

УДК 539.3

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ ПРОЦЕССОВ УДАРА И ПРОНИКАНИЯ ТЕЛ В МЕРЗЛЫЙ ГРУНТ*

© 2013 г. **Е.Г. Глазова¹, С.В. Зефирова¹, А.В. Кочетков¹,
С.В. Крылов¹, М.Ю. Орлов², Е.Ю. Повереннов¹**

¹НИИ механики Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского

²Томский государственный университет

kochetkov@mech.unn.ru

Поступила в редакцию 20.12.2012

Приводятся результаты численного моделирования волновых процессов при нормальном ударе и проникании цилиндрикоконического тела в однородный мягкий грунт в мерзлом и немерзлом состоянии. Грунты моделируются сжимаемой средой С.С. Григоряна с необратимыми объемными и сдвиговыми деформациями. Результаты численных расчетов сопоставляются с известными экспериментальными данными. Показано, что глубины проникновения в мерзлый грунт при значительной отрицательной температуре более чем в 6 раз ниже, чем в немерзлый.

Ключевые слова: удар, проникание, мерзлый грунт, математическое моделирование, сравнение с экспериментом.

Введение

В настоящее время имеется значительное количество экспериментальных и теоретических работ, посвященных исследованию удара и проникания тел в мягкий грунт, например [1–5]. В то же время известно небольшое количество работ, содержащих результаты экспериментальных [6] и численных [7–9] исследований ударного взаимодействия тел с мерзлым грунтом. Из анализа имеющихся экспериментально-теоретических исследований поведения пористых мерзлых грунтов при динамическом нагружении [10–13] следует, что они ведут себя во многом аналогично мягким грунтам, но в то же время имеют и свои особенности – более высокие пороговые значения структурной прочности, существенную зависимость свойств от начальной температуры и влажности. Вследствие наличия в них льдоцементных связей при росте отрицательной температуры и увеличении объемной доли воды структурная прочность грунта возрастает.

В статье исследуются процессы удара и проникания цилиндрикоконического тела

* Выполнено при финансировании Программой поддержки ведущих научных школ России (грант НШ-2843.2012.8), ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы и РФФИ (№13-08-97091, 11-08-97040-р_поволжье_а, №12-08-90711-моб_ст, №13-08-90719 мол_рф_нр) .

в мерзлый и мягкий грунты на основе упругопластической модели С.С. Григоряна [14] с использованием аппроксимации ударной адиабаты в аддитивной форме Г.М. Ляхова [15].

1. Постановка задачи и метод решения

Постановка задачи показана на рис. 1. В силу осевой симметрии рассматривается область $r \geq 0$, где r – радиальная компонента цилиндрической системы координат $r\theta z$. Длина цилиндрической части тела – L , радиус – R , угол полураствора конуса – α , начальная скорость – V_0 . Цифрой 1 обозначена свободная поверхность, цифрой 2 – слой грунтовой среды.

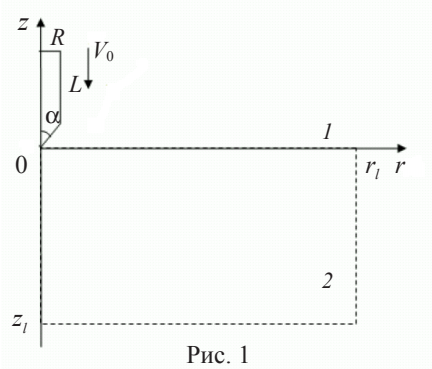


Рис. 1

Для описания процессов динамического деформирования грунтовой среды используются уравнения механики сплошных сред в цилиндрической системе координат в виде [16]:

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{u} + \frac{\partial}{\partial r} \mathbf{f} + \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{g} = \mathbf{h}, \quad (1)$$

где

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ s_{rr} \\ s_{zz} \\ s_{rz} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{f} = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p - s_{rr} \\ \rho v u - s_{rz} \\ u \left(s_{rr} - \frac{4}{3} G \right) \\ u \left(s_{zz} + \frac{2}{3} G \right) \\ u s_{rz} - G v \end{bmatrix}, \quad \mathbf{g} = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho u v - s_{rz} \\ \rho v^2 + p - s_{zz} \\ v \left(s_{rr} + \frac{2}{3} G \right) \\ v \left(s_{zz} - \frac{4}{3} G \right) \\ v s_{rz} - G u \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{h} = \begin{bmatrix} -\frac{\rho u}{r} \\ \frac{1}{r} (2s_{rr} + s_{zz} - \rho u^2) \\ \frac{1}{r} (s_{rz} - \rho v u) \\ s_{rr} \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) + s_{rz} \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial v}{\partial r} \right) - \lambda s_{rr} - \frac{2Gu}{3r} \\ s_{zz} \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) + s_{rz} \left(\frac{\partial v}{\partial r} - \frac{\partial u}{\partial z} \right) - \lambda s_{zz} - \frac{2Gu}{3r} \\ -s_{rr} \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial v}{\partial r} \right) + s_{zz} \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial v}{\partial r} \right) + s_{rz} \left(\frac{\partial u}{\partial r} - \frac{\partial v}{\partial z} \right) - \lambda s_{rz} \end{bmatrix}.$$

Здесь p – давление; ρ – плотность; u, v – компоненты скорости по r и z ; s_{rr}, s_{rz}, s_{zz} – компоненты девиатора тензора напряжений, G – модуль сдвига. Первые три уравнения системы (1) представляют собой законы сохранения массы и импульса. Следующие три уравнения – физические соотношения динамики упругопластической среды с учетом поворота тензора напряжений в эйлеровых координатах (производная Яумана), записанные в дифференциальной форме. При упругом деформировании параметр $\lambda = 0$. В качестве критерия перехода частицы среды из упругого в пластическое состояние при сдвиговом деформировании используется условие текучести Мизеса.

Грунты и другие пористые среды наряду с необратимыми сдвиговыми деформациями проявляют способность к необратимым объемным деформациям. Для описания необратимого объемного деформирования грунта, связанного с ликвидацией свободной пористости, вводится функция $\rho^*(r, z, t)$, характеризующая максимальную плотность грунта при нагружении. Уравнение состояния (УРС) подобных сред имеет вид [14]:

$$p = \begin{cases} f_n(\rho), & dp/dt > 0, \\ f_p(\rho, \rho^*), & dp/dt \leq 0. \end{cases} \quad (2)$$

При нагружении среды $\rho = \rho^*$, при разгрузке среды полагаем $d\rho^*/dt = 0$. Если уравнение $d\rho^*/dt = 0$, справедливое при разгрузке-догрузке, умножить на ρ , а уравнение неразрывности из (1) умножить на ρ^* и их сложить, то получится уравнение в форме, аналогичной законам сохранения (1):

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\rho^*) + \frac{\partial}{\partial r}(\rho\rho^*u) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho\rho^*v) = -\frac{\rho\rho^*u}{r}. \quad (3)$$

Система уравнений (1) для процессов разгрузки-догрузки дополняется уравнением (3).

Интегральная форма системы (1), на базе которой строится разностная схема, имеет вид:

$$\iiint_{\omega} (\mathbf{u}drdz + \mathbf{f}dzdt + \mathbf{g}drdt) = \iiint_{\Omega} \mathbf{h}drdzdt. \quad (4)$$

Здесь Ω – произвольный замкнутый объем с поверхностью ω .

Кривые объемного сжатия (2) уравнения состояния типа С.С. Григоряна содержат упругий, упругопластический и гидродинамический участки. Давление p и плотность ρ в диапазоне изменения давления $-p_e \leq p < p_e$ (упругий участок) связаны линейной зависимостью вида:

$$p - p_0 = C_e^2(\rho - \rho_0), \quad (5)$$

где $C_e^2 = (p_e - p_0)/(\rho_e - \rho_0)$, C_e – скорость звука в грунте при упругих возмущениях, p_0 и ρ_0 – начальное давление и плотность в грунте, p_e – предельное значение давления на упругом участке деформирования среды, характеризующее структурную прочность.

В упругопластической области деформирования $p_e < p < p_{\text{lim}}$ (p_{lim} – давление, при котором полностью разрушаются поры и цементирующие связи) используется аппроксимация ударной адиабаты, основанная на аддитивном приближении [15]:

$$\rho/\rho_0 = \varepsilon_e + \left(\sum_{i=1}^4 \alpha_i [1 + \gamma_i(p - p_e)/E_i]^{-1/\gamma_i} \right)^{-1}, \quad (6)$$

где $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ – объемные концентрации свободной пористости (защемленного воздуха), жидкости (воды), твердого компонента и льда соответственно; E_i – модули объемного сжатия компонентов; γ_i – заданные константы; ρ_0, p_0 – начальные значения плотности и давления; $\varepsilon_e = 1 - \rho_0/p_e$. Плотность грунта как четырехкомпонентной среды определяется суммой $\rho_0 = \alpha_1\rho_1 + \alpha_2\rho_2 + \alpha_3\rho_3 + \alpha_4\rho_4$, где $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 = 1$, $\rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_4$ – плотность каждого из компонентов. Дополнительными параметрами, которые характеризуют соотношения основных компонентов для мерзлых грунтов, являются влажность w и льдистость i [15]: $i = \alpha_4\rho_4 / (\alpha_2\rho_2 + \alpha_4\rho_4)$, $w = (\alpha_2\rho_2 + \alpha_4\rho_4) / \alpha_3\rho_3$.

Предполагается, что необратимое сжатие грунта возможно до предельной плотности ρ_{lim} , соответствующей полному разрушению пор и цементирующих связей. В дальнейшем грунт ведет себя как нелинейная жидкость (гидродинамический участок). Разгрузка среды от достигнутой в процессе нагружения грунта максимальной плотности ρ^* происходит, вообще говоря, по нелинейной траектории. Она описывается двухзвенной линией, состоящей из двух линейных участков: $p = C_1^2(\rho - \rho^*) + p^*$ при $p > p_{00}$ и $p = p_{00} + C_2^2(\rho - \rho_{00})$ при $p \leq p_{00}$. Здесь C_1 и C_2 – скорости звука, определяющие наклон к оси ρ звеньев разгрузки; $p_{00} = p^*/\gamma_p$, γ_p – задаваемый параметр; ρ^*, p^* – максимальные плотность и давление, достигнутые в процессе активного нагружения грунта. Зависимости скоростей звука от ρ^* определяются следующим образом:

$$C_1 = C_{lim} + \frac{\rho_{lim} - \rho^*}{\rho_{lim} - \rho_e} (C_e - C_{lim}), \quad C_2 = \frac{C_{lim}}{\gamma_c} + \frac{\rho_{lim} - \rho^*}{\rho_{lim} - \rho_e} \left(C_e - \frac{C_{lim}}{\gamma_c} \right).$$

В точке (ρ_{lim}, p_{lim}) наклон первого линейного участка разгрузочной кривой совпадает с наклоном касательной к (6). Таким образом, задается линейное изменение C_1 от C_e до C_{lim} , а также C_2 от C_e до C_{lim}/γ_c при изменении плотности ρ^* от ρ_e до ρ_{lim} . На гидродинамическом участке деформирования ($p > p_{lim}$) кривая разгрузки совпадает с кривой нагружки.

Кривые предельного состояния для сдвигового деформирования описываются зависимостью:

$$\sigma_T(p) = \begin{cases} Y(p) = Y_0 + \mu p, & p_e < p < p_{pl}, \\ Y_{pl}, & p \geq p_{pl}. \end{cases} \quad (7)$$

Здесь $\sigma_T(p)$ – предел текучести; Y_0 – сцепление; $\mu = \text{tg } \varphi$, φ – угол внутреннего трения; p_{pl}, Y_{pl} – параметры, определяющие предельную структурную прочность на сдвиг.

Система уравнений (1)–(7), описывающая процессы нестационарного поведения грунтовой среды, дополняется начальными, контактными и граничными условиями. На свободной поверхности грунта нормальная и касательная компоненты напряжения принимают соответственно значения: $\sigma_{nn} = -p_0$ ($p_0 = 0,1$ МПа), $\sigma_{n\tau} = 0$. На оси симметрии $r = 0$ выполняется условие симметрии: $u = 0$, $\sigma_{rz} = 0$. На подвижной границе контакта тела с грунтом ставятся условия непроникания с учетом трения скольжения и возможного отрыва среды от тела. В начальный момент времени $t = 0$ скорости и деформации в среде отсутствуют, тело имеет начальную скорость V_0 , $u = 0$, $\sigma_{rz} = 0$. Далее приведены физико-механические характеристики мерзлого и немерзлого грунтов.

Численное решение строится на основе метода С.К. Годунова. К достоинствам

этого метода можно отнести комбинированный подход к описанию движения среды, основанный на использовании подвижной эйлерово-лагранжевой разностной сетки. При этом линии сетки, аппроксимирующие физические границы, перемещаются со скоростями частиц, а внутренние линии – с произвольно заданными скоростями. Тем самым устраняются большие искажения расчетных ячеек. Кроме того, конечно-разностная схема Годунова обладает такими важными свойствами, как монотонность и консервативность. Конечно-разностные соотношения для системы (4) описаны в [16] и реализованы в пакете прикладных программ «Динамика-2» [17].

Внешние границы расчетной области r_l и z_l выбраны так, чтобы возмущения от них не исказили решение в рассматриваемой области вблизи тела в заданный интервал времени.

2. Анализ результатов численных исследований

С целью оценки достоверности применяемой модели грунтов проводилось сопоставление численных решений с экспериментальными данными. Рассматривался удар и проникание по нормали с начальной скоростью V_0 ударника с конической носовой частью в мерзлый грунт со следующими значениями параметров уравнения состояния, соответствующих мерзлоте, неводонасыщенному суглинку: $t_{cp} = -11$ °С, $\alpha_1 = 0,154$, $\alpha_2 = 0,146$, $\alpha_3 = 0,575$, $\alpha_4 = 0,125$, $E_1 = 28$ МПа, $E_2 = 0,225 \cdot 10^4$ МПа, $E_3 = 6,625 \cdot 10^4$ МПа, $E_4 = 1,395 \cdot 10^4$ МПа, $\gamma_1 = 0,01$, $\gamma_2 = 7$, $\gamma_3 = 5$, $\gamma_4 = 5$, $\rho_0 = 1,8$ г/см³, $p_e = 5,7$ МПа, $\rho_e = 1,801$ г/см³, $\rho_{lim} = 2,3$ г/см³; $\gamma_c = 2,1$, $\gamma_p = 8$, $C_e = 2220$ м/с, $G = 3200$ МПа, $Y_0 = 0,62$ МПа, $\mu = \text{tg } \varphi = 0,33$, $p_{pl} = 150$ МПа, $Y_{pl} = 50,48$ МПа.

Грунт в немерзлом состоянии имеет следующие характеристики: $\alpha_1 = 0,4$, $\alpha_2 = 0,271$, $\alpha_3 = 0,329$, $\alpha_4 = 0$, $E_1 = 10$ МПа, $E_2 = 2250$ МПа, $E_3 = 66250$ МПа, $\gamma_1 = 1$, $\gamma_2 = 7$, $\gamma_3 = 5$, $\rho_0 = 1,8$ г/см³, $p_e = 0,101$ МПа, $\rho_e = 1,800$ г/см³, $\rho_{lim} = 3,0$ г/см³; $\gamma_c = 1,1$, $\gamma_p = 5$, $C_e = 100$ м/с; $G = 6,5$ МПа; $Y_0 = 0,3$ МПа, $\mu = \text{tg } \varphi = 0,31$, $p_{pl} = 150$ МПа, $Y_{pl} = 50,48$ МПа. Материал ударника – сталь, размеры ударника: $R = 4$ см, $L = 13$ см, $\alpha = 30^\circ$, масса – 6,011 кг.

Вид кривых объемного сжатия и разгрузки для обоих типов грунтов показан на рис. 2.

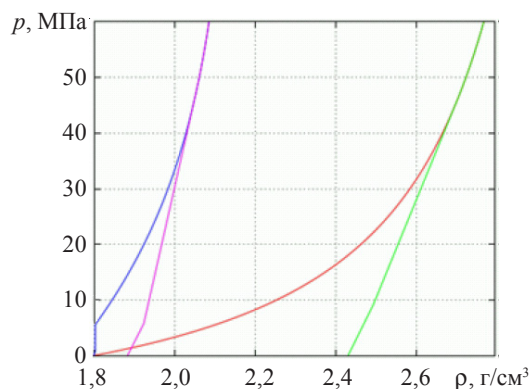


Рис. 2

Результаты расчетов сравнивались с эмпирическими соотношениями, полученными С. W. Young [6] на основе обобщения экспериментов по прониканию ударников

разной формы. Автором приводятся зависимости глубины проникания от начальной скорости ударника. Для мерзлого и немерзлого грунтов соответственно указываются следующие соотношения для глубин проникания:

$$D = 0,0000046 SN(m/A)^{0,6} (V_0 - 30,5) \ln(50 + 0,29m^2), \quad (8)$$

$$D = 0,27 m^{0,4} 0,000018 SN(m/A)^{0,7} (V_0 - 30,5), \quad (9)$$

где S – проникаемость мишени (характеристика грунта); N – коэффициент, характеризующий носовую часть ударника ($N = 0,25 L_n/d + 0,56$); d – диаметр ударника; L_n – длина носика ударника, м; m – масса ударника, кг; A – площадь поперечного сечения ударника, м². Для мерзлого грунта указывается диапазон значений для параметра $S = 2,75 \pm 0,5$, для грунта в немерзлом состоянии (суглинка) $S = 22$. Выполнены расчеты задачи проникания ударника в грунты с начальными скоростями $V_0 = 100 \div 250$ м/с. На рис. 3 приведены графики зависимостей глубин проникания от начальной скорости в мерзлый грунт (цифра 1), полученные по результатам расчетов (маркеры) и по формуле (8) – экспериментальные данные (сплошные линии). Значения глубин в рассмотренном диапазоне скоростей имеют удовлетворительное совпадение с данными экспериментов. Здесь же представлены аналогичные зависимости (цифра 2) для задачи проникания в немерзлый грунт. Глубины проникания в немерзлый грунт для выбранных скоростей метания ударника более чем в 6 раз превышают аналогичные значения для мерзлого грунта.

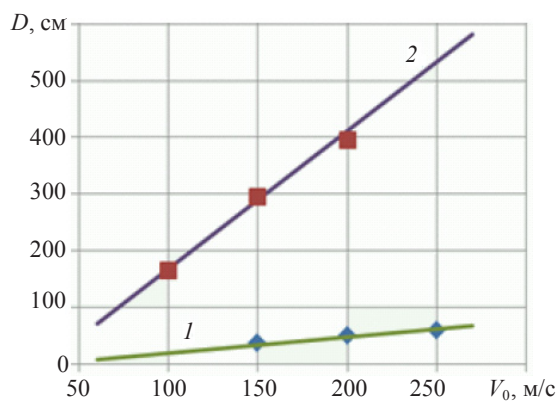


Рис. 3

Анализ максимальных величин ускорения ударника показал, что в случае мерзлого грунта они более чем в 4 раза превосходят значения для немерзлого.

Список литературы

1. Сагомонян А.Я. Проникание. М.: Изд-во МГУ, 1974.
2. Аллен У., Мэйфилд Э., Моррисон Г. Динамика проникания снаряда в песок // Механика: Сб. переводов. М.: ИЛ, 1957. №6. С. 125–137.
3. Бивин Ю.К., Викторов В.В., Степанов Л.П. Исследование движения тела в глинистой среде // Изв. АН СССР. МТТ. 1978. №2. С. 159–165.
4. Экспериментально-теоретический анализ нестационарных процессов взаимодействия деформируемых ударников с грунтовой средой / В.Г. Баженов, В.Л. Котов, С.В. Крылов, В.В. Баландин, А.М. Брагов, Е.В. Цветкова // Прикладная механика и техническая физика. 2001. Т. 42, №6. С. 190–197.
5. Прикладные задачи высокоскоростного удара / Под ред. Ю.Н. Бухарева. Саров: РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2011. 297 с.

6. *Young C.W.* Penetration equations: Contractor report. SAND97-2426. Applied Research Associates, Inc., 1997.
7. *Глазова Е.Г., Кочетков А.В.* Моделирование волновых процессов при взрыве в мерзлом грунте // Проблемы прочности и пластичности: Межвуз. сб. / Нижегород. ун-т. 2004. Вып. 66. С. 128–136.
8. Моделирование импульсных процессов в мягких и мерзлых грунтовых средах / В.В. Баландин, А.М. Брагов, Е.Г. Глазова, А.В. Кочетков, С.В. Крылов, Е.Ю. Повереннов // Приволжский научный журнал. 2009. №3. С. 7–15.
9. Теоретические и экспериментальные исследования высокоскоростного взаимодействия тел / Под ред. А.В. Герасимова. Томск: Изд-во Томс. ун-та, 2007. 572 с.
10. *Труханов Ю.Я.* Экспериментальное исследование полей напряжений и скоростей частиц при взрыве в мерзлом грунте // Физика горения и взрыва. 1967. №1. С. 128–136.
11. Механические свойства мерзлых грунтов при динамическом нагружении / А.А. Вовк, А.В. Михалюк, Г.И. Черный и др. // Основания, фундаменты и механика грунтов. 1980. №2. С. 14–17.
12. *Ляхов Г.М., Фраш Г.Б.* Взрывные волны в мерзлых грунтах // ПМТФ. 1983. №6. С. 52–57.
13. *Глазова Е.Г., Кочетков А.В., Крылов С.В.* Численное моделирование взрывных процессов в мерзлом грунте // Изв. РАН. МТТ. 2007. №6. С. 128–136.
14. *Григорян С.С.* Об основных представлениях динамики грунтов // ПММ. 1960. Т. 24. Вып. 6. С. 1057.
15. *Ляхов Г.М.* Модель мерзлых грунтов для описания волновых процессов // Проблемы термомеханики грунтов. М.: Изд-во МГУ, 1986. С. 16–36.
16. Метод распада разрывов в динамике упругопластических сред / М.Х. Абузяров, В.Г. Баженов, В.Л. Котов, А.В. Кочетков, С.В. Крылов, В.Р. Фельдгун // ЖВМ и МФ. 2000. Т. 40, №6. С. 940–953.
17. Программный комплекс «Динамика-2» / В.Г. Баженов, С.В. Зефиоров, В.Р. Фельдгун, А.В. Кочетков, С.В. Крылов // Трансферные технологии в информатике: Научно-технич. сб. / Томский политехнич. ин-т, Томск. 1999. Вып.1. С. 40–45.

NUMERICALLY MODELING AXISYMMETRIC PROCESSES OF IMPACT AND PENETRATION OF BODIES INTO FROZEN SOILS

**E.G. Glazova, S.V. Zefirov, A.V. Kochetkov, S.V. Krylov,
M.Yu. Orlov, E.Yu. Poverennov**

The results of numerically modelling the wave processes in the event of a normal impact and penetration of a cylindrical-conical body into a homogeneous soft in the frozen and non-frozen states are presented. The soils are modeled using a compressible Grigoryan's medium with irreversible bulk and shear strains. The numerical results are compared with the already available experimental data. The penetration depths into the frozen soil with the temperatures considerably lower than zero are shown to be more than 6 times smaller than those for the non-frozen soil.

Keywords: impact, penetration, frozen soil, mathematical modeling, comparison with experiment.