаниях композитной балки / Г.Л. Горынин, Ю.В. Немировский // Математическое моделирование и краевые задачи: Тр. Всероссийск. науч. конф., Самара, 26–28 мая 2004. – Самара, 2004. – Ч. 1. – С. 63–67.

20. *Горынин, Г.Л.* Продольно-поперечный изгиб слоистых балок в трехмерной постановке / Г.Л. Горынин, Ю.В. Немировский // ПМТФ. – 2004. – Т. 45, № 6. – С. 133–143.

21. *Горынин, Г.Л.* Метод асимптотического расщепления в задачах изгиба слоистых балок на упругом основании / Г.Л. Горынин, Ю.В. Немировский // Изв. вузов. Строительство. – 2004, – № 12. – С. 4–10.

[11.07.2005]