УДК 629.122/125:539.4

ИССЛЕДОВАНИЕ ОСТАТОЧНОГО РЕСУРСА И НАДЕЖНОСТИ ТОНКОСТЕННЫХ КОНСТРУКЦИЙ В РАМКАХ ПРИНЦИПА БЕЗОПАСНОГО ПОВРЕЖДЕНИЯ

В.М. Волков

Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева

Triha84@mail.ru

Поступила в редакцию 17.01.2014

Решена задача определения надежности и остаточного ресурса тонкостенных конструкций в рамках принципа безопасного повреждения (роста усталостных трещин) в зонах концентраторов напряжений.

Ключевые слова: безопасное повреждение, надежность, остаточный ресурс, усталостные трещины.

Введение

Тонкостенные конструкции различных изделий находятся под воздействием как экстремальных, так и эксплуатационных нагрузок. Амплитуды напряжений последних составляют около 5–10% от предела текучести материала, а число циклов нагружений при этом достигает 10^5–10^7. Ранее были получены данные по ресурсу и надежности тонкостенных конструкций лонжеронов – продольных коробчатых балок крыльев экранопланов и технологических газопроводов на площадках компрессорных станций в рамках принципа безопасного ресурса (на стадии образования многоцикловых усталостных трещин) [1–4].

На основе принципа безопасного повреждения приведены результаты исследования надежности и остаточного ресурса тонкостенных конструкций с учетом стохастичности нагружения и параметров модели докритического роста усталостных трещин (РУТ) [1, 5]. Построена модель расчета надежности и остаточного ресурса на стадии РУТ в рамках многоцикловой усталости. Она позволяет учесть стохастичность эксплуатационных нагрузок, начальных размеров трещин, характеристик циклической трещиностойкости материала и асимметрии циклов. При этом используются экспериментальные кривые РУТ, полученные на образцах из материала тонкостенной конструкции, и статистические данные.

1. Ресурс тонкостенной конструкции на стадии РУТ

В качестве модели РУТ принят ее вариант из работы [1], на основе которого для скорости докритического РУТ используется выражение

$$v = x_* \left[\left(\frac{\omega_0}{\omega} \right)^{\beta} \frac{1-(y^2-u^2)^2 c(r) W \mu^4}{m(y^2 A^2 - u^2)^2 c(r) W \mu^4} \right]^{-m}. \tag{1}$$

Здесь $y = K_{\max}/K_*$, $u = K_{\text{th}}/K_*$, $c(r) = \cos^2(\pi r/2)$; $K_{\max}$ – максимальный коэффициент интенсивности напряжений (КИН) нормального отрыва; K_{th}, K_* – пороговый КИН и циклическая трещиностойкость (характеристики материала); $r = K_{\min}/K_{\max}$ – коэффициент асимметрии цикла нагружения; ω_0 и ω – стендовая и эксплуатационная основные частоты нагружения; x_*, β, m – постоянные материала; μ, W, A – соответственно коэффициенты влияния вида напряженно-деформированного состояния конструкции в зоне трещины, высокочастотной и пиковой нагрузок. Величина $yA = y_e$ – эффективный относительный КИН.

Выражение (1) учитывает эксплуатационные нагрузки, циклические и реологические свойства материала, вид НДС конструкции в области вершины трещины, двухчастотность, асимметрию циклов, частоту нагружения и перегрузки.

Учтем, что амплитуды эксплуатационных нагрузок низкие, $y \ll 1$, $u \ll 1$, скорость РУТ снижается при наличии перегрузок, что позволяет ими пренебречь с погрешностью в безопасную сторону. При этом выразим y через размах КИН ΔK: $y = \Delta y/(1 - r)$, где $\Delta y = \Delta K/K_*$.

Тогда выражение (1) можно привести к виду

$$v = \frac{dl}{dt} = \frac{x_* m^m}{T_e \omega_*^{\beta m}} \left(\left(\left(\frac{\Delta y}{1-r} \right)^2 - u^2 \right)^2 g \right)^m. \tag{2}$$

Здесь $g = W\mu^4 \cos^2(\pi r/2)$, T_e – эффективный период циклов нагружения, $\omega_* = \omega/\omega_0$, l – длина трещины.

В соответствии с работой [3] $\Delta K = \Delta\sigma(\pi l)^{1/2}\varphi(l)$. Здесь $\Delta\sigma$ – размах напряжения, $\varphi(l)$ – функция влияния трещины. Тогда выражение (2) можно представить в виде:

$$dt = \frac{dl}{(\pi\Delta\sigma^2 l \varphi^2/(1-r)^2 - K^2{}_{th})^{2m}} \frac{T_e \omega_*^{m\beta} K_*^{4m}}{x_* m^m g^m}. \tag{3}$$

Согласно [6] имеем:

$$\int \frac{dx}{(a+bx)^{2m}} = -\frac{1}{(2m-1)b(a+bx)^{2m-1}}. \tag{4}$$

Тогда интеграл от выражения (3) при $g = \text{const}$ и $\varphi = \text{const}$ (величина φ подразумевается как множитель при $(\pi l)^{1/2}$) можно записать в следующем виде:

$$t_{ost} = \frac{T_e \omega_*^{m\beta} K_*^{4m}}{x_* m^m g^m} \int_{l_0}^{[l]} \frac{dl}{(\pi\Delta\sigma^2 l/(1-r)^2 - K_{th}^2)^{2m}},$$

где l_0, $[l]$ – начальный и допускаемый размеры трещины.

С учетом интеграла (4) получим

$$t_{ost} = \frac{B}{(2m-1)(\pi\Delta\sigma^2)/(1-r)^2} \times$$

$$\times \left[\frac{1}{(\pi\Delta\sigma^2 l_0/(1-r)^2 - K_{th}^2)^{2m-1}} - \frac{1}{(\pi\Delta\sigma^2 [l]/(1-r)^2 - K_{th}^2)^{2m-1}} \right], \tag{5}$$

где

$$B = C_1 C_2 = \frac{T_e \omega_*^{m\beta} K_*^{4m}}{x_* m^m g^m}, \quad C_1 = \frac{T_e \omega_*^{m\beta}}{m^m}, \quad C_2 = \frac{K_*^{4m}}{x_* g^m}.$$

Обозначим

$$\frac{t_{ost}}{C_1} = N, \quad \frac{\pi \Delta\sigma^2 l_0}{(1-r)^2} = \Delta K_0^2, \quad \frac{\pi \Delta\sigma^2 [l]}{(1-r)^2} = \Delta K_d^2, \quad \frac{\pi \Delta\sigma^2 x_*}{(1-r)^2} = \Delta K_x^2. \tag{6}$$

В результате вместо (5) будем иметь

$$N = \frac{K_*^{4m}}{(2m-1) g^m \Delta K_x^2} \left[\frac{1}{(\Delta K_0^2 - K_{th}^2)^{2m-1}} - \frac{1}{(\Delta K_d^2 - K_{th}^2)^{2m-1}} \right], \tag{7}$$

где N – относительный остаточный ресурс – случайная величина (СВ). Она является функцией случайных величин: K_*, K_{th}, ΔK_x, ΔK_0, ΔK_d, g, причем величины КИН в (6) ΔK_x, ΔK_0, ΔK_d являются, в свою очередь, функциями случайных величин: размаха напряжений $\Delta\sigma$, коэффициента асимметрии r, начального размера трещины l_0, линейной циклической трещиностойкости материала x_*.

2. Надежность реализации заданного остаточного ресурса тонкостенной конструкции

Для нахождения распределения вероятностей относительного остаточного ресурса N необходимо знать законы распределения вероятностей СВ: K_*, K_{th}, x_*, $\Delta\sigma$, $0 < r < 1$, l_0, W. Характеристики законов этих величин определяются на основе статистических данных.

Размах напряжения $\Delta\Sigma$ часто имеет распределение по закону Вейбулла, а начальный размер трещины l_0 и характеристики циклической трещиностойкости материала K_*, X_* – по закону Гаусса:

$$f_1(\Delta\sigma) = c_0\, \alpha \Delta\sigma^{\alpha-1} e^{-c_0 \Delta\sigma^{\alpha}}, \quad f_l(l_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} d_l} e^{-(l_0 - m_l)^2/(2d_l^2)},$$
$$f_*(K_*) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} d_*} e^{-(K_* - m_*)^2/(2d_*^2)}, \quad f_x(x_*) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} d_x} e^{-(x_* - m_x)^2/(2d_x^2)}, \tag{8}$$

где c_0, α, d_l, d_*, d_x, m_l, m_*, m_x – характеристики дифференциальных законов распределения вероятностей случайных величин $\Delta\Sigma$ и L_0, K_*, X_*, причем d_l, d_*, d_x, m_l, m_*, m_x – средние квадратичные отклонения и математические ожидания СВ L_0, K_*, X_*.

Распределение вероятностей СВ N может быть определено известным соотношением [1]:

$$f_N(n) = f_1(K_*(n)) \left| \frac{\partial K_*(n)}{\partial n} \right|, \tag{9}$$

где функция $K_*(n)$ является обратной функции (7):

$$K_* = \left(n \middle/ \left(\frac{1}{(2m-1) g^m \Delta K_x^2} \left[\frac{1}{(\Delta K_0^2 - K_{th}^2)^{2m-1}} - \frac{1}{(\Delta K_d^2 - K_{th}^2)^{2m-1}} \right] \right) \right)^{1/4m}. \tag{10}$$

Здесь через $n = t_{\mathrm{ost}}/C_1$ обозначено детерминированное значение, $0 < n < \infty$.

Запишем выражение (10) в виде

$$K_* = \lambda n^{1/4m}, \tag{11}$$

где

$$\lambda = 1 \Bigg/ \left(\frac{1}{(2m-1) g^m \Delta K_x{}^2} \left[\frac{1}{(\Delta K_0{}^2 - K_{th}{}^2)^{2m-1}} - \frac{1}{(\Delta K_d{}^2 - K_{th}{}^2)^{2m-1}} \right] \right)^{1/4m}.$$

На основе соотношений (8), (9) и (11) получим:

$$f_N(n) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} d_*} \frac{\lambda}{4m} n^{(1-4m)/4m} \exp(-(\lambda n^{1/4m} - m_*)^2 / (2 d_*{}^2)), \tag{12}$$

где $d_* = \nu_* m_*$, ν_* – коэффициент вариации СВ K_*.

Учтем стохастичность $\Delta\Sigma$, L_0, X_*. Проинтегрируем соотношение

$$\frac{\partial^3}{\partial \Delta\sigma \partial l_0 \partial x_*} \left[F_N(n, \Delta\sigma, l_0, x_*) \right] = F_N(n \mid \Delta\sigma, l_0, x_*) f_1(\Delta\sigma) f_l(l_0) f_x(x_*) \tag{13}$$

по $\Delta\sigma$, l_0, x_*. В результате получим:

$$F_N(n) = \int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty F_N(n \mid \Delta\sigma, l_0, x_*) f_1(\Delta\sigma) f_l(l_0) f_x(x_*) d\Delta\sigma dl_0 dx_*. \tag{14}$$

По аналогии с выражением (14) можно учесть стохастичность величин K_{th}, r:

$$F_N(n) = \tag{15}$$

$$= \int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^1 F_N(n \mid \Delta\sigma, l_0, x_*, K_{th}, r) f_1(\Delta\sigma) f_l(l_0) f_x(x_*) f_{th}(K_{th}) f_r(r) d\Delta\sigma dl_0 dx_* dK_{th} dr.$$

3. Учет стохастического распределения трещин усталости по периметру опасного сечения конструкции

Практика показывает, что для дорогостоящих сооружений отказы являются редкими событиями как во времени, так и в некоторой области конструкции x. Поэтому если эти отказы независимы, то для участка периметра x можно вычислить [2, 3]:

$$R(t_{\text{ost}}, x) = R(n, x) = [1 - F_N(n)] R(x) = R_N(n) R(x),$$

где $t_{\text{ost}}/C_1 = n$.

Нижний пояс конструкции может содержать множество трещин в концентраторах напряжений, распределенных случайно по его ширине. В этом случае надежность можно определить выражением [1, 2]:

$$R(n, x) = \sum_{i=0}^{\infty} \Pi_i(x) R(n, i), \tag{16}$$

где $\Pi_i(x)$ – вероятность существования i трещин на нижней части периметра длиной x данной конструкции, $R(n, i)$ – вероятность образования i усталостных трещин $l = l_0$ в области x периметра с концентраторами. При этом можно записать в первом приближении

$$R(n, i) = R^i(n).$$

Пусть случайное число трещин I_x на части x периметра конструкции имеет пуассоновское распределение:

$$\Pi_i(x) = P[I_x = i] = \frac{e^{-\lambda_0 x}(\lambda_0 x)^i}{i!}. \quad (17)$$

Здесь λ_0 – параметр, определяющий среднее число трещин на единице длины периметра опасного сечения конструкции.

После подстановки (17) в (16) и преобразований получим

$$R(n,x) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{e^{-\lambda_0 x}(\lambda_0 x)^i}{i!} R^i(n) = e^{-\lambda_0 x(1-R(n))}. \quad (18)$$

Выражение (18) позволяет определить надежность тонкостенной конструкции на поврежденном периметре x в момент времени $t \le t_{ost} = nC_1$. Задавая $R(n,x) = [R]$, где $[R]$ – допускаемая минимальная надежность, можно построить диаграмму предельного размера повреждения трещинами и предельного остаточного ресурса t_{ost} на стадии РУТ при допускаемой надежности, например, равной $[R] = 0{,}97$ (рис.1). Диаграмма построена для лонжерона экраноплана из легкого сплава АМг-61 с характеристиками материала и нагружения, приведенными в работе [1].

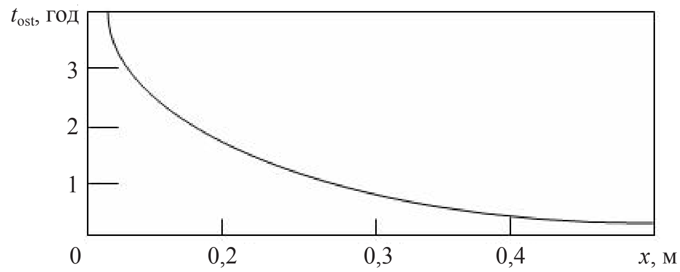

Рис. 1

Таким образом, построены зависимости надежности от времени в области роста трещины от l_0 до $[l]$ (остаточного ресурса). При этом учитываются коэффициенты вариации эксплуатационных нагрузок, характеристик усталостной трещиностойкости материала. Проведены исследования этих зависимостей. При этом приняты законы распределения вероятностей стохастических величин в виде зависимостей Вейбулла и Гаусса. Вычислены значения гамма-процентного ресурса t_γ опасных зон конструкции лонжерона при действии выше указанных факторов для $\gamma = 90–99\%$.

Расчеты остаточного ресурса и надежности на стадии РУТ, обеспечение высоких значений t_γ при $\gamma = [R]$ позволяют повысить безопасность конструкций с учетом инспекций, экономичность (уменьшить число ремонтов), экологичность и рентабельность объектов, состоящих из тонкостенных конструкций.

Список литературы

1. *Волков В.М.* Надежность машин и тонкостенных конструкций: Учеб. пособие. Н. Новгород: Изд-во НГТУ им. Р.Е. Алексеева, 2011. 365 с.

2. *Волков В.М.*, *Волков В.В.*, *Волков И.В.* Надежность и ресурс газопровода в области компрессорной станции и на его линейном участке // Современные технологии в кораблестроительном и авиационном образовании, науке и производстве: Матер. Всерос. научно-технич. конф. / Н. Новгород: Изд-во НГТУ им. Р.Е. Алексеева, 2009. С. 415–421.

3. *Волков В.М.*, *Миронов А.А.*, *Волков В.В.* Реализация концепций безопасного ресурса и повреждения технологических трубопроводов площадок компрессорных станций // Газовая промышленность. 2013. №9. С. 60–62.
4. *Волков В.М.* Прочность корабля: Учебник. Н. Новгород: Изд-во НГТУ, 1994. 257 с.
5. *Волков В.М.*, *Миронов А.А.*, *Жуков А.Е.* Предельная прочность, надежность и остаточный ресурс тонкостенных конструкций с повреждениями // Вестник ВГАВТ: Надежность и ресурс в машиностроении. Н. Новгород: Изд-во ВГАВТ. 2006. Вып. 16. С. 36–52.
6. *Градштейн И.С.*, *Рыжик И.М.* Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: ГИФМЛ, 1963. 1100 с.

THE STUDY OF THE RESIDUAL LIFE AND RELIABILITY OF THIN-WALLED STRUCTURES IN TERMS OF THE PRINCIPLE OF SAFE DAMAGE

V.M. Volkov

The problem of defining the reliability and the residual life of thin-walled structures is solved in terms of the principle of safe damage (the growth of fatigue cracks) at zones of stress concentrators.

Keywords: safe damage, reliability, residual life, fatigue cracks.