

УДК 539.3

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ ДЕФОРМИРОВАНИЯ МНОГОСЛОЙНЫХ ОБОЛОЧЕК С ПОРИСТЫМ ЗАПОЛНИТЕЛЕМ*

© 2014 г. **А.В. Демарева¹, В.А. Иванов², М.Н. Жестков¹,
А.И. Кибец¹, Ю.И. Кибец¹, Д.В. Шошин³**

¹НИИ механики Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского

²Чувашский государственный университет им. И.Н. Ульянова, Чебоксары

³Российский федеральный ядерный центр –
Всероссийский научно-исследовательский институт
экспериментальной физики, Саров

kibec@mech.unn.ru

Поступила в редакцию 03.02.2014

Рассматривается задача нелинейного деформирования многослойных оболочек с пористым наполнителем при воздействии нестационарных нагрузок. В качестве уравнений состояния для металлов используются соотношения теории течения с кинематическим и изотропным упрочнением. Пористый наполнитель моделируется континуально однородной разномодульной физически нелинейной средой, характеристики которой определяются на основании экспериментальных данных или результатов численного анализа деформирования типовых блоков (представительных объемов) с учетом их структуры. Решение определяющей системы уравнений основывается на методе конечных элементов и явной конечно-разностной схеме интегрирования по времени типа «крест».

Ключевые слова: оболочка, пористый наполнитель, динамическое нагружение, метод конечных элементов.

В современной технике широкое распространение находят многослойные оболочки с пористым наполнителем, обладающим определенным набором заданных свойств [1–5]. В последнее время внимание конструкторов привлекает пеноалюминий или пористый алюминий – ячеистый материал с закрытой или открытой структурой пор [6, 7]. Размер пор регулируется в пределах от долей миллиметра до 20–30 мм и более. Плотность материала при этом изменяется от 2 до 0,3 г/см³ соответственно. Деформационные и прочностные характеристики пористых наполнителей определяются в специально проводимых для этой цели испытаниях образцов [8–10]. В связи с тем, что экспериментальные исследования ограничены по своим возможностям, возникает необходимость решения трехмерной геометрически и физически нелинейной задачи динамики для восполнения недостающей информации.

* Выполнено в рамках реализации гранта Президента РФ для поддержки ведущих научных школ РФ НШ 593.2014.8, а также при поддержке РФФИ (проект №14-08-00656-а).

В [11, 12] приводятся результаты численного моделирования нестационарного деформирования пористого (объемно-перфорированного) алюминия при ударном нагружении с явным выделением и моделированием пор. Такой подход очень трудоемкий и оправдан лишь при исследовании компактных образцов. Ниже излагается конечно-элементная методика решения трехмерных нелинейных задач динамики многослойных оболочек с пористым наполнителем. Для анализа деформирования наполнителя применяется модель континуально однородной, разномодульной, физически нелинейной среды. Приводятся результаты тестовых расчетов.

Движение композитной конструкции, включающей в себя несущие оболочки и пористый наполнитель, описывается с позиций механики сплошных сред с применением текущей лагранжевой формулировки [13]. Наряду с общим базисом $X = [X_1, X_2, X_3]$ вводится местная (сопутствующая) система координат $x = [x_1, x_2, x_3]$ с направляющими косинусами n_{ij} : $x_i = n_{ij} X_j$ ($i, j = \overline{1, 3}$), по повторяющимся индексам ведется суммирование. Здесь x_3 – координата, отсчитываемая от срединной поверхности оболочки и нормальная к ней, x_1, x_2 – ортогональны к x_3 . Формоизменения полагаем большими, а деформации – малыми, что позволяет считать местный базис ортогональным в течение всего процесса деформирования. Компоненты тензора скоростей деформаций в местном базисе $\dot{\epsilon}_{ij}$ выражаются через компоненты $\dot{\epsilon}_{ij}$ скорости деформаций в общем базисе $\dot{\epsilon}_{ij} = n_{im} n_{jk} \dot{\epsilon}_{mk}$, которые определяются в метрике текущего состояния:

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \frac{\dot{U}_{i,j} + \dot{U}_{j,i}}{2} \quad (i, j = \overline{1, 3}), \quad X_i = X_i|_{t=0} + \int_0^t \dot{U}_i dt. \quad (1)$$

В (1) U_i – перемещения в общей декартовой системе координат X , индекс после запятой означает частную производную по соответствующей пространственной переменной, точка над символом – частную производную по времени t . Уравнение движения выводится из баланса виртуальных мощностей работы

$$\int_{\Omega} \sigma_{ij} \delta \dot{\epsilon}_{ij} dV + \int_{\Omega} \rho \ddot{U}_i \delta \dot{U}_i dV = \int_{\Gamma_p} p_i \delta \dot{U}_i d\gamma + \int_{\Gamma_q} p_i^q \delta \dot{U}_i d\gamma \quad (i, j = \overline{1, 3}), \quad (2)$$

где σ_{ij} – компоненты тензора напряжений, ρ – плотность, p_i^q – контактное давление, p_i – распределенная нагрузка, Ω – область, занимаемая конструкцией, Γ_q – поверхность контакта, Γ_p – область действия внешнего давления.

В несущих оболочках компоненты тензоров скоростей деформаций и напряжений раскладываются на шаровые $\dot{\epsilon}_{ij}^V, \dot{\sigma}_{ij}^V$ и девиаторные $\dot{\epsilon}_{ij}^D, \dot{\sigma}_{ij}^D$ составляющие ($\dot{\epsilon}_{ij} = \dot{\epsilon}_{ij}^D + \delta_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}^V, \dot{\sigma}_{ij} = \dot{\sigma}_{ij}^D - \delta_{ij} \dot{\sigma}_{ij}^V$). Зависимость шаровых компонент скоростей деформаций и напряжений предполагается линейной. Девиаторные составляющие тензора напряжений вычисляются с помощью соотношений теории течения с кинематическим и изотропным упрочнением [14, 15]:

$$\dot{\epsilon}_{ij}^D = \dot{\epsilon}_{ij}^e + \dot{\epsilon}_{ij}^p, \quad \dot{\epsilon}_{11}^p + \dot{\epsilon}_{22}^p + \dot{\epsilon}_{33}^p = 0, \quad (3)$$

$$\dot{\sigma}_{ij}^D = 2G \dot{\epsilon}_{ij}^e, \quad \dot{\epsilon}_{ij}^p = \lambda S_{ij}, \quad S_{ij} = \sigma_{ij}^D - \rho_{ij}, \quad \dot{\rho}_{ij} = g \dot{\epsilon}_{ij}^p, \quad (4)$$

$$S_{ij} S_{ij} \leq \frac{2}{3} \sigma_T^2, \quad \sigma_T = \sigma_T(\kappa, I_{2\varepsilon}), \quad \rho_{ij} = \int_0^t \dot{\rho}_{ij} dt, \quad \kappa = \sqrt{\frac{2}{3}} \int_0^t \sqrt{\dot{\epsilon}_{ij}^p \dot{\epsilon}_{ij}^p} dt.$$

Здесь G – модуль сдвига, $\dot{\epsilon}_{ij}^p$ и $\dot{\epsilon}_{ij}^e$ – пластические и упругие компоненты девиатора скорости деформаций, S_{ij} и ρ_{ij} – тензоры активных напряжений и микронапряже-

ний, g – модуль кинематического упрочнения, k – параметр Одквиста. Параметр λ тождественно равен нулю при упругом деформировании и определяется при упруго-пластическом деформировании из условия прохождения мгновенной поверхности текучести через конец вектора догрузки.

Пористый наполнитель моделируется континуально однородной, разномодульной, физически нелинейной средой [16]. Деформации и напряжения определяются в локальной системе координат $x = [x_1, x_2, x_3]$. Вводится понятие начальной пористости α_0 – отношение плотности матрицы или сплошного металла к средней плотности пористого металла или предельное значение относительного объема. Для высокопористых металлов ($\alpha_0 \geq 1,2$ [12]) можно предположить, что в исходном состоянии коэффициент Пуассона пренебрежимо мал [12, 17–19]. Связь упругих деформаций и напряжений устанавливается из обобщенного закона Гука:

$$\dot{\sigma}_{ij} = A_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}, \quad i, j = \overline{1, 3}, \quad (5)$$

где $A_{ij} = \text{diag}(E, E, E, 2G, 2G, 2G)$ – диагональная матрица.

По мере сжатия пористого материала его упругие характеристики меняются. Принимается следующая зависимость [16]:

$$A_{ij} = A_{ij}^0 + \beta(A_{ij}^s - A_{ij}^0). \quad (6)$$

В (6) индексами 0 и s помечены упругие константы наполнителя в исходном состоянии и при полном закрытии пор. Параметр β определяется текущим значением относительного объема $v = V/V_0$:

$$\beta = \max \left[\min \left(\frac{1-v}{1-v_f}, 1 \right), 0 \right], \quad (7)$$

где v_f – предельное значение относительного объема, соответствующее состоянию материала при полностью закрытых порах. В исходном состоянии $\beta = 0$, для полностью сжатого наполнителя ($v \leq v_f$) $\beta = 1$.

Если значения компонент напряжений, полученные интегрированием обобщенного закона Гука (5) по времени, нарушают условия текучести

$$|\sigma_{ij}| > \sigma_{ij}^T(v), \quad (8)$$

выполняется их корректировка [16]:

$$\sigma_{ij} = \frac{\sigma_{ij}^T(v) \sigma_{ij}}{|\sigma_{ij}|}, \quad (9)$$

где $\sigma_{ij}^T(v)$ – предельные значения компонент напряжений наполнителя, которые зависят от степени его сжатия. Применяемые в (5)–(9) параметры модели определяются из численного анализа деформирования типовых блоков (представительных объемов) пористого наполнителя с учетом их структуры или из экспериментальной динамической диаграммы деформирования [12]. После полного закрытия пор ($\beta = 1$) связь напряжений и деформаций описывается соотношениями теории течения (3), (4). Разгрузка материала происходит упруго. Параметры A_{ij} при разгрузке определяются в соответствии с (6). При растяжении β принимается равным нулю, а предельные значения компонент напряжений $\sigma_{ij}^T(v)$ наполнителя полагаются постоянными, не зависящими от изменения относительного объема v ($\sigma_{ij}^T(v) = \sigma_{ij}^T(1)$) [16].

Контактное взаимодействие несущих слоев и заполнителя моделируется условиями жесткой склейки или односторонней связью, допускающей временное прерывание и возобновление контакта [15]. Система уравнений, определяющая деформирование композитной оболочки при динамических нагружениях, дополняется начальными условиями и кинематическими граничными условиями.

Решение определяющей системы уравнений основывается на моментной схеме метода конечных элементов и явной конечно-разностной схеме интегрирования по времени типа «крест» [14, 15]. Шаг интегрирования по времени определяется из условия устойчивости Куранта. Для интегрирования по пространственным переменным применяются квадратурные формулы [13]. Разработанная конечно-элементная методика решения трехмерных задач динамики обеспечивает устойчивость счета (подавляет моды нулевой энергии [13–15]) и позволяет в рамках единого алгоритма исследовать нестационарное деформирование композитных конструкций, включающих в себя тонкие оболочки с пористым заполнителем.

Для решения задачи контакта деформируемых тел на несогласованных конечно-элементных сетках применяются алгоритмы интерполяции узловых полей скоростей перемещений с одной сетки на другую, основанные на законах сохранения массы, количества движения и моментов количества движения [15]. Программная реализация разработанной конечно-элементной методики осуществлена в рамках вычислительного комплекса «Динамика-3» [20, 21].

Для верификации вычислительной модели решена задача о продольном ударе цилиндра по жесткой преграде (тест Тейлора [12, 17–19, 22, 23]). В расчетах рассматривались объемно-перфорированные цилиндрические образцы [12] из алюминиевого сплава Д16Т, выточенные из заготовки в форме параллелепипеда, просверленного в трех ортогональных направлениях (рис. 1).

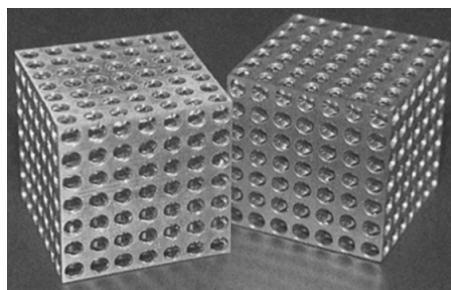


Рис. 1

В [12] выполнено численное моделирование теста Тейлора при прямом геометрическом способе задания пористости (рис. 2).

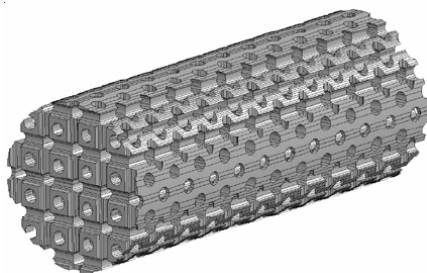


Рис. 2

Плотность ρ алюминиевого сплава Д16Т задавалась равной $2,78 \text{ г/см}^3$, модуль упругости $E = 71,76 \text{ ГПа}$, коэффициент Пуассона $\mu = 0,3$, предел текучести $\sigma_T = 0,36 \text{ ГПа}$, модуль изотропного упрочнения $g = 1,36 \text{ ГПа}$. Начальная длина образца $L_0 = 6,25 \text{ см}$, отношение длины к диаметру 2,5. Диаграммы деформирования перфорированного материала в условиях одноосного напряженного состояния для различных значений пористости приведены на рис. 3 [12].

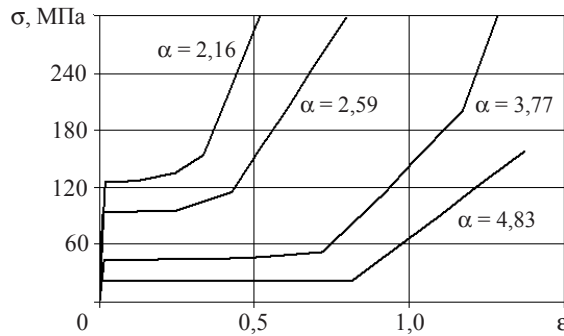


Рис. 3

При решении задачи в трехмерной постановке в качестве расчетной области выбрана 1/2 часть цилиндра. Трехмерная сетка расчетной области в исходном состоянии показана на рис. 4а. Результаты решения задачи представлены на рис. 4б и рис. 5. На рис. 4б изображена конечно-элементная сетка образца в остаточном состоянии (начальная скорость удара 250 м/с, начальная пористость материала $\alpha_0 = 4,83$).

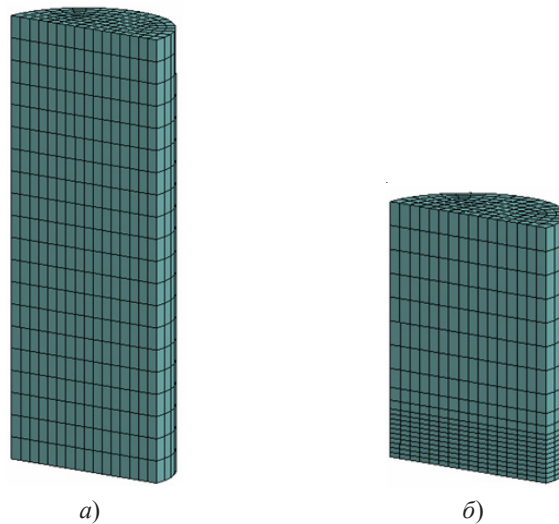


Рис. 4

Графики на рис. 5 иллюстрируют зависимость остаточной длины цилиндра от начальной скорости удара для различной начальной пористости образца α_0 . Сплошные линии – расчет с прямым выделением и моделированием пористости материала [12], пунктирная линия – расчет с применением изложенной выше модели пористой среды. Расхождение результатов не превышает 5%. Поскольку коэффициент

Пуассона перфорированного материала в исходном состоянии полагался равным нулю, расширения образца в зоне контакта в проведенных расчетах не наблюдалось, что соответствует данным [12].

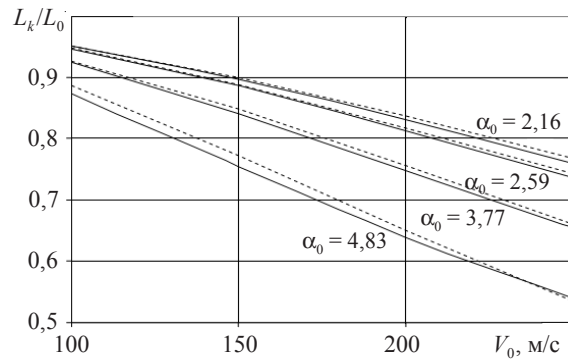


Рис. 5

Рассмотрена задача двухслойной цилиндрической оболочки, нагруженной изнутри взрывом взрывчатого вещества (ВВ). Внешняя (несущая) оболочка имеет следующие геометрические параметры: внутренний радиус $R_{in} = 10$ см, толщина $h = 0,1$ см, длина $L = 2$ см. Материал – сталь Ст20 с характеристиками: $\rho = 7,84$ г/см³, $E = 200$ ГПа, $\mu = 0,3$, $\sigma_T = 0,25$ ГПа, $g = 0,68$ ГПа. Внутренняя оболочка ($R_{in} = 7,5$ см, $h = 2,5$ см) – наполнитель – выполнена из пористого алюминия. Характеристики материала в исходном состоянии: $\rho = 0,53$ г/см³, $E^0 = 14,35$ ГПа, $\mu = 0$, $A_{11}^0 = A_{22}^0 = A_{33}^0 = A_{12}^0 = A_{23}^0 = A_{31}^0 = E^0$, $\sigma_{ij}^T = 0,056$ ГПа; в сжатом состоянии $\rho = 2,78$ г/см³, $E^s = 71,76$ ГПа, $\mu = 0,3$, $A_{11}^s = A_{22}^s = A_{33}^s = E^s$, $A_{12}^s = A_{23}^s = A_{31}^s = E^s / (1 + \mu)$, $\sigma_T = 0,28$ ГПа. На внутренней поверхности наполнителя равномерно распределено давление, изменение во времени которого приведено на рис. 6 [24]. На торцах оболочки продольная компонента скорости перемещений полагалась нулевой. На границе между оболочкой и наполнителем задавались условия жесткой склейки. Для сравнения был проведен расчет деформирования однослойной оболочки без наполнителя при тех же условиях нагружения.

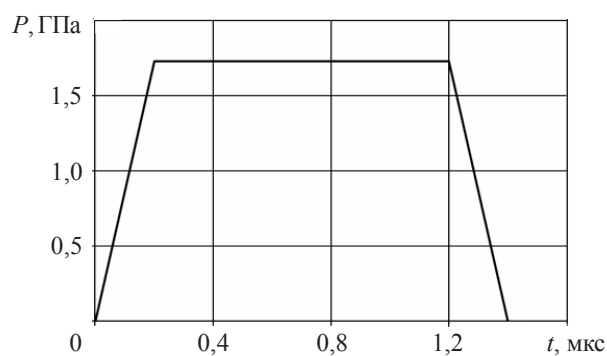


Рис. 6

Расчетная область (половина оболочки) разбивалась конечно-элементной сеткой со следующими параметрами: $N_h = 1$, $N_\phi = 50$, $N_L = 4$ для внешней оболочки, $N_h = 8$, $N_\phi = 50$, $N_L = 4$ для наполнителя (N_h , N_ϕ , N_L – количество конечных элементов в радиальном, окружном и продольном направлениях).

Результаты решения задачи приведены на рис. 7–9 в виде временной зависимости радиального смещения U , скорости радиального смещения V и интенсивности напряжений I_σ . На рис. 7–9 сеточные функции, определенные в однослойной оболочке без наполнителя, обозначены сплошными линиями, в оболочке с наполнителем – штриховыми линиями. Сеточные функции, определенные на внутренней поверхности наполнителя, обозначены пунктирными линиями.

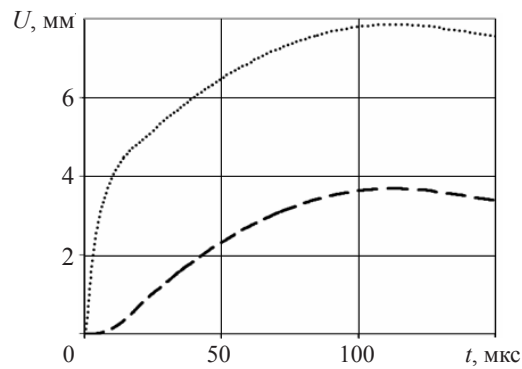


Рис. 7

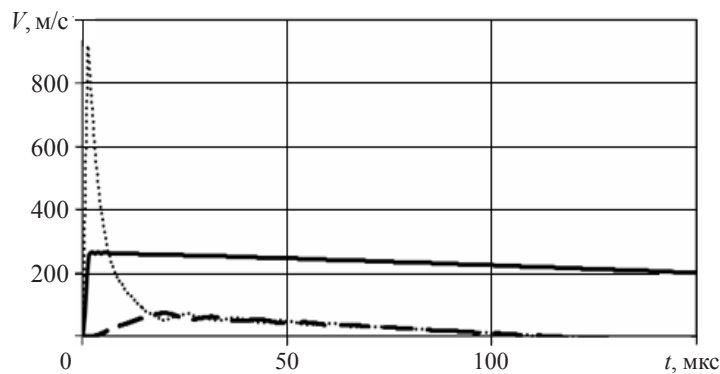


Рис. 8

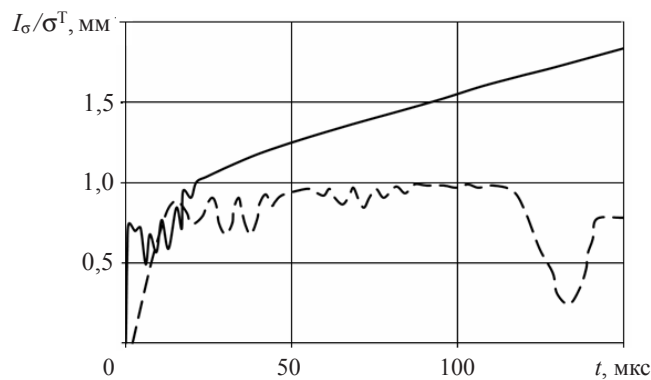


Рис. 9

Как видно из представленных результатов, радиальная скорость перемещений однослойной оболочки под действием взрыва ВВ достигает 265 м/с, после чего начинает медленно убывать. Радиус однослойной оболочки в процессе деформирова-

ния увеличивается на 73%, что позволяет предположить ее разрушение. В двухслойной оболочке толщина пористого заполнителя при нагружении уменьшается примерно на 30%. Сжатие заполнителя значительно поглощает энергию взрыва ВВ и снижает воздействие на внешнюю оболочку. Радиальные смещения оболочки в этом случае не превышают 4%.

Заключение

На основе соотношений механики сплошных сред, моментной схемы метода конечных элементов и программного комплекса «Динамика-3» разработана вычислительная модель динамического деформирования многослойной оболочки с пористым заполнителем. Проведена верификация вычислительной модели пористого материала на задаче о продольном ударе цилиндра из объемно-перфорированного алюминия по жесткой преграде. Достоверность результатов расчетов, полученных по разработанной конечно-элементной методике и программному комплексу «Динамика-3», подтверждается их хорошим соответствием данным численного решения с выделением и непосредственным моделированием пор в материале. Решена задача о деформировании двухслойной цилиндрической оболочки при внутреннем динамическом нагружении. Показано, что применение пористого металла в качестве заполнителя существенно снижает воздействие на несущую оболочку. Разработанная вычислительная модель позволяет оптимизировать демпфирующие свойства конструкций с пористым заполнителем.

Список литературы

1. Белов С.В. Пористые металлы в машиностроении. М.: Машиностроение, 1981. 247 с.
2. Davies G.J., Zhen S. Metallic foams: their production properties and applications // J. of Materials Science. 1983. Vol. 18. P. 1899–1911.
3. Пористые проницаемые материалы: Справочник / Ред. С.В. Белова. М.: Metallurgy, 1987. 335 с.
4. Трофименко В.В. Механические свойства анизотропных литых материалов // Вопросы химии и химической технологии. 2007. №5. С. 169–173.
5. Перспективы применения газоармированных металлов в качестве подложки для получения полимерных покрытий / А.Л. Чуприна, В.В. Трофименко, В.И. Сытар, А.В. Стовпник // Вопросы химии и химической технологии. 2008. №6. С. 80–87.
6. http://www.lespres.ru/news/Vspenennyi_alyumini_v_poslednie.html
7. Иванов Д.О., Аксенов А.А., Иванов И.А. Исследование и моделирование пеноалюминия, полученного из вторичного алюминиевого сырья методом механического легирования // Изв. вузов. Цветная металлургия. 2007. №6. С. 56–62.
8. Shock R.N., Abey A.E., Duba A. Quasi-static deformation of porous beryllium and aluminium // J. Appl. Phys. 1976. V. 47, No 1. P. 53–63.
9. Validation of constitutive models application to aluminium foams / A.G. Hanssen, O.S. Hopperstad, M. Langseth, H. Ilstad // Int. J. Mech. Sci. 2002. V. 44, No 2. P. 359–406.
10. Krishina V.B., Bose S., Bandyopadhyay A. Strength of open-cell 6101 aluminium foams under free and constrained compression // Mat. Sci. and Engng. A. 2007. V. 452–453, No 4. P. 178–188.
11. Медин С.А., Паршиков А.Н. Мезомеханическое моделирование ударного сжатия пористого алюминия // Математическое моделирование. 2014. Т. 26, №1. С. 42–54.
12. Применение теста Тейлора для исследования динамических механических свойств высокопористого алюминиевого сплава / Г.В. Белов, А.П. Гусаров, В.А. Марков, В.И. Пусев, А.Ф. Овчинников, В.В. Селиванов, М.Ю. Сотский // Наука и образование: Науч. изд. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электронный научно-технический журнал. 2012. №9. С. 13–25

(<http://technomag.edu.ru/doc/442058.html>)

13. *Bathe K.Y.* Finite element procedures. New Jersey: Upper Saddle River «Prentice Hall», 1996. 1037 p.

14. Верификация конечно-элементного решения трехмерных нестационарных задач упругопластического деформирования, устойчивости и закритического поведения оболочек / А.А. Артемьева, В.Г. Баженов, А.И. Кибец, П.В. Лаптев, Д.В. Шошин // Вычислительная механика сплошных сред. 2010. Т. 3, №2. С. 5–14.

15. *Баженов В.Г., Кибец А.И., Цветкова И.Н.* Численное моделирование нестационарных процессов ударного взаимодействия деформируемых элементов конструкций // Проблемы машиностроения и надежности машин. 1995. №2. С. 20–26.

16. *Hallquist J.O.* LS-DYNA: Theoretical manual. Livermore Software Technology Corporation. Livermore, 1998. 498 p.

17. *Lu G., Wang B., Zhang T.* Taylor impact test for ductile porous materials. Part 1: Theory // Int. J. Imp. Engng. 2001. Vol. 25, No 10. P. 981–991.

18. *Wang B., Zhang T., Lu G.* Taylor impact test for ductile porous materials. Part 2: Experiments // Int. J. Imp. Engng. 2003. Vol. 28, No 5. P. 499–511.

19. Об исследовании динамических механических свойств высокопористого алюминиевого сплава / Г.В. Белов, А.П. Гусаров, В.А. Марков, А.Ф. Овчинников, В.И. Пусев, В.В. Селиванов // Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред. Матер. XVII Междунар. симпоз. им. А.Г. Горшкова. Ярополец, 14–18 февраля 2011 г. Т. 2. М.: ООО «ТР-принт», 2011. С. 82–87.

20. Сертификат соответствия Госстандарта России № РОСС RU.МЕ.20.Н00338.

21. Вычислительный комплекс «Динамика-3». Научно-технический центр по ядерной и радиационной безопасности. Аттестационный паспорт программного средства. Регистрационный паспорт аттестации ПС № 325 от 18.04.2013.

22. *Уилкинс М.Л., Гуинан М.У.* Удар цилиндра по жесткой стенке // Механика (сб. перев.) 1973. №3. С. 112–128.

23. Анализ процесса деформирования стержня при соударении его с жесткой преградой / В.В. Баландин, А.М. Брагов, Т.Д. Подгорнова, А.И. Садырин // Прикладные проблемы прочности и пластичности: Всесоюз. межвуз. сб. / Горьковский ун-т. 1987. Вып. 36. С. 100–109.

24. *Hartzman W., Hutchinson J.R.* Nonlinear dynamics of solids by finite element method // Int. Comp. and Struct. 1972. V. 2, No 1–2. P. 47–77.

NUMERICALLY ANALYZING DYNAMIC PROBLEMS OF DEFORMATION OF MULTILAYERED SHELLS WITH A POROUS FILLING

A.V. Demareva, V.A. Ivanov, M.N. Zhestkov, A.I. Kibets, Yu.I. Kibets, D.V. Shoshin

The problem of nonlinear deformation of multilayered shells with a porous filling under non-stationary loading is considered. Relations of the flow theory with cinematic and isotropic hardening are used as equations of state for metals. The porous filling is modeled by a continually homogeneous hetero-modular physically nonlinear medium, whose characteristics are determined based on experimental data or the results of numerically analyzing deformation of typical blocks (representative volumes), accounting for their structure. The defining system is analyzed using the FEM and the «cross-type» finite-difference integration scheme.

Keywords: shell, porous filling, dynamic loading, FEM.