

УДК 539.3

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ СТАЛИ 45 ПО ДВУХЗВЕННЫМ ЛОМАНЫМ ТРАЕКТОРИЯМ*

© 2014 г. **И.А. Волков¹, Ю.Г. Коротких^{1,2}, И.С. Тарасов¹,
Д.Н. Шишулин²**

¹*Волжская государственная академия водного транспорта,
Нижний Новгород*

²*ОАО «ОКБМ Африкантов», Нижний Новгород*

pmptmvgavt@yandex.ru

Поступила в редакцию 18.03.2014

Для верификации теории течения пластичности с кинематическим и изотропным упрочнением проведены расчеты процесса упругопластического деформирования стали 45 по двухзвенным ломаным траекториям. Численные результаты сравниваются с экспериментальными данными и теоретическими разработками, проведенными другими исследователями. Показано, что используемая модель пластического течения качественно и количественно описывает основные эффекты сложного нагружения конструкционных сталей при деформировании по многозвенным плоским ломаным траекториям.

Ключевые слова: моделирование, пластичность, сложное нагружение, двухзвенная траектория, деформирование, теория пластического течения, материальные параметры, базовый эксперимент.

Введение

Изучение закономерностей сложного пластического деформирования конструкционных сталей имеет принципиальное значение для развития фундаментальных основ математической теории пластичности. Для верификации теорий пластичности необходимо проведение расчетов и сопоставление полученных численных результатов с имеющимися в литературе экспериментальными данными для широкого класса траекторий пластического деформирования. В настоящей статье для верификации теории с трансляционно-изотропным упрочнением [1] проведены расчеты процесса деформирования по двухзвенным ломаным траекториям [2–6] (кручение и кручение обратного знака с растяжением). Результаты теоретических расчетов по модели пластического течения с кинематическим и изотропным упрочнением сравниваются с экспериментальными результатами и теоретическими расчетами других авторов [2–6]. Показано качественное и количественное совпадение расчетов по модели [1] при описании эффектов сложного нагружения стали 45 по заданным двухзвенным ломаным траекториям непропорционального деформирования.

* Выполнено при финансовой поддержке РФФИ (грант № 12-08-00204-а).

1. Определяющие соотношения термопластичности

Вариант определяющих соотношений теории пластического течения [1] основан на представлении о поверхности текучести и ее трансформации в процессе упругопластического деформирования материала.

Изменение радиуса поверхности текучести \dot{C}_p (изотропное упрочнение) с учетом разделения процессов активного и циклического упрочнения описывается уравнениями:

$$S_s = S_{ij}S_{ij} - C_p^2 = 0, \quad S_{ij} = \sigma'_{ij} - \rho_{ij}, \quad \sigma'_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma\delta_{ij}, \quad \sigma = \frac{\sigma_{kk}}{3}, \quad (1)$$

$$\dot{C}_p = [q_\chi H(F_\rho) + a(Q_s - C_p)\Gamma(F_\rho)]\dot{\chi} + q_3\dot{T}, \quad (2)$$

$$C_p = C_p^o + \int_0^t \dot{C}_p dt, \quad \dot{\chi} = \left(\frac{2}{3} \dot{e}_{ij}^p \dot{e}_{ij}^p \right)^{1/2}, \quad \chi_m = \int_0^t \dot{\chi} H(F_\rho) dt, \quad \chi = \int_0^t \dot{\chi} dt, \quad (3)$$

$$q_\chi = \frac{q_2 A \psi_1 + (1-A)q_1}{A\psi_1 + (1-A)}, \quad Q_s = \frac{Q_2 A \psi_2 + (1-A)Q_1}{A\psi_2 + (1-A)}, \quad 0 \leq \psi_i \leq 1, \quad i = 1, 2,$$

$$\dot{e}_{ij} = \dot{e}_{ij}^e + \dot{e}_{ij}^p, \quad e_{kk}^p = 0, \quad e = \frac{e_{kk}}{3},$$

$$A = 1 - \cos^2 \theta, \quad \cos \theta = n_{ij}^e n_{ij}^s, \quad n_{ij}^e = \frac{\dot{e}'_{ij}}{(\dot{e}'_{ij} \dot{e}'_{ij})^{1/2}}, \quad n_{ij}^s = \frac{S_{ij}}{(S_{ij} S_{ij})^{1/2}}, \quad (4)$$

$$F_\rho = \rho_{ij} \rho_{ij} - \rho_{\max}^2 = 0,$$

$$H(F_\rho) = \begin{cases} 1, & F_\rho = 0 \wedge \rho_{ij} \dot{\rho}_{ij} > 0, \\ 0, & F_\rho < 0 \vee \rho_{ij} \dot{\rho}_{ij} \leq 0, \end{cases} \quad \Gamma(F_\rho) = 1 - H(F_\rho).$$

Здесь σ'_{ij} , e'_{ij} – девиаторные, а σ , e – шаровые компоненты тензоров напряжений σ_{ij} и деформаций e_{ij} соответственно; e_{ij}^e – упругая, а e_{ij}^p – пластическая составляющие; ρ_{ij} – координаты центра поверхности текучести, а C_p – ее радиус (C_p^o – начальное значение радиуса поверхности текучести); q_1 , q_2 , q_3 – модули изотропного упрочнения на «активных» участках деформирования; Q_1 и Q_2 – модули циклического изотропного упрочнения; a – постоянная, определяющая скорость процесса стационарирования петли гистерезиса циклического деформирования материала; Q_s – стационарное значение радиуса поверхности текучести при данных ρ_{\max} и T ; χ , χ_m – длины траектории пластического деформирования (общая и на «активных» участках соответственно); S_{ij} – тензор активных напряжений.

В уравнении (2) первый член описывает изотропное упрочнение в результате монотонного пластического деформирования на «активных» участках ($H(F_\rho) = 1$ и $\Gamma(F_\rho) = 0$), второй член описывает циклическое упрочнение материала ($H(F_\rho) = 0$ и $\Gamma(F_\rho) = 1$), а третий – изменение радиуса поверхности текучести при изменении температуры.

Модуль изотропного упрочнения q_χ учитывает изменение изотропного упрочнения материала в зависимости от направления деформирования в данной точке нагружения – от изменения угла θ между вектором скорости деформаций, имеющим направляющие косинусы n_{ij}^e , и нормалью к поверхности текучести в точке нагружения, определяемой направляющими косинусами n_{ij}^s . При пропорциональном

нагружении $\theta = 0$, $A = 0$ и $q_\chi = q_1$, где q_1 – модуль изотропного упрочнения материала при пропорциональном нагружении (одноосном растяжении материала). При изломе траектории на $\pi/2$: $\theta = \pi/2$, $A = 1$ и $q_\chi = q_2$, где q_2 – модуль упрочнения при нагружении по касательной к поверхности текучести («нейтральное» нагружение).

Аналогично для циклического изотропного упрочнения при циклическом пропорциональном нагружении $\theta = 0$ и $Q_s = Q_1$, а при циклическом непропорциональном нагружении $\theta = \pi/2$ и $Q_s = Q_2$. Тарировочные (весовые) коэффициенты $\psi_1 \leq 1$ и $\psi_2 \leq 1$ – параметры, позволяющие корректировать влияние модулей q_1 , q_2 , Q_1 , Q_2 на изотропное упрочнение материала.

При стационарном циклическом деформировании материала с постоянной амплитудой деформаций и $T = \text{const}$ ($\rho_{\text{max}} = \text{const}$, $Q_s = \text{const}$) радиус поверхности текучести C_p стремится к $Q_s = \text{const}$, параметры петли гистерезиса стремятся к своему стационарному значению, определяемому значением Q_s , зависящим от текущих значений T и ρ_{max} – максимально достигнутого к настоящему моменту модуля тензора ρ_{ij} .

Изменение компонент центра поверхности текучести описывается уравнением [1]:

$$\dot{\rho}_{ij} = g_1 \dot{e}_{ij}^p - g_2 \rho_{ij} \dot{\chi} - g_3 \rho_{ij} \langle \dot{T} \rangle, \quad \rho_{ij} = \int_0^t \dot{\rho}_{ij} dt, \quad (5)$$

где $g_1 > 0$, $g_2 > 0$ и $g_3 > 0$ – модули анизотропного упрочнения.

Уравнение (5) описывает пространственный эффект Баушингера и эволюцию векторных свойств процесса деформирования.

Эволюция поверхности памяти описывается уравнением [1]:

$$\dot{\rho}_{\text{max}} = \frac{(\rho_{ij} \dot{\rho}_{ij}) H(F_p)}{(\rho_{mn} \rho_{mn})^{1/2}} - g_2 \rho_{\text{max}} \dot{\chi} - g_3 \rho_{\text{max}} \langle \dot{T} \rangle, \quad (6)$$

$$\langle \dot{T} \rangle = \begin{cases} \dot{T} & \text{при } \dot{T} > 0, \\ 0 & \text{при } \dot{T} \leq 0. \end{cases}$$

Определение материальных параметров уравнений (2) и (5) проводится по результатам базового эксперимента [1, 2].

По результатам эксперимента при базовых постоянных значениях температуры определяются:

- диаграмма деформирования $\sigma_{12}^{(+)} \sim e_{12}$ ($\sigma_{11}^{(+)} \sim e_{11}$);
- геометрическое место обратных пределов текучести при сжатии $\sigma_{12}^{(-)} \sim e_{12}$ ($\sigma_{11}^{(-)} \sim e_{11}$) с заданным допуском на остаточную деформацию (0,1%).

С использованием экспериментальных данных получают экспериментальные зависимости (диаграмма $\sigma_{12}^{(+)} \sim e_{12}^p$ и кривая обратных пределов текучести $\sigma_{12}^{(-)} \sim e_{12}^p$ либо $\sigma_{11}^{(+)} \sim e_{11}^p$ и $\sigma_{11}^{(-)} \sim e_{11}^p$). Экспериментальные диаграммы $\sigma_{12}^{(+)} \sim e_{12}^p$ и $\sigma_{12}^{(-)} \sim e_{12}^p$ приведены на рис. 1.

Ввиду отсутствия надежных экспериментальных данных по знакопеременному кручению для построения кривой обратных пределов текучести $\sigma_{12}^{(-)} \sim e_{12}^p$ может использоваться приближенная методика построения зависимости обратных пределов от величины пластической деформации [3].

Подставляя в уравнение для поверхности текучести компоненты соответствующих тензоров при кручении, получим:

$$\sqrt{2}(\sigma_{12} - \rho_{12}) - C_p = 0,$$

$$C_p = \sqrt{2} \left(\sigma_{12}^{(+)} - \frac{\sigma_{12}^{(+)} - |\sigma_{12}^{(-)}|}{2} \right) = \frac{\sqrt{2}}{2} (1 + \delta_{12}) \sigma_{12}^{(+)}, \quad \delta_{12} = \frac{|\sigma_{12}^{(-)}|}{\sigma_{12}^{(+)}}. \quad (7)$$

Для определения параметров анизотропного упрочнения необходимо проинтегрировать эволюционное уравнение (5) при $T = \text{const}$:

$$\dot{\rho}_{12} = g_1 \dot{e}_{12}^p - g_2 \rho_{12} \dot{\chi}_m = \left(g_1 - \frac{2}{\sqrt{3}} g_2 \rho_{12} \right) \dot{e}_{12}^p. \quad (8)$$

Интеграл соотношения (8) при «активном» монотонном нагружении примет вид:

$$\rho_{12} = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{g_1}{g_2} (1 - e^{-(2/\sqrt{3})g_2 e_{12}^p}), \quad (9)$$

где e – основание натуральных логарифмов; g_1 – тангенс угла наклона α касательной к кривой $\rho_{12} \sim e_{12}^p$ в начале координат (см. рис. 1); $\rho_{12}^{\max} = (\sqrt{3}/2)(g_1/g_2)$ – предельное асимптотическое значение ρ_{12} при кручении (показано на рис. 1). Отсюда определяются модули g_1 и g_2 анизотропного (кинематического) упрочнения. Также g_1 и g_2 достаточно просто определить путем регрессионного анализа экспериментальных данных в математических программных пакетах (например, MathCAD, MathLAB [2]).

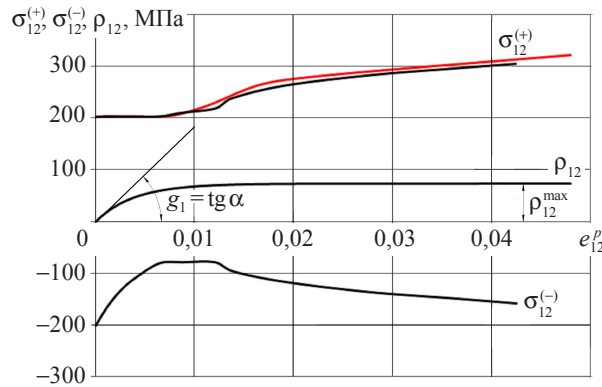


Рис. 1

Скалярная функция $q_\chi(\chi_m)$ в уравнении (1), характеризующая изотропное упрочнение при «активном» монотонном упругопластическом деформировании, определяется из следующих соотношений [1, 2]:

$$q_1(\chi_m) = \frac{\partial C_p(\chi_m)}{\partial \chi_m} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{2}} \left(\frac{\partial \sigma_{12}^{(+)}}{\partial e_{12}^p} (1 + \delta_{12}) + \frac{\partial \delta_{12}}{\partial e_{12}^p} \sigma_{12}^{(+)} \right), \quad \chi_m = \frac{2}{\sqrt{3}} e_{12}^p, \quad (10)$$

где $\delta_{12} = |\sigma_{12}^{(-)}|/\sigma_{12}^{(+)}$ – мера эффекта Баушингера при знакопеременном кручении (рис. 2).

Экспериментальная зависимость радиуса поверхности текучести $C_p \sim \chi_m$ представлена на рис. 3.

По результатам экспериментальных исследований [4–6] и с использованием данной экспериментально-теоретической методики были получены материальные параметры и скалярные функции стали 45 (таблицы 1, 2).

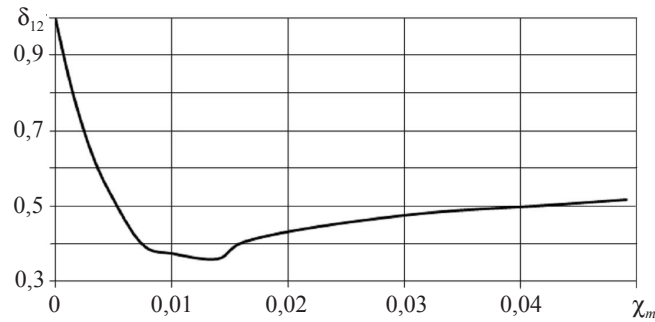


Рис. 2

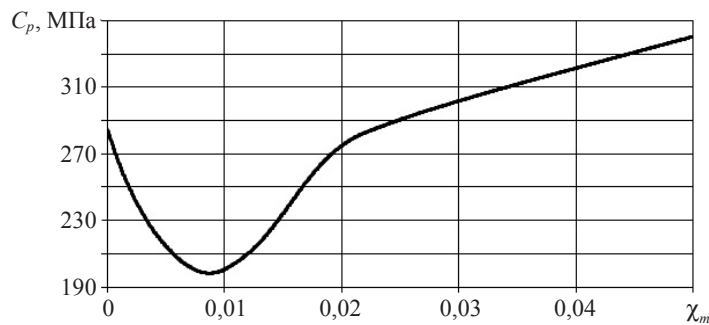


Рис. 3

Таблица 1

Физико-механические характеристики стали 45 при $T = 20\text{ }^\circ\text{C}$	
K , МПа	168500
G , МПа	78500
C_p^0 , МПа	285
g_1 , МПа	19000
g_2	225
q_1	q_χ , см. табл. 2
q_2	0

Таблица 2

χ_m , МПа	0	0,004	0,008	0,012	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06
q_χ , МПа	-22070	-9500	-1970	5890	5000	2100	1850	1600	1350

На рис. 1 и в таблице 3 приведено сопоставление данных, полученных в результате численного моделирования базового эксперимента, с опытными значениями. На рис. 1 красным цветом отмечена расчетная диаграмма деформирования, а черным – экспериментальная зависимость.

Анализируя полученные численные результаты моделирования базового эксперимента и их сравнение с экспериментальными данными, можно отметить качественное и количественное совпадение модельных представлений с опытными данными. Полученное расхождение (не более 5%) вполне приемлемо для инженерных расчетов и сопоставимо с разбросом экспериментальных данных.

Таблица 3

Расчет			Эксперимент			
e_{12}^p	σ_{12} , МПа	C_p , МПа	e_{12}^p	σ_{12} , МПа	C_p , МПа	ρ_{12} , МПа
0	201,6	285,0	0	201,6	285,0	0
0,0011	201,7	262,1	0,0011	202,2	265,8	2,18
0,0024	201,8	246,2	0,0024	202,3	248,2	4,45
0,0040	201,6	226,7	0,0040	202,3	229,1	47,64
0,0065	201,6	200,3	0,0065	202,3	210,7	59,99
0,0087	207,7	200,7	0,0087	209,1	200,8	65,78
0,0121	229,5	215,1	0,0121	218,0	207,5	70,34
0,0139	244,3	234,3	0,0139	238,0	221,3	71,48
0,0191	273,0	272,9	0,0191	262,0	246,7	72,94
0,0277	290,0	293,2	0,0277	282,4	281,3	73,40
0,0364	303,8	312,7	0,0364	295,8	301,9	73,45
0,0424	313,2	323,9	0,0424	304,5	315,2	73,46

2. Сравнение численных результатов с экспериментальными данными

В [4–6] приведены экспериментальные результаты по деформированию тонкостенных трубчатых образцов, полученные в лаборатории механических испытаний кафедры сопротивления материалов, теории упругости и пластичности Тверского государственного технического университета на автоматизированном расчетно-экспериментальном комплексе СМ-ЭВМ под руководством профессора В.Г. Зубчанинова. Эксперименты [6] выполнены по схеме «жесткого нагружения». В качестве траекторий сложного нагружения исследовалась плоская двухзвенная траектория.

Образцы нагружались по заданной программе испытаний осевой силой P и крутящим моментом M в зависимости от изменения длины Δl , изменения срединного радиуса поперечного сечения ΔR и угла закручивания φ . Компоненты тензоров напряжений и деформаций в рабочей части образца вычислялись по формулам:

$$\sigma_{11} = \frac{P}{2\pi R h}, \quad \sigma_{12} = \frac{M}{2\pi R^2 h}, \quad \sigma_{22} = \sigma_{33} = \sigma_{13} = \sigma_{23} = 0, \quad \sigma_m = \frac{\sigma_{11}}{3},$$

$$e_{11} = \frac{\Delta l}{l}, \quad e_{22} = \frac{\Delta R}{R}, \quad e_{12} = \frac{\varphi R}{2l}, \quad e_{13} = e_{23} = 0, \quad e_{33} \neq 0, \quad e_m = \frac{e_{11} + e_{22} + e_{33}}{3}, \quad (11)$$

где h – толщина стенки лабораторного образца.

При обработке экспериментальных данных в [4–6] принималось условие полной несжимаемости $e_{11} + e_{22} + e_{33} = 0$ и считалось, что напряженное состояние – плоское ($\sigma_{33} = 0$).

При моделировании экспериментальных процессов заданными являлись экспериментальные траектории деформаций (закономерности изменения компонент тензора деформации $e_{ij}(t)$), а траектории напряжений получились в результате интегрирования определяющих соотношений термопластичности по заданной истории изменения e_{ij} . Полученные численные результаты сопоставлялись с экспериментальными данными.

На рис. 4 представлена заданная программа деформирования тонкостенного трубчатого образца из стали 45 [6]. Трубчатый образец закручивали до значения $e_{ij} = 0,01768$ за предел текучести. После излома траектории деформирования на 135°

реализовывалось пропорциональное растяжение с кручением до значения компонент $e_{11} = 0,020408$ и $e_{12} = 0$.

Для расчета использовались физико-механические характеристики и материальные параметры стали 45, приведенные в табл. 1, 2.

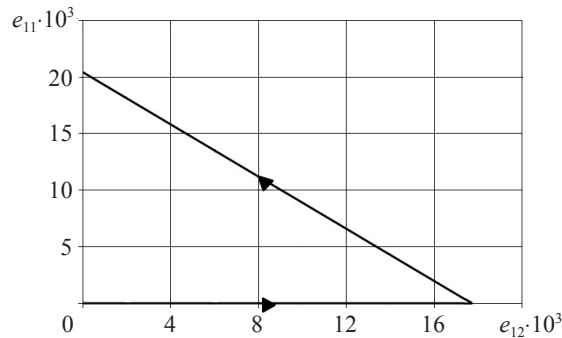


Рис. 4

На рис. 5 черным цветом представлена экспериментальная диаграмма процесса деформирования материала $\sigma_u \sim \chi_e$, где σ_u – интенсивность напряжений, а $\chi_e = ((2/3)e_{ij}e_{ij})^{1/2}$ – длина траектории деформирования. Здесь и далее красным цветом отмечены расчетные результаты, полученные по модели с трансляционно-изотропным упрочнением [1], а синим цветом – результаты, полученные с использованием математической модели теории упругопластических процессов деформирования [7]. Синей пунктирной кривой показана расчетная диаграмма монотонного кручения. Видно качественное и количественное совпадение экспериментальных и расчетных значений.

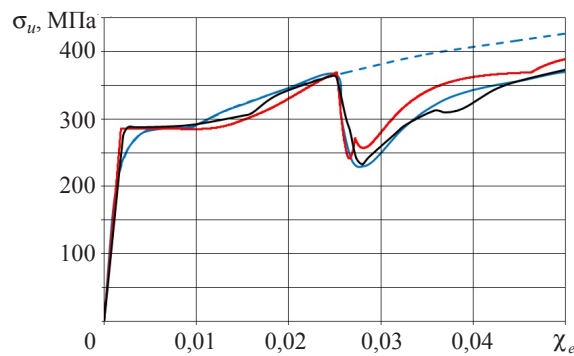


Рис. 5

На рис. 6–9 приведены результаты эксперимента и численных расчетов по заданной программе деформирования. Отклик в пространстве напряжений $\sigma_{11} \sim \sigma_{12}$ представлен на рис. 6, а на рис. 7 – диаграмма сложного пластического деформирования материала $\sigma_u \sim e_u$, где e_u – интенсивность деформаций. Локальные диаграммы деформирования $\sigma_{11} \sim e_{11}$ и $\sigma_{12} \sim e_{12}$ представлены на рис. 8 и 9 соответственно. Видно качественное и количественное совпадение опытных и модельных представлений для плоских траекторий деформирования как по теории пластического течения [1], так и по модели упругопластических процессов [7].

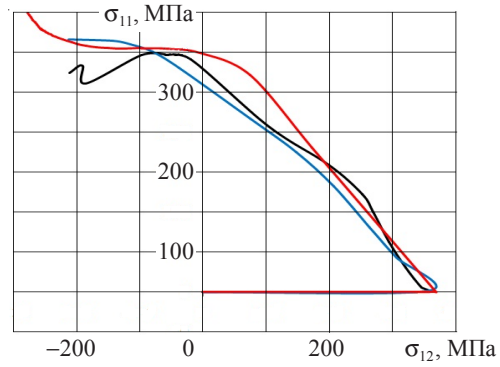


Рис. 6

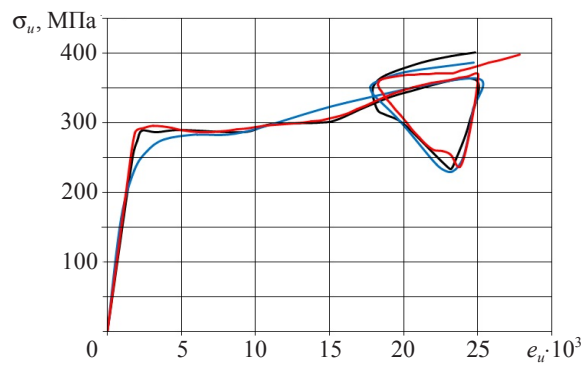


Рис. 7

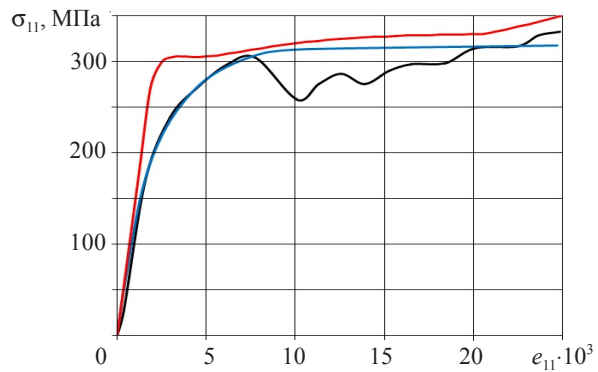


Рис. 8

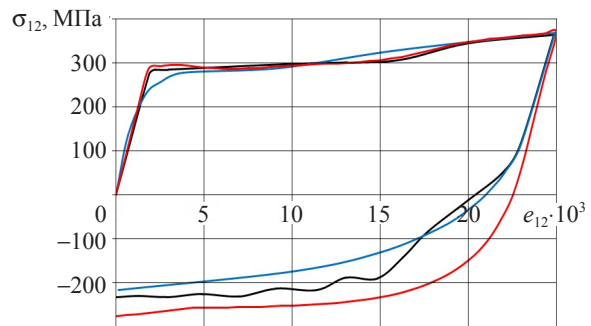


Рис. 9

Заключение

Проведена верификация определяющих соотношений теории течения с изотропным и кинематическим упрочнением [1] путем сопоставления результатов численных экспериментов с опытными данными по упругопластическому деформированию стали 45 на плоской двухзвенной траектории и численными результатами, полученными другими авторами по теории упругопластических процессов [7]. Результаты верификации свидетельствуют о правильности моделирования пропорционального и непропорционального пластического деформирования конструкционных сталей.

Список литературы

1. Волков И.А., Коротких Ю.Г. Уравнения состояния вязкоупругопластических сред с повреждениями. М.: Физматлит, 2008. 424 с.
2. Волков, И.А., Коротких Ю.Г., Шишулин Д.Н. Принципы и методы определения скалярных материальных параметров теории пластического течения с кинематическим и изотропным упрочнением // Вычислительная механика сплошных сред. 2010. Т. 3, №3. С. 46–57.
3. Талытов Г.Б. Пластичность и прочность стали при сложном нагружении. Л.: Изд-во Ленинград. ун-та, 1968. 136 с.
4. Зубчанинов В.Г., Охлопков Н.Л., Гаранников В.В. Экспериментальная пластичность. Кн. 1. Процессы сложного деформирования. Тверь: Изд-во ТГТУ, 2003. 172 с.
5. Зубчанинов В.Г., Охлопков Н.Л., Гаранников В.В. Экспериментальная пластичность. Кн. 2. Процессы сложного нагружения. Тверь: Изд-во ТГТУ, 2004. 184 с.
6. Зубчанинов В.Г., Алексеев А.А., Гультаев В.И. Численное моделирование процессов сложного упругопластического деформирования стали по двухзвенным ломаным траекториям // Проблемы прочности и пластичности: Межвуз. сб. / Нижегород. ун-т, 2014. Вып. 76. Ч. 1. С. 18–25.
7. Зубчанинов В.Г. Механика пластических сред. М.: Физматлит, 2010. 352 с.

MODELING THE PROCESS OF ELASTOPLASTIC DEFORMATION OF STEEL 45 ALONG TWO-PART BROKEN TRAJECTORIES

I.A. Volkov, Yu.G. Korotkikh, I.S. Tarasov, D.N. Shishulin

To verify the theory of plastic flow with cinematic and isotropic hardening, the process of elastoplastic deformation of Steel 45 along two-part broken trajectories is numerically analyzed; the numerical experiments are compared with the experimental data and theoretical studies published elsewhere. The plastic flow model used is shown to qualitatively and quantitatively describes the main effects of complex loading of structural steels deforming along multi-part plane broken trajectories.

Keywords: modeling, plasticity, complex loading, two-part trajectory, deformation, the theory of plastic flow, material parameters, basic experiment.