УДК 539.376

РАСЧЕТ ПОЛЗУЧЕСТИ СЛОИСТЫХ БАЛОК-СТЕНОК РЕГУЛЯРНОЙ СТРУКТУРЫ ИЗ НЕЛИНЕЙНО-НАСЛЕДСТВЕННЫХ МАТЕРИАЛОВ*

А.П. Янковский

Институт теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича СО РАН, Новосибирск

lab4nemir@rambler.ru

Поступила в редакцию 12.05.2014

На основе алгоритма шагов по времени сформулирована задача неупругого деформирования слоистых балок-стенок типа Тимошенко регулярной структуры. Поведение материалов слоев описывается нелинейно-наследственной теорией ползучести Ю.Н. Работнова. Проведены расчеты неустановившейся ползучести двухопорных изотропных и слоистых балок-стенок.

Ключевые слова: балка, ползучесть, структурная теория, слоистые балки-стенки, нелинейная наследственность, неупругое деформирование, теория Тимошенко.

Все конструкционные материалы, а также фазовые материалы в композитах при длительном нагружении проявляют свойства ползучести [1, 2]. Этим объясняется актуальность изучения ползучести композитных тонкостенных элементов конструкций типа балок, пластин и оболочек, в частности слоистых балок-стенок регулярной структуры, при их нагружении в поперечном направлении. Для решения таких задач можно воспользоваться нелинейно-наследственной теорией ползучести Ю.Н. Работнова, которая описывает механическое поведение не только полимерных материалов, но и некоторых металлических сплавов и сталей на стадии их упрочнения и установившейся ползучести [1–3 и др.]. Это позволяет описать с единых позиций неустановившуюся ползучесть композитных конструкций, состоящих как из полимерных, так и металлических фазовых материалов. Эффективность применения наследственных теорий для расчета ползучести, например, оболочек с подкрепляющими ребрами продемонстрирована в [4].

В настоящем исследовании разрабатывается методика расчета ползучести слоистых балок-стенок регулярной структуры, поведение фазовых материалов которых подчиняется нелинейно-наследственной теории Ю.Н. Работнова.

Рассматривается балка-стенка, изображенная на рис. 1, имеющая длину L, высоту $2h = \mathrm{const}$ и ширину $B = \mathrm{const}$ (в направлении x_2, перпендикулярном плоскости рисунка). Балка собрана из регулярно чередующихся в поперечном направлении x_3

* Выполнено при поддержке РФФИ (грант 14-01-00102-а).

тонких слоев постоянной толщины, ее структура в этом направлении считается квазиоднородной.

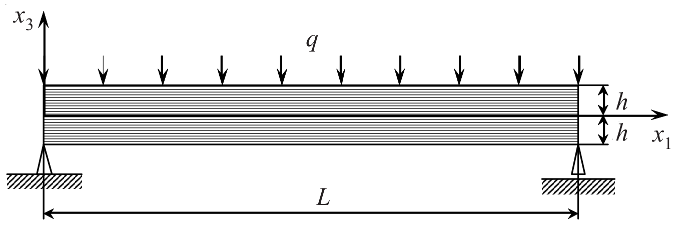


Рис. 1

В статьях [5, 6] было показано, что при изгибе тонкостенных слоистых элементов конструкций регулярной структуры, работающих в условиях установившейся ползучести всех фазовых материалов или в условиях упругопластического их деформирования, необходимо учитывать их ослабленное сопротивление поперечному сдвигу. Очевидно, что эти особенности деформирования необходимо учитывать и при изучении неустановившейся ползучести таких элементов конструкций.

Так как в металл-полимерных композициях жесткости фазовых материалов могут различаться в десятки раз и даже на два порядка, то, как показано в [7–9 и др.], для адекватного описания механического поведения изгибаемых тонкостенных конструкций из таких композиций целесообразно использовать второй вариант теории Тимошенко. Поэтому далее предполагаем, что напряженно-деформированное состояние (НДС) рассматриваемой балки-стенки описывается этой теорией, и осредненные продольное перемещение u_1, осевая деформация ε_{11} и поперечная сдвиговая деформация ε_{13} задаются соотношениями (4)–(6) из [10], в которых искомые функции u_1^0, u_3, ε_{13}^0 зависят не только от пространственной переменной x_1, но и от времени t, так как в настоящей работе исследуется неустановившаяся ползучесть балки-стенки.

Используя традиционные статические гипотезы теории изгиба балок, можем записать приближенные равенства

$$\sigma_{33} = \sigma_{33}^{(k)} = 0, \quad \sigma_{22} = \sigma_{22}^{(k)} = 0, \quad \sigma_{12} = \sigma_{12}^{(k)} = 0, \; 1 \le k \le N, \tag{1}$$

где k – номер фазового материала; N – количество фазовых материалов, из которых выполнена слоистая балка регулярной структуры; σ_{ij} – средние напряжения в композиции в пределах представительного элемента; $\sigma_{ij}^{(k)}$ – напряжения в k-м фазовом материале композиции.

Предполагается, что все материалы слоев изотропны и однородны, а их поведение описывается соотношениями нелинейно-наследственной теории ползучести Ю.Н. Работнова [1, 2]:

$$g_{1i}^{(k)}(\varepsilon_*^{(k)})\varepsilon_{1i}^{(k)} = \sigma_{1i}^{(k)}(t) + \int_0^t K_{1i}^{(k)}(t-\tau)\sigma_{1i}^{(k)}(\tau)d\tau, \quad i = 1, 3, \; 1 \le k \le N, \tag{2}$$

где согласно (1) $\varepsilon_{1i}^{(k)}$ $(i = 1, 3)$ – нетривиально определяемые компоненты тензора деформаций слоя, содержащего k-й фазовый материал; $\varepsilon_*^{(k)}$ – интенсивность деформаций k-го фазового материала (см. (8) в [10]); $g_{11}^{(k)}$ – секущий модуль при растяжении (сжатии) k-го фазового материала; $g_{13}^{(k)}$ – удвоенный секущий модуль при сдвиге k-го фазового материала; $K_{11}^{(k)}(t-\tau)$, $K_{13}^{(k)}(t-\tau)$ – известные разностные ядра ползучести k-го фазового материала при растяжении (сжатии) и сдвиге соответственно.

Равенства (2) хорошо описывают нелинейно-наследственное поведение не только полимерных материалов [1, 2, 11], но и упругопластическую наследственность некоторых металлов на стадии их активного нагружения, например алюминиевых сплавов [3, 12], некоторых марок сталей [1, 12] и др. Ядра ползучести в (2) предполагаются слабосингулярными, т.е. имеют вид [1–3]:

$$K_{1i}^{(k)}(t) = t^{-\alpha_{1i}^{(k)}} B_{1i}^{(k)}(t), \quad 0 \le \alpha_{1i}^{(k)} < 1, \quad i = 1, 3, \ 1 \le k \le N, \tag{3}$$

где $B_{1i}^{(k)}(t)$ – регулярные функции (возможно, постоянные).

В настоящем исследовании используем численно-аналитический подход к моделированию нелинейно-наследственного поведения слоистых балок-стенок регулярной структуры, базирующийся на применении метода шагов по времени [1, 4, 13]. Будем искать решение рассматриваемой задачи в дискретные моменты времени, предполагая, что в моменты времени t_m ($m = 0, 1, 2, \ldots, n$) решение уже известно, т.е. с учетом (1) известны значения величин

$$\overset{m}{\sigma}{}_{1i}^{(k)} = \sigma_{1i}^{(k)}(t_m), \quad \overset{m}{\varepsilon}{}_{1i}^{(k)} = \varepsilon_{1i}^{(k)}(t_m), \quad i = 1, 3, \ 1 \le k \le N. \tag{4}$$

Используя (2)–(4), построим определяющие соотношения для рассматриваемой композиции в момент времени

$$t_{n+1} = t_n + \Delta_{n+1}, \quad n = 0, 1, 2, ..., \tag{5}$$

где Δ_{n+1} – шаг по времени (возможно, переменный). Для этого сначала аппроксимируем функцию $B_{1i}^{(k)}(t_{n+1} - \tau)\sigma_{1i}^{(k)}(\tau)$ (см. (2) с учетом (3), (4)) линейно на интервале $t \in [t_m, t_{m+1}]$, т.е. зададим

$$\begin{gathered} B_{1i}^{(k)}(t_{n+1} - \tau)\sigma_{1i}^{(k)}(\tau) = \frac{t_{m+1} - \tau}{t_{m+1} - t_m} B_{1i}^{(k)}(t_{n+1} - t_m) \overset{m}{\sigma}{}_{1i}^{(k)} - \frac{t_m - \tau}{t_{m+1} - t_m} B_{1i}^{(k)}(t_{n+1} - t_{m+1}) \overset{m+1}{\sigma}{}_{1i}^{(k)}, \\ i = 1, 3, \ t \in [t_m, t_{m+1}]. \end{gathered} \tag{6}$$

Подставим (3) в равенства (2) и учтем (6), тогда, используя аддитивное свойство интеграла и обозначения (4), приближенно вычислим [14] правые части в (2) в момент времени t_{n+1}:

$$g_{1i}^{(k)}\left(\overset{n+1}{\varepsilon}{}_{*}^{(k)} \right) \overset{n+1}{\varepsilon}{}_{1i}^{(k)} = \overset{n+1}{b}{}_{1i}^{(k)} \overset{n+1}{\sigma}{}_{1i}^{(k)} + \overset{n+1}{s}{}_{1i}^{(k)}, \quad i = 1, 3, \ 1 \le k \le N, \tag{7}$$

где

$$\begin{gathered} \overset{n+1}{b}{}_{1i}^{(k)} = \begin{cases} 1, & n+1 = 0, \\ 1 + \overset{n+1,n}{\gamma}{}_{1i}^{(k)}, & n+1 \ge 1, \end{cases} \quad \overset{n+1}{s}{}_{1i}^{(k)} = \overset{n+1,n}{\chi}{}_{1i}^{(k)} \overset{n}{\sigma}{}_{1i}^{(k)} + \sum_{m=0}^{n} \left(\overset{n+1,m}{\gamma}{}_{1i}^{(k)} \overset{m+1}{\sigma}{}_{1i}^{(k)} + \overset{n+1,m}{\chi}{}_{1i}^{(k)} \overset{m}{\sigma}{}_{1i}^{(k)} \right), \\ \overset{n+1,m}{\gamma}{}_{1i}^{(k)} = \frac{B_{1i}^{(k)}(t_{n+1} - t_{m+1})}{t_{m+1} - t_m} \left[\overset{n+1,m}{S}{}_{1i[2]}^{(k)} - (t_{n+1} - t_m) \overset{n+1,m}{S}{}_{1i[1]}^{(k)} \right], \\ \overset{n+1,m}{\chi}{}_{1i}^{(k)} = \frac{B_{1i}^{(k)}(t_{n+1} - t_m)}{t_{m+1} - t_m} \left[(t_{n+1} - t_{m+1}) \overset{n+1,m}{S}{}_{1i[1]}^{(k)} - \overset{n+1,m}{S}{}_{1i[2]}^{(k)} \right], \\ \overset{n+1,m}{S}{}_{1i[l]}^{(k)} = \frac{1}{l - \alpha_{1i}^{(k)}} \left[(t_{n+1} - t_{m+1})^{l - \alpha_{1i}^{(k)}} - (t_{n+1} - t_m)^{l - \alpha_{1i}^{(k)}} \right], \quad l = 1, 2, \ i = 1, 3. \end{gathered} \tag{8}$$

Согласно (8), в случае регулярных (например, экспоненциальных) ядер ползучести (при $\alpha_{1i}^{(k)}=0$) интегралы в (2) на интервалах $t \in [t_m, t_{m+1}]$ вычисляются по формуле трапеций [14].

Соотношениям (7) можно придать следующий вид:

$$\overset{n+1}{\sigma}{}_{1i}^{(k)} = \overset{n+1}{G}{}_{1i}^{(k)}\left(\overset{n+1}{\varepsilon}{}_{*}^{(k)}\right)\overset{n+1}{\varepsilon}{}_{1i}^{(k)} + \overset{n+1}{p}{}_{1i}^{(k)}, \quad i=1,3,\ 1\le k\le N, \tag{9}$$

где

$$\overset{n+1}{G}{}_{1i}^{(k)}\left(\overset{n+1}{\varepsilon}{}_{*}^{(k)}\right) = \frac{g_{1i}^{(k)}\left(\overset{n+1}{\varepsilon}{}_{*}^{(k)}\right)}{\overset{n+1}{b}{}_{1i}^{(k)}}, \quad \overset{n+1}{p}{}_{1i}^{(k)} = -\frac{\overset{n+1}{s}{}_{1i}^{(k)}}{\overset{n+1}{b}{}_{1i}^{(k)}}, \quad i=1,3,\ 1\le k\le N. \tag{10}$$

Величины $\overset{n+1}{p}{}_{1i}^{(k)}$ в соотношениях (9) можно трактовать как начальные напряжения в k-м компоненте композиции в момент времени t_{n+1}, причем согласно (8), (10), (4) в этот момент времени они известны.

Следовательно, равенства (9) в момент времени t_{n+1} можно трактовать как определяющие соотношения для k-го фазового материала, механическое поведение которого описывается зависимостями нелинейно-упругого изотропного тела с начальным напряженным состоянием.

Линеаризуем равенства (9), предполагая, что левые части соотношений (2) удовлетворяют достаточным условиям сходимости метода последовательных приближений (см. с. 199 в [15]). Считается, что в момент времени t_{n+1} на некоторой r-й итерации известны приближения деформаций $\overset{n+1}{\varepsilon}{}_{1i,r}^{(k)}$ во всех фазовых материалах. Для следующего s-го приближения деформаций $\overset{n+1}{\varepsilon}{}_{1i,s}^{(k)}$ и напряжений $\overset{n+1}{\sigma}{}_{1i,s}^{(k)}$ будут справедливы линейные соотношения (см. (9)):

$$\overset{n+1}{\sigma}{}_{1i,s}^{(k)} = \overset{n+1}{G}{}_{1i,r}^{(k)}\ \overset{n+1}{\varepsilon}{}_{1i,s}^{(k)} + \overset{n+1}{p}{}_{1i}^{(k)}, \quad i=1,3,\ s=r+1,\ 1\le k\le N, \tag{11}$$

где

$$\overset{n+1}{G}{}_{1i,r}^{(k)} = \overset{n+1}{G}{}_{1i}^{(k)}\left(\overset{n+1}{\varepsilon}{}_{*,r}^{(k)}\right), \quad i=1,3,\ 1\le k\le N; \tag{12}$$

величины $\overset{n+1}{p}{}_{1i}^{(k)}$ не зависят от номера текущей итерации s.

Используя традиционный подход к осреднению НДС слоистых сред регулярной структуры [16, 17], можем записать

$$\sigma_{1i} = \sum_{k=1}^{N}\omega_k\sigma_{1i}^{(k)}, \quad \varepsilon_{1i} = \sum_{k=1}^{N}\omega_k\varepsilon_{1i}^{(k)}, \quad i=1,3, \tag{13}$$

где

$$\sum_{k=1}^{N}\omega_k = 1 \quad (\omega_k>0,\ 1\le k\le N); \tag{14}$$

$$\sigma_{13}^{(k)} = \sigma_{13}^{(1)}, \quad \varepsilon_{11}^{(k)} = \varepsilon_{11}^{(1)}, \quad 1\le k\le N; \tag{15}$$

ω_k – относительное объемное содержание слоев k-го компонента композиции в пределах представительного элемента. Равенства (15) являются следствием условий сопряжения НДС элементарных слоев на границах их контактов [17].

На основании (13) с учетом (14), (15) получаем

$$\sigma_{13} = \sigma_{13}^{(k)}, \quad \varepsilon_{11} = \varepsilon_{11}^{(k)}, \quad 1 \le k \le N. \tag{16}$$

Подставим (11) в равенства (13), тогда после элементарных преобразований получим

$$\overset{n+1}{\sigma}_{1i,s} = \overset{n+1}{G}_{1i,r}\, \overset{n+1}{\varepsilon}_{1i,s} + \overset{n+1}{p}_{1i,r}, \quad i = 1, 3, \;\; s = r+1, \;\; r = 0, 1, 2, ..., \tag{17}$$

где

$$\overset{n+1}{G}_{11,r} = \sum_{k=1}^{N} \omega_k \overset{n+1}{G}{}_{11,r}^{(k)}, \;\; \frac{1}{\overset{n+1}{G}_{13,r}} = \sum_{k=1}^{N} \frac{\omega_k}{\overset{n+1}{G}{}_{13,r}^{(k)}}, \;\; \overset{n+1}{p}_{11,r} = \sum_{k=1}^{N} \omega_k \overset{n+1}{p}{}_{11}^{(k)}, \;\; \overset{n+1}{p}_{13,r} = \overset{n+1}{G}_{13,r} \sum_{k=1}^{N} \frac{\omega_k \overset{n+1}{p}{}_{13}^{(k)}}{\overset{n+1}{G}{}_{13,r}^{(k)}}; \tag{18}$$

$\overset{n+1}{\sigma}_{1i,s}$, $\overset{n+1}{\varepsilon}_{1i,s}$ – s-е приближения осредненных напряжений и деформаций в слоистой композиции в момент времени t_{n+1}. Согласно (18) величина $\overset{n+1}{p}_{11,r}$ в (17) не зависит от номера итерации r.

Равенства (17) с учетом (18) определяют линейные связи между напряжениями и деформациями в композиции на s-й итерации в момент времени t_{n+1}, причем величины $\overset{n+1}{p}_{1i,r}$ можно трактовать как осредненные начальные напряжения в композиции.

На основании соотношений (17) можно определить s-е приближения всех внутренних силовых факторов, возникающих в балке при изгибе. В рамках второго варианта теории Тимошенко эти силовые факторы вычисляются по формулам (9), (10) из [10], в которых в соответствии с настоящим исследованием нужно учесть, что

$$\begin{gathered}
F_{1i}(x_1) = \overset{n+1}{\overline{F}}_{1i,s}(x_1) - \overset{n+1}{P}{}^{0}_{1i,r}(x_1), \quad M_{11}(x_1) = \overset{n+1}{\overline{M}}_{11,s}(x_1) - \overset{n+1}{M}{}^{0}_{11,r}(x_1), \\
\overset{n+1}{P}{}^{0}_{1i,r}(x_1) = B\int_{-h}^{h} \overset{n+1}{p}_{1i,r}(x_1, x_3)\,dx_3, \quad \overset{n+1}{M}{}^{0}_{11,r}(x_1) = B\int_{-h}^{h} \overset{n+1}{p}_{11,r}(x_1, x_3)\,x_3\,dx_3, \\
\overset{r}{a}_{11} = \overset{n+1}{G}_{11,r}, \quad \overset{r}{a}_{55} = \overset{n+1}{G}_{13,r}, \quad s = r+1, \;\; i = 1, 3, \;\; 0 \le x_1 \le L;
\end{gathered} \tag{19}$$

$\overset{n+1}{\overline{F}}_{11,s}, \overset{n+1}{\overline{F}}_{13,s}, \overset{n+1}{\overline{M}}_{11,s}$ – s-е приближения продольной и поперечной сил и изгибающего момента в сечении x_1 в момент времени t_{n+1}; $\overset{n+1}{P}{}^{0}_{1i,r}, \overset{n+1}{M}{}^{0}_{11,r}$ имеют смысл известных на s-й итерации «начальных» силовых факторов.

Также остаются справедливыми равенства (11)–(16) из [10], в которых необходимо учесть введенные обозначения (19). На основе этих соотношений и (4), (6) из [10] с учетом (16), (17) можно определить s-е приближение НДС во всех компонентах слоистой балки регулярной структуры в момент времени t_{n+1}. Если итерационный процесс сошелся с требуемой точностью, то на основании приведенных выше формул можно рассчитать механическое состояние балки в следующий момент времени t_{n+2} и т.д. При этом в (4)–(19) необходимо лишь заменить индексы n на $n + 1$.

В качестве примеров рассмотрим неустановившуюся ползучесть шарнирно опертых балок (см. рис. 1) длиной $L = 1$ м, высотой $2h = 14$ см, изготовленных либо из алюминиевого сплава Д16Т, либо из регулярно чередующихся алюминиевых (сплав Д16Т) и стальных (марки 11Н8М18К14Т) слоев. Прикладывается внешняя поперечная нагрузка q в виде функции Хевисайда:

$$q(t) = q_0 \times \begin{cases} 0 \text{ при } t \le 0, \\ 1 \text{ при } t > 0, \end{cases} \quad q_0 = \text{const} > 0; \tag{20}$$

температура балки $\Theta = 200$ °С.

Так как указанная температура существенно ниже половины температуры плавления стали марки 11Н8М18К14Т, то ее ползучестью можно пренебречь [18]. Механическое поведение стальных слоев при этом предполагается линейно-упругим с характеристиками [19] (см. (2)):

$$\begin{gathered} K_{11}^{(2)}(t) = K_{13}^{(2)}(t) = 0, \quad g_{11}^{(2)} = E^{(2)} = \text{const}, \quad g_{13}^{(2)} = \frac{E^{(2)}}{1+\nu^{(2)}} = \text{const}, \\ E^{(2)} = 200 \text{ ГПа}, \quad \nu^{(2)} = 0{,}3, \quad \sigma_{0,2}^{(2)} = 3400 \text{ МПа}. \end{gathered} \tag{21}$$

Здесь и далее обозначено: $E^{(k)}$, $\nu^{(k)}$ – модуль Юнга и коэффициент Пуассона k-го фазового материала; $\sigma_{0,2}^{(2)}$ – условный предел текучести стали 11Н8М18К14Т.

Для алюминиевого сплава Д16Т связь между шаровыми тензорами деформаций и напряжений считается также линейно-упругой [1–3, 15] с характеристиками [3, 19]:

$$E^{(1)} = 64 \text{ ГПа}, \qquad \nu^{(1)} = 0{,}31, \tag{22}$$

а нелинейно-наследственное поведение при сдвиге и температуре 200 °С задается следующими соотношениями [3] (см. (2), (3)):

$$\begin{gathered} g_{13}^{(1)}(\varepsilon_*^{(1)}) = A_{13}^{(1)}(\varepsilon_*^{(1)})^{m_1-1}, \quad B_{13}^{(1)}(t) = b_{13}^{(1)}(1-\alpha_{13}^{(1)}) = \text{const}, \\ A_{13}^{(1)} = 3{,}055 \text{ ГПа}, \quad b_{13}^{(1)} = 0{,}119 \text{ ч}^{1-\alpha_{13}^{(1)}}, \quad \alpha_{13}^{(1)} = 0{,}635, \end{gathered} \tag{23}$$

здесь ч – часы.

Относительное объемное содержание фазовых материалов в представительном элементе слоистой балки в расчетах принято таким: $\omega_1 = \omega_2 = 0{,}5$.

Согласно (8)–(16) величины $\overset{n+1}{G}_{1i,r}$, $\overset{n+1}{p}_{1i,r}$ в (17) зависят от шага по времени Δ_{n+1} (см. (5)), поэтому следует выяснить, при каком максимальном значении $\Delta_{\max} > 0$ становится несущественной зависимость решения от выбора шага $\Delta_{n+1} \le \Delta_{\max}$ (в расчетах принято $\Delta_{n+1} = \Delta = \text{const}$, $n = 0, 1, 2, \ldots$).

На рис. 2 изображена определенная с учетом (20), (22), (23) зависимость от времени t прогиба центрального сечения изотропной алюминиевой балки-стенки

$$u_3^m(t) = u_3(L/2, t), \quad |u_3^m(t)| = \max_{0 \le x_1 \le L} |u_3(x,t)|, \tag{24}$$

рассчитанная при нагрузке $q_0 = 5{,}5$ МПа и разных шагах по времени Δ. Кривая на рис. 2 рассчитана при $\Delta = 0{,}1$ ч; круглыми маркерами отмечены точки, полученные при $\Delta = 1$ ч, а квадратными – при $\Delta = 10$ ч.

Из рис. 2 видно, что положения точек, выделенных маркерами, визуально неотличимы от положения точек на сплошной кривой. Такая же особенность наблюдается и на больших интервалах времени при шагах по времени порядка 10 и 100 ч.

Следовательно, при расчетах длительной ползучести (при $t \gg 1$ ч) изгибаемых балок-стенок из сплава Д16Т, механическое поведение которого описывается соотношениями (2), (3), (22), (23), достаточно использовать шаг по времени $\Delta = 1$ ч или $\Delta = 10$ ч и даже $\Delta = 100$ ч (в зависимости от продолжительности исследуемого процесса ползучести). При расчетах кратковременной ползучести [1, 3] целесообразно использовать шаг $\Delta \le 0{,}1$ ч. Отметим, что структурная модель, использованная в данном исследовании, позволяет изменять шаг по времени Δ_{n+1} в процессе вычислений. В дальнейших расчетах выбран шаг по времени $\Delta = 10$ ч.

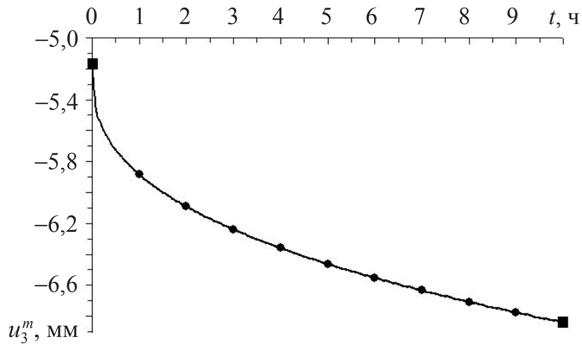


Рис. 2

На рис. 3 приведены расчетные прогибы (24) для изотропной и слоистых балок-стенок при разных уровнях нагружения q_0 (см. (20)). Кривая *1* характеризует прогибы изотропной балки при $q_0 = 5{,}5$ МПа; кривая *2* – прогибы слоистой балки-стенки при той же нагрузке (с учетом (21)–(23)), кривая *3* – прогибы слоистой балки-стенки при $q_0 = 25$ МПа. Начальный участок кривой *1* при $0 \le t \le 10$ ч полностью совпадает с кривой на рис. 2.

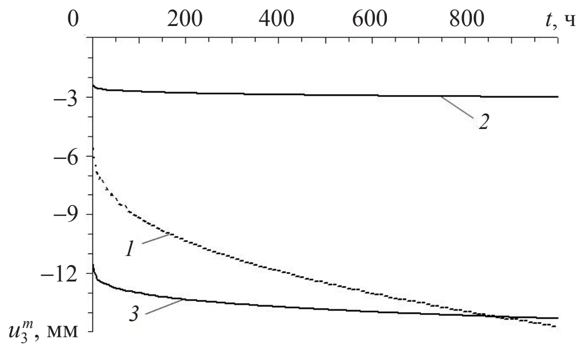


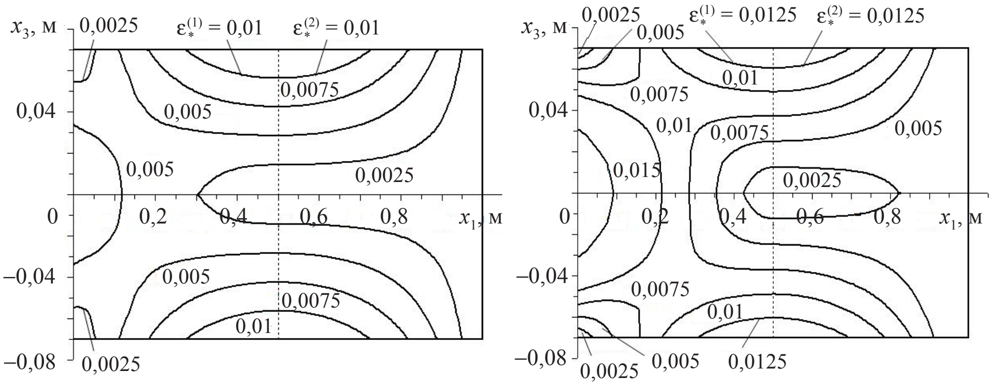
Рис. 3

Сопоставление кривых *1* и *2* свидетельствует о том, что при $q_0 = 5{,}5$ МПа замена изотропной алюминиевой балки на слоистую балку приводит к резкому уменьшению ее податливости. При этом поведение кривой *2* на рис. 3 визуально почти не отличается от горизонтальной прямой, т.е. слоистая балка по сравнению с изотропной алюминиевой балкой (линия *1*) практически не ползет. Сравнение же ординат точек на кривых *1*, *3* при $t = 900$ ч показывает, что они примерно равны, т.е. при одной и той же податливости слоистая балка воспринимает нагрузку $q_0 = 25$ МПа в 4,5 раза большую, чем изотропная ($q_0 = 5{,}5$ МПа).

Для получения некоторого наглядного представления о характере распределения деформаций в фазовых материалах слоистой балки-стенки на рис. 4 изображены проекции фасада шарнирно опертой балки (внешний прямоугольный контур) и поверхностей равного уровня, на которых интенсивность деформаций $\varepsilon_*^{(k)}$ $(k = 1, 2)$ имеет постоянные значения в алюминиевых ($\varepsilon_*^{(1)} = \text{const}$) и стальных ($\varepsilon_*^{(2)} = \text{const}$) слоях.

В силу симметрии нагружения и закрепления балки-стенки деформированное состояние в ее слоях симметрично относительно сечения $x_1 = L/2$, поэтому для экономии места на рис. 4 совмещены правые и левые части картин деформирования разных фазовых материалов.

Левые части рис. 4 – картины деформирования алюминиевых, а правые – стальных слоев в слоистой балке типа Тимошенко, определенные при q_0 = 25 МПа в начальный момент времени (рис. 4*а*) и при t = 1000 ч (рис. 4*б*). Из рис. 4 видно, что картины деформирования фазовых материалов в слоистой балке-стенке различны. Так, в алюминиевых слоях балки Тимошенко в окрестности опор возникают значительные деформации поперечного сдвига, которые на рис. 4 характеризуются кривыми, имеющими в окрестности сечения $x_1 = 0$ формы, близкие к параболическим, причем эти деформации существенно возрастают в процессе ползучести (ср. левые части рис. 4*а* и 4*б*). Аналогичные картины деформирования в стальных слоях не наблюдаются (см. правые части рис. 4*а* и 4*б*).



а) *б*)

Рис. 4

Особенности поведения кривых на рис. 2, 3 указывают на наличие начальной стадии упрочнения, которая переходит в стадию установившейся ползучести. На этих кривых отсутствуют участки ускоренной ползучести (стадии предразрушения), так как нелинейно-наследственная теория Ю.Н. Работнова (см. (2), (3)) не описывает эту третью стадию ползучести металлических материалов.

В приведенных выше расчетах величины прогибов рассматриваемых балок (см. (24)) не превосходят 1/10 от высоты балки $2h$ = 14 см (см. рис. 3), а интенсивности деформаций материалов слоев не превосходят 2% (см. рис. 4), поэтому все результаты, полученные в настоящем исследовании в рамках геометрически линейной постановки задачи, являются вполне корректными. При больших уровнях деформирования необходимо использовать логарифмические деформации и учитывать пластичность стальных слоев [3, 19].

Список литературы

1. *Работнов Ю.Н.* Ползучесть элементов конструкций. М.: Физматгиз, 1966. 752 с.

2. *Работнов Ю.Н.* Элементы наследственной механики твердых тел. М.: Наука, 1977. 384 с.

3. *Никитенко А.Ф.* Ползучесть и длительная прочность металлических материалов. Новосибирск: НГАСУ, 1997. 278 с.

4. *Карпов В.В.* Прочность и устойчивость подкрепленных оболочек вращения. В 2-х ч. Ч. 2. Вычислительный эксперимент при статическом механическом воздействии. М.: Физматлит, 2011. 248 с.

5. *Янковский А.П.* Исследование установившейся анизотропной ползучести слоистых металлокомпозитных пластин с учетом ослабленного сопротивления поперечному сдвигу. 2. Модель деформирования // Механика композитных материалов. 2012. Т. 48, № 2. С. 279–302.

6. *Янковский А.П.* Моделирование упругопластического изгиба металлокомпозитных слоистых пластин регулярной структуры. 2. Уточненная модель деформирования // Вестник Чувашского гос. пед. ун-та им. И.Я. Яковлева. Сер. Механика предельного состояния. 2012. № 3 (13). С. 38–56.

7. *Малмейстер А.К.*, *Тамуж В.П.*, *Тетерс Г.А.* Сопротивление полимерных и композитных материалов. Рига: Зинатне, 1980. 571 с.

8. *Амбарцумян С.А.* Теория анизотропных пластин (прочность, устойчивость и колебания). М.: Наука, 1967. 268 с.

9. *Немировский Ю.В.*, *Янковский А.П.* О границах применимости некоторых теорий расчета изгибаемых армированных пластин // Научный вестник Новосиб. гос. техн. ун-та. 2004. №3 (18). С. 91–113.

10. *Янковский А.П.* Исследование упругопластического деформирования армированных балок-стенок с учетом ослабленного сопротивления поперечному сдвигу // Проблемы прочности и пластичности: Межвуз. сб. / Нижегород. ун-т, 2012. Вып. 74. С. 92–103.

11. *Goldhoff R.M.* The application of Rabotnov's creep parameter // Proc. ASTM. 1961. V. 61. P. 907–919.

12. *Turner F.H.*, *Blomquist K.E.* A study of the applicability of Rabotnov's creep parameter for aluminium alloy // JAS. 1956. V. 23, No. 12.

13. *Радченко В.П.*, *Еремин Ю.А.* Реологическое деформирование и разрушение материалов и элементов конструкций. М.: Машиностроение-1, 2004. 264 с.

14. *Бахвалов Н.С.* Численные методы (анализ, алгебра, обыкновенные дифференциальные уравнения). М.: Наука, 1973. 631 с.

15. *Ильюшин А.А.* Труды. Т. 3. Теория термовязкоупругости / Составители: Е.А. Ильюшина, В.Г. Тунгускова. М.: Физматлит, 2007. 288 с.

16. Пространственно-армированные композиционные материалы: Справочник / Ю.М. Тарнопольский, И.Г. Жигун, В.А. Поляков. М.: Машиностроение, 1987. 224 с.

17. *Янковский А.П.* Моделирование упругопластического изгиба металлокомпозитных слоистых пластин регулярной структуры. 1. Структурная модель // Вестник Чувашского гос. пед. ун-та им. И.Я. Яковлева. Сер. Механика предельного состояния. 2012. № 2(12). С. 102–109.

18. *Хажинский Г.М.* Модели деформирования и разрушения металлов. М.: Научный мир, 2011. 231 с.

19. Композиционные материалы: Справочник / Под ред. Д. М. Карпиноса. Киев: Наук. думка, 1985. 592 с.

CALCULATION OF CREEP OF LAYERED WALL-BEAMS OF REGULAR STRUCTURE OF NONLINEAR-HEREDITARY MATERIALS

A.P. Yankovskii

On the base of the algorithm steps in time the problem is formulated for inelastic deformation of laminated beams-wall of Tymoshenko type of regular structure. The behavior of materials layers describes by nonlinear-hereditary Rabotnov's creep theory. The calculations are carried out for unsteady creep of double-beat isotropic and metal-composite beams.

Keywords: beam, creep, structural theory, layered wall-beams, nonlinear heredity, inelastic deformation, Tymoshenko theory.