

УДК 629.7.015.4: 629.7.023

**ОСОБЕННОСТЬ КОРРЕКЦИИ МЕТОДОВ РАСЧЕТА  
НА УСТОЙЧИВОСТЬ ПОДКРЕПЛЕННЫХ  
ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК ПРИ ОСЕВОМ СЖАТИИ  
С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ОПЫТНЫХ ДАННЫХ**

© 2013 г. **В.Г. Дегтярь, П.И. Болтаев, В.В. Чеканин**

*ОАО «Государственный ракетный центр им. В.П. Макеева», Миасс*

*src@makeyev.ru*

*Поступила в редакцию 30.07.2013*

Выполнена оценка эффективности проектирования подкрепленной оболочки по критерию минимума ее массы с использованием ряда методов расчета для директивно заданного коэффициента безопасности, а также в случае определения его значения по формуле в зависимости от соответствующих коэффициентов вариации случайной величины для фиксированного уровня вероятности безотказной работы конструкции оболочки на расчетные нагрузки. Предложены эмпирические зависимости коэффициентов устойчивости от нормализованного параметра осевой силы, позволяющие улучшить адаптацию методов расчета к опытным данным и, как следствие, снизить коэффициент вариации случайной величины. Дальнейшее улучшение точности методов расчета осуществлено корректирующими функциями, содержащими параметры проектирования в соответствующих степенях.

*Ключевые слова:* подкрепленные цилиндрические оболочки, осевое сжатие, устойчивость, повышение точности метода расчета, расчетные зависимости для коэффициентов устойчивости, корректирующие функции, анализ эффективности.

**Введение**

Существенное влияние на качество оптимального проектирования конструктивно ортотропных оболочек, воспринимающих сжимающие нагрузки, оказывают методы расчета в связи с тем, что каждый проектный вариант оболочки, прежде всего, должен удовлетворять требованию сохранения формы при воздействии нагрузок заданной величины. Это условие является «отправной точкой» – началом процесса синтеза конструкции оболочки. Все последующие изменения проекта, происходящие при минимизации целевой функции массы оболочки и выполнении ряда ограничивающих требований, осуществляются с обязательным соблюдением указанного условия. При этом масса оболочки, соответствующая экстремальному значению целевой функции, существенно зависит от точности метода расчета. Чем точнее расчетная зависимость, тем меньше может быть назначен коэффициент безопасности, увеличивающий эксплуатационную нагрузку до расчетной, и меньше масса оболочки.

## 1. Постановка задачи

Для класса конструктивно ортотропных «вафельных» цилиндрических оболочек «средней» длины, нагружаемых осевым сжатием, существует следующее ограничение по геометрическим характеристикам:  $5 > L/r > 4,9\sqrt{\delta/r}$ , где  $L$  – длина оболочки;  $r$  – радиус оболочки;  $\delta$  – толщина обшивки между ребрами.

Материал оболочек изотропный. Граничные условия закрепления краев оболочек, например в корпусах ракет, находятся между защемлением и свободным опиранием. Для парирования краевого эффекта осуществляется увеличение толщины обшивки в краевых зонах. При эксплуатации оболочек не допускается превышение напряжений предела пропорциональности, поэтому для оценки их устойчивости на осевое сжатие используются конечные формулы линейной ортотропной теории оболочек. В работе [1] приведен простой расчетный метод, обеспечивающий высокую скорость генерирования проектных версий оболочки. Однако такой метод имеет заниженную точность. Кроме того, коэффициент устойчивости метода задается диапазоном значений, и не существует какой-либо зависимости, кроме субъективного опыта расчетчика, для определения его конкретного значения. Эти обстоятельства приводят к необходимости верификации каждого выбранного проектного варианта оболочки для подтверждения требуемой несущей способности. Таким образом, особую актуальность приобретает выбор и улучшение точности методов расчета устойчивости конструктивно ортотропных оболочек при осевом сжатии. Решение этой задачи с учетом накопленного объема опытных данных имеет существенную практическую полезность, позволяющую при соответствующем выборе нормализованных параметров проектирования и нагрузки отказаться от затрат на экспериментальные исследования и снизить массу оболочек.

В статье [2] предложен метод уточнения конечных формул линейной ортотропной теории подкрепленных оболочек корректирующими функциями, позволяющий существенно повысить точность расчетных зависимостей. В состав каждой корректирующей функции входят проектные параметры в степенях, определяемых при последовательной минимизации коэффициента вариации случайной величины соответствующей репрезентативной выборки опытных данных, полученных при исследовании устойчивости подкрепленной оболочки.

В настоящей статье осуществляется дальнейшее развитие метода коррекции, предложенного в статье [2], применительно к уточнению методов расчета устойчивости подкрепленных цилиндрических оболочек при осевом сжатии и определению расчетных зависимостей для коэффициентов устойчивости, а также анализ эффективности уточнения методов расчета.

## 2. Определение эмпирических зависимостей коэффициентов устойчивости от параметров нагрузки и корректирующих функций для методов расчета устойчивости подкрепленных оболочек на осевое сжатие

Метод расчета, приведенный в работе [1], определяется зависимостью:

$$\rho_T^T = k_y \delta_r^2 \omega, \quad (1)$$

где  $\rho_T^T = T^P / (Er^2)$  – теоретическое значение нормализованного параметра критической осевой силы;  $T^P = k_\sigma T^\sigma$  – расчетное значение осевой силы;  $T^\sigma$  – эксплуатационное значение осевой силы;  $k_\sigma$  – коэффициент безопасности;  $E$  – модуль упру-

гости материала оболочки;  $k_y$  – числовой коэффициент;  $\delta_r = \delta/r$  – параметр толщины обшивки между ребрами;  $\omega = 1 + \varphi\beta(\psi - 1)^2$ ;  $\beta = 0,4/\varphi^{0,333} + 1,3/\varphi^{0,5} - 0,54$ ;  $\varphi = (\varphi_1\varphi_2)^{0,5}$ ;  $\varphi_i = 2\pi c_i/l_i$ ;  $\psi = \delta_{исх}/\delta$ ;  $\delta_{исх} = h_i + \delta$  – исходная толщина стенки оболочки, равная сумме высоты ребра  $h_i$  и толщины обшивки между ребрами  $\delta$ ;  $c_i$  – ширина ребер;  $l_i$  – расстояние между ребрами; индекс 1 – осевое направление, индекс 2 – окружное направление.

Числовой коэффициент  $k_y$  расчетной зависимости обеспечивает единичный центр распределения случайной величины  $\varepsilon = \rho_T^O/\rho_T^T$ . Величина коэффициента, определенная в результате статистической обработки репрезентативной выборки, состоящей из 135 экспериментальных данных, приведенных в таблице, при исключении трех значений случайной величины, не попадающих в интервал  $3\sigma$ , равна 1,691. Коэффициент вариации  $k_v$  этой выборки составляет 6,99%.

В таблице обозначено:

$$\beta_\delta = \frac{h}{\delta} = \psi - 1, \quad \lambda_i = \frac{\varphi_i(\psi - 1)}{2\pi},$$

$\rho_T^O = T^O/(Er^2)$  – экспериментальное значение нормализованного параметра критической осевой силы,  $T^O$  – опытное значение критической осевой силы.

Таблица

№	$\delta_r \cdot 10^3$	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\beta_\delta$	$\rho_T^O \cdot 10^6$	№	$\delta_r \cdot 10^3$	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\beta_\delta$	$\rho_T^O \cdot 10^6$
1	2,147	0,201	0,166	7,505	47,010	27	2,116	0,193	0,252	7,632	57,590
2	1,989	0,202	0,181	8,206	44,640	28	2,221	0,186	0,290	7,204	60,390
3	2,084	0,192	0,172	7,788	44,640	29	2,253	0,182	0,285	7,126	55,640
4	1,968	0,196	0,184	8,305	47,030	30	2,105	0,221	0,243	7,700	62,840
5	2,032	0,187	0,168	7,938	47,030	31	2,200	0,239	0,252	7,301	59,040
6	1,958	0,199	0,174	8,328	46,220	32	2,411	0,195	0,256	6,668	61,890
7	2,021	0,210	0,167	8,031	44,320	33	2,211	0,232	0,255	7,310	59,040
8	2,095	0,186	0,162	7,673	44,320	34	2,200	0,233	0,228	7,349	60,940
9	2,042	0,196	0,164	7,948	47,010	35	2,263	0,252	0,273	7,116	58,390
10	2,084	0,212	0,180	7,788	48,280	36	2,211	0,224	0,225	7,262	59,850
11	2,137	0,186	0,196	7,483	50,340	37	2,474	0,189	0,256	6,417	60,940
12	2,116	0,193	0,173	7,682	50,340	38	2,203	0,232	0,227	7,337	60,940
13	2,032	0,225	0,201	8,026	50,340	39	2,316	0,196	0,278	6,886	59,850
14	2,011	0,219	0,184	8,068	45,950	40	2,474	0,189	0,256	6,417	60,840
15	2,021	0,223	0,188	8,099	46,410	41	2,053	0,213	0,278	7,846	60,830
16	2,084	0,207	0,172	7,747	46,410	42	2,105	0,184	0,227	7,685	57,540
17	1,947	0,193	0,173	8,378	44,120	43	2,137	0,199	0,241	7,571	59,530
18	2,000	0,192	0,173	8,158	44,120	44	2,125	0,222	0,217	7,598	56,030
19	2,053	0,186	0,157	7,897	47,820	45	2,685	0,114	0,177	4,720	53,490
20	2,053	0,195	0,160	7,923	47,820	46	2,737	0,155	0,274	5,923	70,280
21	2,000	0,209	0,164	8,132	45,430	47	2,579	0,134	0,286	6,061	66,020
22	2,021	0,242	0,202	8,063	49,070	48	2,526	0,150	0,264	6,208	60,150
23	2,021	0,228	0,178	8,036	49,070	49	2,621	0,132	0,243	5,952	60,690
24	1,958	0,194	0,173	8,194	45,590	50	2,600	0,150	0,250	5,996	63,160
25	2,316	0,231	0,265	6,909	64,900	51	2,632	0,143	0,264	5,940	64,980
26	2,400	0,170	0,264	6,649	63,630	52	2,568	0,171	0,272	6,123	66,160

Таблица (продолжение)

№	$\delta_r \cdot 10^3$	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\beta_\delta$	$\rho_7^0 \cdot 10^6$	№	$\delta_r \cdot 10^3$	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\beta_\delta$	$\rho_7^0 \cdot 10^6$
53	2,579	0,193	0,305	6,490	67,120	95	2,632	0,213	0,269	6,080	75,600
54	2,737	0,150	0,282	5,946	67,120	96	2,582	0,179	0,284	6,236	74,820
55	2,558	0,166	0,267	6,128	64,740	97	2,589	0,192	0,268	6,215	73,680
56	2,642	0,167	0,273	5,960	66,560	98	2,653	0,188	0,265	6,063	73,680
57	2,632	0,151	0,267	6,000	64,420	99	2,684	0,238	0,265	5,973	76,770
58	2,526	0,156	0,282	6,204	63,840	100	2,632	0,209	0,251	6,088	79,490
59	2,526	0,159	0,276	6,208	66,880	101	2,684	0,185	0,265	5,961	79,490
60	2,579	0,153	0,265	6,082	59,360	102	2,578	0,324	0,548	4,043	80,070
61	2,600	0,139	0,199	6,012	61,260	103	2,472	0,269	0,373	5,533	80,070
62	2,474	0,189	0,256	6,417	62,840	104	2,389	0,371	0,550	4,628	74,900
63	2,684	0,196	0,249	5,953	67,270	105	2,389	0,366	0,550	4,623	75,490
64	2,632	0,143	0,264	5,940	64,980	106	2,444	0,338	0,517	4,477	76,190
65	2,511	0,321	0,491	4,265	65,890	107	2,467	0,332	0,509	4,405	78,660
66	2,632	0,217	0,233	6,140	66,020	108	2,556	0,324	0,492	4,239	77,950
67	2,526	0,159	0,276	6,208	66,880	109	2,611	0,325	0,477	4,149	75,490
68	2,653	0,196	0,241	6,024	68,630	110	2,589	0,323	0,472	4,150	76,370
69	2,653	0,181	0,269	6,056	69,650	111	2,653	0,203	0,267	6,020	75,600
70	2,621	0,186	0,274	6,149	69,650	112	2,537	0,210	0,296	6,564	80,700
71	2,544	0,238	0,455	4,218	69,660	113	2,863	0,127	0,237	5,643	72,540
72	2,695	0,181	0,252	5,914	67,270	114	2,322	0,281	0,417	5,952	76,540
73	2,811	0,185	0,236	5,622	67,270	115	2,556	0,356	0,533	4,391	74,600
74	2,684	0,196	0,249	5,953	67,270	116	2,522	0,318	0,485	5,432	93,020
75	2,356	0,275	0,413	4,425	59,220	117	2,367	0,261	0,409	5,873	89,560
76	2,367	0,199	0,376	4,634	54,140	118	2,500	0,266	0,442	5,444	87,500
77	2,653	0,190	0,268	6,024	75,500	119	2,444	0,279	0,460	5,591	86,910
78	2,726	0,181	0,254	5,834	75,500	120	2,544	0,265	0,429	5,288	85,320
79	2,632	0,226	0,270	6,200	77,480	121	2,533	0,273	0,430	5,298	98,550
80	2,611	0,186	0,262	6,145	74,240	122	2,498	0,293	0,440	5,481	96,240
81	2,600	0,182	0,253	6,154	74,240	123	1,926	0,225	0,196	8,492	50,650
82	2,589	0,192	0,268	6,215	73,680	124	2,147	0,240	0,247	7,613	57,300
83	2,653	0,188	0,265	6,063	73,680	125	2,095	0,227	0,217	7,739	51,920
84	2,579	0,213	0,256	6,224	79,490	126	2,216	0,208	0,281	7,200	56,030
85	2,684	0,198	0,259	5,961	79,490	127	2,613	0,172	0,343	4,918	61,280
86	2,653	0,247	0,268	6,032	76,930	128	2,267	0,395	0,604	4,809	70,630
87	2,653	0,207	0,274	6,032	76,930	129	2,282	0,218	0,398	4,745	51,380
88	2,737	0,177	0,252	5,831	74,710	130	2,267	0,238	0,427	4,784	54,140
89	2,632	0,200	0,266	6,080	74,710	131	2,111	0,242	0,371	6,306	55,090
90	2,611	0,209	0,275	6,133	75,600	132	2,566	0,112	0,177	4,975	48,760
91	2,653	0,199	0,262	6,028	75,600	133	2,359	0,168	0,277	5,489	51,040
92	2,653	0,181	0,259	6,071	77,010	134	2,256	0,121	0,197	5,839	45,400
93	2,842	0,172	0,242	5,556	77,010	135	1,834	0,189	0,414	7,399	37,620
94	2,632	0,190	0,272	6,120	73,100						

Для расчетной зависимости, полученной из характеристического уравнения для совместного действия осевого сжатия и внешнего давления [3]:

$$\rho_T^T = k_y \delta_r^2 \left( \frac{b_1}{b_2} \right) (d_1 + d_2^{0.5}), \quad (2)$$

где  $b_i = 1,1 + \lambda_i$ ,  $d_1 = 0,33\lambda_2 d_1$ ,  $d_2 = d_1^2 + 0,33b_2[(1,1 + \lambda_2 b_8^2)h_2 + 3\lambda_2 h_1^2 h_3]$ ,  $h_1 = \beta_8 + 1$ ,  $h_2 = b_1 b_2 - 0,11$ ,  $h_3 = h_2 - \lambda_2 b_1$ ; аналогичные результаты при исключении трех значений случайной величины, не попадающих в интервал  $3\sigma$ , составляют соответственно  $k_y = 1,766$  и  $k_B = 5,98\%$ .

В выборке, содержащейся в таблице, сформированы четыре группы опытных данных с близкими по уровню значениями критических нагрузок: 1–24, 25–76, 77–115, 116–122. Четвертую группу опытных данных образуют семь оболочек, потерявших устойчивость от совместного действия осевого сжатия и изгибающего момента. Возможность использования этих опытных данных в выборке определяется тем, что оценка потери устойчивости оболочки осуществляется по эквивалентной сжимающей осевой силе  $T_{эвб} = T + 2M/r$ ;  $T$  и  $M$  – значения осевой силы и изгибающего момента, соответствующие потере устойчивости оболочки.

В результате статистического анализа опытных данных обнаружена зависимость случайной величины от уровня критической нагрузки. Наиболее наглядно это проявляется для метода расчета (1). В этом случае для опытных данных 1–24 все значения случайной величины меньше единицы ( $\epsilon < 1$ ), для опытных данных 77–115 практически все значения случайной величины больше единицы ( $\epsilon > 1$ ), а для опытных данных 116–122 значения случайной величины больше единицы ( $\epsilon \gg 1$ ) настолько, что три из них исключаются по закону  $3\sigma$ . Поэтому очевидно, что коэффициент устойчивости необходимо задавать переменной величиной, зависящей от параметра нагрузки. В результате для методов расчета (1) и (2) получены следующие эмпирические зависимости для коэффициентов устойчивости:

$$k_y = 3,737 \left( \frac{\rho_T^T}{1 - 9800\rho_T^T} \right)^{0,092}; \quad k_y = 2,208 \left( \frac{\rho_T^T}{1 - 10140\rho_T^T} \right)^{0,026}.$$

Использование этих зависимостей в методах (1) и (2) приводит к снижению коэффициентов вариации: для метода (1) до 4,93% при исключении двух значений случайной величины по закону  $3\sigma$ , для метода (2) коэффициент вариации 5,99% не снижается, однако по закону  $3\sigma$  исключается лишь одно значение случайной величины. При этом все значения случайной величины, соответствующие опытным данным 116–122 для методов расчета (1), (2), находятся в этом случае на интервале, ограниченном  $3\sigma$ .

Кривые, выражающие зависимость коэффициентов устойчивости от параметра осевой сжимающей нагрузки  $\rho_T^T$ , приведены на рис. 1.

Как видно из рис. 1, изменение коэффициента устойчивости для метода расчета (2) относительно его постоянного значения 1,766 на всем интервале параметра  $\rho_T^T$  происходит менее выражено из-за меньшего значения степени, чем аналогичное изменение коэффициента устойчивости для метода (1) относительно значения 1,691. Однако при увеличении параметра нагрузки более  $8 \cdot 10^{-5}$  отклонение кривой от постоянного значения существенно возрастает. Таким образом, можно сделать заключение, что оба метода расчета с постоянными значениями коэффициентов устойчивости при малых величинах параметра нагрузки завышают критическую

осевую силу, при больших величинах – занижают. Меньшее значение степени в эмпирической формуле коэффициента устойчивости метода (2) указывает на его более высокую точность определения критической осевой силы.

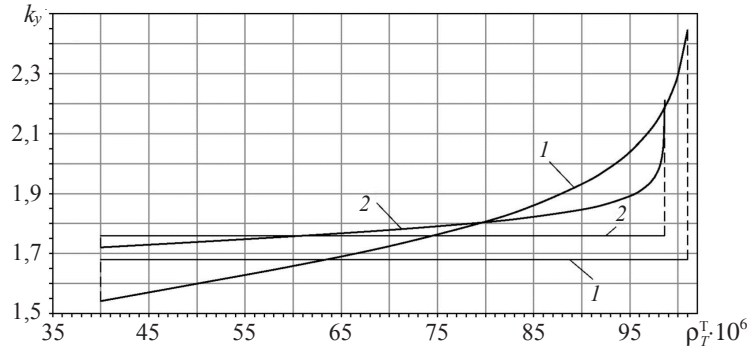


Рис. 1

Дополнительное снижение коэффициента вариации случайной величины выборки обеспечивает, как указывалось, корректирующая функция. Коэффициент вариации расчетной зависимости, сформированной в результате коррекции метода (1) и определения эмпирической зависимости для  $k_y$ :

$$\rho_T^T = k_y \frac{1}{\delta_r^{0,25} \beta_8^{0,01} \varphi_1^{0,07} \omega_5^{0,08}} \delta_r^2 \omega_5 = k_y \delta_r^{1,75} \frac{\omega_5^{0,92}}{\varphi_1^{0,07} \beta_8^{0,01}}, \quad (3)$$

где

$$k_y = 1,144 \left( \frac{\rho_T^T}{1 - 9600 \rho_T^T} \right)^{0,108}; \quad \beta = \frac{0,39}{\varphi_1^{0,16} \varphi_2^{0,16}} + \frac{1,3}{\psi^{0,50}} - \frac{0,54}{\varphi_2^{0,08}},$$

при исключении одного значения случайной величины по закону  $3\sigma$  снижается до 4,36%. Следует отметить, что в методе расчета (3) корректирующая функция наряду с проектными параметрами в степенях содержит комплексный параметр  $\omega$  в соответствующей степени. В комплексный параметр  $\omega$  входит выражение для параметра  $\beta$  с измененными в результате коррекции степенями параметров и их составом. Возможность изменения в процессе уточнения метода расчета выражений, опосредованно входящих в его состав, определяет основное преимущество используемого метода коррекции относительно метода наименьших квадратов, не позволяющего осуществлять такого рода изменения. Указанное выше преимущество используемого метода коррекции реализуется при уточнении метода расчета (2) в дополнительном изменении степени величины  $d_2$ :

$$\rho_T^T = k_y \delta_r^{1,54} \left( \frac{b_1}{b_2} \right)^{1,02} (d_1 + d_2^{0,25})^{1,04} \frac{1}{\lambda_1^{0,02} \lambda_2^{0,05} \beta_8^{0,05}}, \quad (4)$$

где

$$k_y = 0,630 \left( \frac{\rho_T^T}{1 - 9600 \rho_T^T} \right)^{0,12}.$$

Коэффициент вариации метода (4) при исключении по закону  $3\sigma$  одного значения случайной величины, аналогичного методу (3), снижается до 4,20%.

Наименьшее значение коэффициента вариации  $k_b = 4,00\%$  при исключении по закону  $3\sigma$  аналогичного значения случайной величины обеспечивается методом расчета в виде корректирующей функции, состоящей из проектных параметров в соответствующих степенях, и заданного эмпирической зависимостью коэффициента устойчивости:

$$\rho_T^T = k_y \delta_r^{1,40} \varphi_1^{0,15} \varphi_2^{0,28} \rho_\delta^{0,91}, \quad (5)$$

где

$$k_y = 0,302 \left( \frac{\rho_T^T}{1 - 9300 \rho_T^T} \right)^{0,125}$$

На рис. 2 представлено сглаживание опытных данных теоретической зависимостью (5);  $s = \rho_T^T$  – теоретическое значение критической осевой силы, рассчитываемое по методу (5);  $\rho_{O,T}^P$  – опытное или теоретическое расчетное значение параметра критической осевой силы:  $\rho_O^P = \rho_T^O / s^3$ ;  $\rho_T^P = 1 / s^2$ .

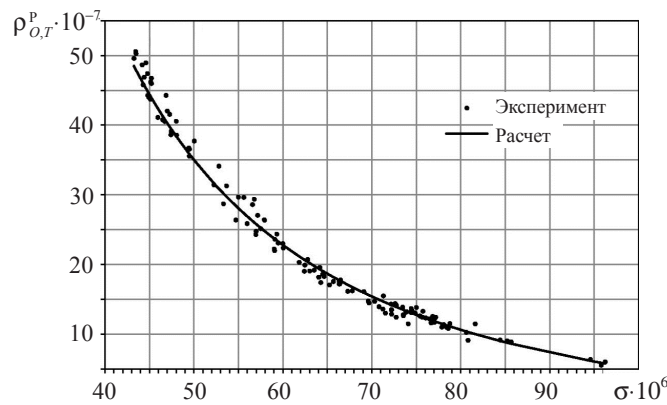


Рис. 2

Таким образом, методы расчета, уточненные соответствующими корректирующими функциями и эмпирическими зависимостями для коэффициентов устойчивости, определяющими их изменения от величины параметра нагрузки  $\rho_T^T$ , улучшают адаптацию теоретических результатов к опытным данным и вследствие этого существенно снижают значения коэффициентов вариации  $k_b$  случайной величины выборки опытных данных.

### 3. Анализ эффективности уточнения методов расчета эмпирическими зависимостями для коэффициентов устойчивости и корректирующими функциями

Для анализа эффективности коррекции метода расчета используется формула работы [4], устанавливающая для коэффициента вариации случайной величины  $k_b \leq 0,1$  следующую зависимость коэффициента безопасности от квантиля надежности  $\theta$  и коэффициента вариации:

$$k_\theta = \frac{1}{1 - \theta k_b}. \quad (6)$$

Отсюда выражается квантиль надежности

$$\theta = \frac{1}{k_b} \left( 1 - \frac{1}{k_\sigma} \right).$$

Очевидно, что для фиксированного значения  $k_\sigma$  величина квантиля надежности возрастает с уменьшением коэффициента вариации. В работе [4] приведена также табличная зависимость между вероятностью разрушения конструкции  $V$  и квантилем надежности  $\theta$ . Используя эти результаты и соотношение между вероятностью безотказной работы конструкции и вероятностью ее разрушения  $Y = 1 - V$ , можно для каждого метода расчета определить  $Y$  в зависимости от соответствующего значения  $k_b$ .

Например, если назначить директивное значение коэффициента безопасности  $k_\sigma = 1,3$ , то для метода расчета (1)  $k_b = 6,99 \cdot 10^{-2}$ , квантиль надежности  $\theta = 3,301$ ,  $V = 8,2 \cdot 10^{-4}$  и  $Y = 0,99918$ ; для метода расчета (2)  $k_b = 5,98 \cdot 10^{-2}$ ,  $\theta = 3,859$ ,  $V = 8,1 \cdot 10^{-5}$  и  $Y = 0,999919$ . Таким образом, лучшая точность метода расчета (2) способствует увеличению вероятности сохранения формы подкрепленной оболочки при действии эксплуатационной сжимающей нагрузки. Большой уровень вероятности безотказной работы конструкции подкрепленной оболочки на осевое сжатие обеспечивает уточнение метода расчета (1) эмпирической зависимостью коэффициента устойчивости от параметра нагрузки. В этом случае  $k_b = 0,0493$  при исключении по закону  $3\sigma$  двух значений случайной величины,  $\theta = 4,681$ ,  $V = 8,1 \cdot 10^{-7}$ ,  $Y = 0,9999919$ , то есть практически 1. Уточнение метода расчета (2) соответствующей эмпирической зависимостью для коэффициента устойчивости, как указывалось выше, не приводит к снижению величины коэффициента вариации.

Дальнейшее уточнение методов расчета (1) и (2) корректирующими функциями и формирование метода расчета (5) улучшает их согласие с опытными данными и, как следствие, дополнительно снижает уровень коэффициентов вариации так, что вероятность разрушения оболочки  $V$  для директивно заданного значения коэффициента безопасности  $k_\sigma = 1,3$  становится меньше  $1 \cdot 10^{-8}$ , а вероятность безотказной работы конструкции оболочки  $Y$  характеризуется восемью девятками после запятой.

Результаты проектирования подкрепленной оболочки на совместное действие сил: осевой с параметром  $\rho_T^T = 4,174 \cdot 10^{-5}$  и поперечной с параметром  $\rho_Q^T = Q^P / (Er^2) = 3,252 \cdot 10^{-5}$  ( $Q^P$  – расчетное значение поперечной силы) с учетом отдельно действующего на оболочку внутреннего давления  $\rho_q^T = q^P / E = 1,209 \cdot 10^{-5}$  ( $q^P$  – расчетное значение внутреннего давления) – представлены на рис. 3 в виде кривых 1–5. Кривые получены с использованием методов расчета (1), (2), уточненных эмпирическими зависимостями для коэффициентов устойчивости, и методов (3), (4), (5). Толщина обшивки при этом рассчитывается из условия обеспечения ее локальной устойчивости между ребрами по зависимости

$$\delta_r = 0,358 \left( \frac{\rho_T^T}{1 + 0,16\varphi_2\beta_\delta} \right)^{0,5} \frac{1}{\tau_1}; \quad \tau_i = \frac{2,5(\delta \cdot r)^{0,5}}{l_i}.$$

На рис. 3 вертикальная ось – параметр общей высоты сечения  $\delta_h = \delta_{исх}/r$ , горизонтальная ось – параметр «массовой» толщины  $\delta_m = \delta_r(1 + \lambda_1 + \lambda_2 + \Delta m)$ ,



$$\Delta m = 0,172 \left( \frac{r_0}{r} \right)^2 \frac{\tau_1 + \tau_2}{\delta_r^{1,5}} + 0,1376 \left( \frac{r_1}{r} \right)^2 \frac{\tau_2 \tau_1 \beta_\delta}{\delta_r} - \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\beta_\delta}$$

– увеличение параметра «массовой» толщины из-за наличия технологических радиусов сопряжения между ребрами и обшивкой  $r_0$ , а также между ребрами при их пересечении в углах ячеек  $r_1$ . Указанные технологические радиусы образуются при механическом фрезеровании подкрепляющих ребер.

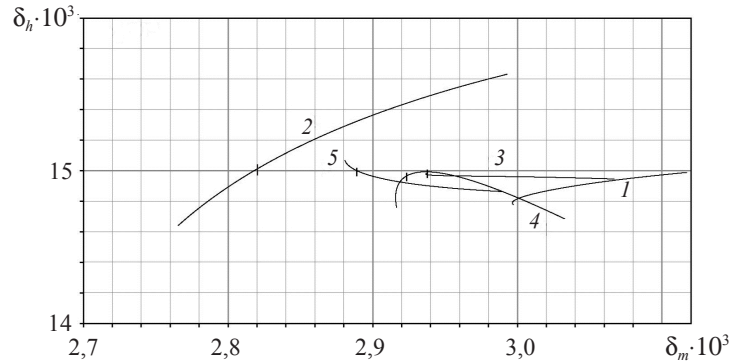


Рис. 3

Расчетные значения всех нагрузок вычислялись на основе директивного значения коэффициента безопасности, равного 1,3. Внутреннее давление учитывалось в процессе проектирования в качестве ограничения на приведенную толщину оболочки в кольцевом направлении  $\delta_{2r} = \delta_r(1 + 0,16\varphi_2\beta_\delta) = 2,116 \cdot 10^{-3}$ . Кроме того, при проектировании выполнялось строгое условие, налагаемое на параметр общей высоты сечения  $\delta_h < 1,5 \cdot 10^{-2}$ . Следует отметить, что, в основном, общая высота сечения оболочки определялась величиной нагрузки осевого сжатия. Учет же поперечной силы, осуществленный в связи с реальными нагрузками, действующими на конструкцию оболочки, увеличил общую высоту сечения лишь на десятые доли миллиметра. Предельные проектные версии оболочки, удовлетворяющие величине параметра внутреннего давления и одновременно ограничению на параметр  $\delta_h$  на кривых 2–5, отмечены вертикальными отрезками. Снижение массы этих версий оболочек оценивается относительно массы проектной версии в крайней правой точке кривой 1, где выполняются рекомендации книги [1] по параметрам  $\psi = 7,60$  и  $h/c_1 = 3,79$ . Таким образом, снижение массы для предельной проектной версии на кривой 2 составляет 9,69%, при этом параметры  $\psi = 9,22$ ,  $h/c_1 = 4,66$ ; снижение массы на кривой 3 – 5,77%, параметры  $\psi = 10,19$ ,  $h/c_1 = 4,51$ ; на кривой 4 – 6,19%,  $\psi = 9,89$ ,  $h/c_1 = 4,30$ ; на кривой 5 – 7,28%,  $\psi = 9,13$ ,  $h/c_1 = 4,01$ . Отсюда следует, что наиболее эффективно позволяют снизить массу подкрепленной оболочки при проектировании метод расчета (2), уточненный эмпирической зависимостью для коэффициента устойчивости, и метод (5). При проектировании с равномерным сокращением расстояний между осевыми и кольцевыми ребрами (с квадратной сеткой ребер) обеспечивается следующее снижение массы оболочки: с методом расчета (2) – на 8,87%,  $\psi = 9,48$ ,  $h/c_1 = 5,57$ ; с методом (5) – на 7,18%,  $\psi = 9,39$ ,  $h/c_1 = 5,29$ . Однако следует учитывать разные значения коэффициентов вариации этих методов, указанные выше. Поэтому, если осуществлять определение коэффициентов безопасности по зависимости (6) при вероятности безотказной работы конструкции

подкрепленной оболочки 0,999 и квантиле надежности 3,15, то для методов (1) и (2), уточненных переменной величиной коэффициента устойчивости, они соответственно равны  $k_{\sigma} = 1,184$  и  $k_{\sigma} = 1,233$ , для методов расчета (3)–(5) коэффициенты безопасности соответственно равны 1,160; 1,153; 1,145. На рис. 4 приведены результаты проектирования подкрепленной оболочки на основе методов (1)–(5) с различным для каждого метода расчетным значением осевой силы.

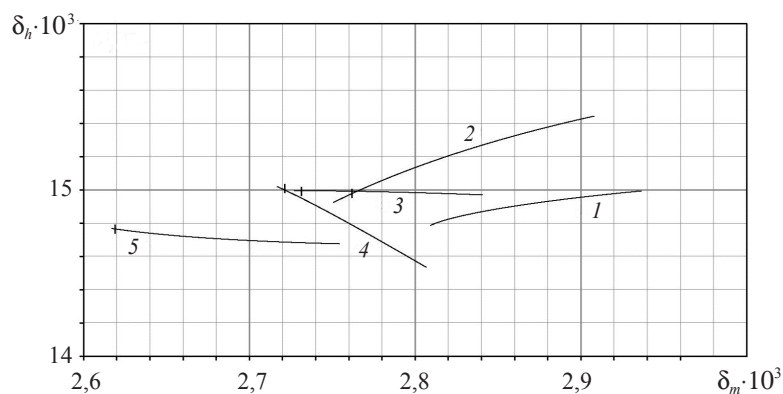


Рис. 4

В этом случае, как видно на рис. 4, осуществляется дополнительное снижение массы предельных проектных вариантов, отмеченных на кривых 2–5 вертикальными отрезками, относительно массы той же проектной версии на рис. 3. Для проектного варианта на кривой 2 масса снижается на 11,53%,  $\psi = 9,10$ ,  $h/c_1 = 5,00$ ; на кривой 3 — 12,37%,  $\psi = 9,27$ ,  $h/c_1 = 5,42$ ; на кривой 4 — 12,83%,  $\psi = 9,36$ ,  $h/c_1 = 5,75$ ; на кривой 5 — 15,87%,  $\psi = 9,02$ ,  $h/c_1 = 7,04$ . Уменьшается также масса проектного варианта, соответствующего на рис. 4 крайней правой точке кривой 1, на 5,79%,  $\psi = 7,92$ ,  $h/c_1 = 4,37$ . При проектировании с равномерным сокращением расстояний между осевыми и кольцевыми ребрами (с квадратной сеткой ребер) и использованием метода (5) масса оболочки снижается на 13,92%,  $\psi = 8,98$ ,  $h/c_1 = 6,89$ . Таким образом, наименее сложный метод расчета (5) обеспечивает лучший с точки зрения минимума массы проектный вариант подкрепленной оболочки с одновременным снижением общей высоты сечения.

### Заключение

При сопоставлении результатов расчета критической осевой силы подкрепленной оболочки с опытными данными репрезентативной выборки обнаружено, что рассматриваемые методы расчета с постоянными значениями коэффициентов устойчивости завышают критическую нагрузку для малой величины нормализованного параметра осевой силы и занижают для большой. Предложенные в статье эмпирические зависимости коэффициентов устойчивости от параметра осевой сжимающей силы улучшают адаптацию теоретических результатов к опытными данным. Дополнительное снижение разброса случайной величины выборки опытных данных, представляющей отношение опытной и теоретической критической силы, обеспечивает использование корректирующих функций.

Результаты проектирования подкрепленной оболочки для различных случаев определения коэффициентов безопасности подтверждают эффективность проек-

ных вариантов по критерию минимума массы оболочки, сформированных с использованием уточненных методов расчета.

*Список литературы*

1. Лизин В.Т., Пяткин В.А. Проектирование тонкостенных конструкций. М.: Машиностроение, 2003. 448 с.
2. Дегтярь В.Г., Чеканин В.В. Повышение точности методов расчета подкрепленных сферических сегментов на устойчивость с использованием результатов экспериментальных исследований // Проблемы прочности и пластичности: Межвуз. сб. / Нижегород. ун-т. 2010. Вып. 72. С. 86–92.
3. Теребушко О.В. О влиянии расположения ребер на величину критической нагрузки цилиндрической подкрепленной оболочки // Расчет пространственных конструкций: Сб. статей. М.: Стройиздат, 1967. Вып. XI. С. 145–152.
4. Ржаницын А.Р. Определение запаса прочности сооружений // Строительная промышленность. 1947. №8. С. 11–14.

**PECULIARITY OF CORRECTION OF METHODS OF BUCKLING ANALYSIS  
OF STIFFENED CYLINDRICAL SHELLS UNDER AXIAL COMPRESSION BASED  
ON EXPERIMENTAL DATA**

**V.G. Degtyar', P.I. Boltayev, V.V. Chekanin**

The paper is focused on empirical dependences of coefficients of stability from the normalized axial force parameter to adapt more efficiently methods of analysis to experimental data and reduce the coefficient of variation of a random variable. The accuracy of the methods of analysis is further improved with correcting functions, where parameters of design are given as corresponding exponents. The efficiency of design of a stiffened shell is estimated to meet the criterium of minimum mass for the design loading with several methods of analysis for a specific directive safety factor and also in case it is described with a dependence from corresponding coefficients of variation of the random variable for the frozen probability of failure-free operation of the shell structure.

*Keywords:* stiffened cylindrical shells, axial compression, buckling, increase in accuracy of the method of analysis, design dependences for coefficients of stability, correcting functions, analysis of efficiency.