

УДК 539.374

НЕЛИНЕЙНЫЕ ПРОЦЕССЫ НАКОПЛЕНИЯ ПОВРЕЖДЕНИЙ ПРИ ЦИКЛИЧЕСКИХ НАГРУЖЕНИЯХ

© 2013 г. **В.С. Бондарь, В.В. Даншин, П.В. Семенов**

Московский государственный машиностроительный университет (МАМИ)

tm@mami.ru

Поступила в редакцию 24.10.2012

На основе уравнений теории упругопластического деформирования, относящейся к классу теорий течения при комбинированном упрочнении, и кинетического уравнения накопления повреждений, базирующегося на энергетическом принципе (критерий работы микронапряжений), получен вариант теории упругопластических процессов и аппроксимации функционалов пластичности. Формулируется базовый эксперимент и метод идентификации материальных функций. Рассматриваются нелинейные процессы накопления повреждений как при стационарных (одноблочных), так и при нестационарных (двухблочных, трехблочных, пятиблочных) циклических нагружениях нержавеющей стали 304. Иллюстрируется существенное отклонение от правила линейного суммирования повреждений при нестационарных циклических нагружениях при удовлетворительном соответствии результатов расчетов и экспериментов.

Ключевые слова: пластичность, накопление повреждений, циклическое нагружение.

Введение

Анализ результатов экспериментальных исследований [1, 2] малоциклового усталости как при стационарных (одноблочных, регулярных), так и при нестационарных (нерегулярных, многоблочных) пропорциональных циклических нагружениях показывает, что процессы накопления повреждений являются существенно нелинейными. Если за меру повреждения принять [2] относительную объемную долю дефектов (микропор) $\omega = V/V_f$, где V – текущая объемная доля дефектов; V_f – критическая объемная доля дефектов, соответствующая образованию макроскопической трещины ~ 1 мм, то кривые накопления повреждений по результатам экспериментальных исследований [2] для аустенитного сплава IN100 при симметричном жестком пропорциональном циклическом нагружении (растяжении-сжатии) будут иметь существенно нелинейный вид. В экспериментах контроль образования микропор обычно осуществляется на основе ультразвуковых и металлографических исследований. Из результатов этих экспериментов следует, что нелинейность процесса накопления повреждений возрастает с уменьшением амплитуды деформации.

При нестационарных (нерегулярных, многоблочных) режимах пропорционального циклического нагружения история нагружения оказывает существенное влия-

ние на усталостную долговечность. На рис. 1 для стали 15X2НМФА показаны результаты экспериментальных исследований [3] при двухблочном нагружении при переходе с большей амплитуды на меньшую (светлые кружки) и с меньшей на большую (темные кружки), штрихпунктирная линия соответствует правилу линейного суммирования повреждений [4]. Здесь N – текущее число циклов, N_f – критическое число циклов, соответствующее образованию макроскопической трещины. Наблюдается значительное нарушение правила линейного суммирования повреждений.

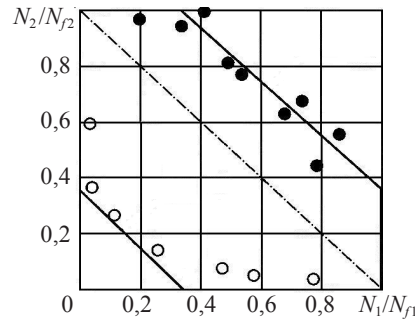


Рис. 1

Математическое моделирование нелинейных процессов накопления повреждений при произвольных режимах циклического нагружения возможно только на основе формулировки кинетических (эволюционных) уравнений накопления повреждений, так как повреждение в данном случае является функционалом процесса нагружения. Вариантом таких уравнений являются эволюционные уравнения, предложенные Ю.Г. Коротких [5]:

$$\dot{\omega} = \frac{\alpha + 1}{r + 1} \left(\frac{W - W_a}{W_f - W_a} \right)^\alpha (1 - \omega)^r \left\langle \frac{\dot{W}}{W_f - W_a} \right\rangle, \quad (1)$$

$$\dot{W} = \rho_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}^p, \quad W = \int \rho_{ij} d\varepsilon_{ij}^p, \quad W_a = W_a(\rho_{\max}), \quad (2)$$

$$\dot{\rho}_{\max} = \frac{\rho_{ij} \dot{\rho}_{ij}}{\rho} H(F_\rho) - g_2 \rho_{\max} \dot{x},$$

$$\rho = (\rho_{ij} \rho_{ij})^{1/2}, \quad F_\rho = \rho_{ij} \rho_{ij} - \rho_{\max}^2, \quad \dot{x} = \left(\frac{2}{3} \dot{\varepsilon}_{ij}^p \dot{\varepsilon}_{ij}^p \right)^{1/2}, \quad (3)$$

$$H(F_\rho) = \begin{cases} 1, & \text{если } F_\rho = 0 \text{ и } \rho_{ij} \dot{\rho}_{ij} \geq 0, \\ 0, & \text{если } F_\rho < 0 \text{ или } \rho_{ij} \dot{\rho}_{ij} < 0. \end{cases}$$

Здесь в качестве энергии, отвечающей за процесс накопления повреждений, принимается энергия, равная работе микронапряжений (координат центра поверхности нагружения) на поле пластических деформаций. Ответственность микронапряжений (остаточных микронапряжений) за процесс накопления повреждений впервые была отмечена в статье [6], экспериментальное обоснование этого утверждения содержится в статье [7], а кинетическое уравнение на основе работы микронапряжений на поле пластических деформаций (критерий работы микронапряжений) впервые было рассмотрено в [8, 9] при теоретических исследованиях малоциклового усталости конической оболочки при теплосменах. В этих публикациях критерий работы

микронапряжений впервые был апробирован при непропорциональном (сложном) неизотермическом нагружении.

Для иллюстрации нелинейных процессов накопления повреждений на рис. 2 приведены кривые накопления повреждений, полученные в [10] на основе кинетических уравнений (1)–(3) для нержавеющей стали 12Х18Н10Т при жестких одноблочных циклических нагружениях при различных амплитудах деформации. Следует отметить, что кроме кинетических уравнений накопления повреждений необходимы и уравнения состояния, описывающие связь между напряжениями и деформациями, и, конечно, уравнения для внутренних переменных, т.е. полная система уравнений теории пластичности Ю.Г. Коротких.

В работах [11–13] предложен другой вид кинетических уравнений накопления повреждений, базирующихся на работе микронапряжений трех типов:

$$\dot{\omega} = \dot{\omega}_c + \dot{\omega}_p + \dot{\omega}_e, \quad (4)$$

$$\dot{\omega}_c = \frac{a_{ij}^{(1)} \dot{\varepsilon}_{ij}^p}{W_c}, \quad \dot{\omega}_p = \frac{a_{ij}^{(2)} \dot{\varepsilon}_{ij}^p}{W_p}, \quad \dot{\omega}_e = \begin{cases} 0, & \text{если } \omega_p < \omega_{p1}, \\ \sum_{m=3}^M \frac{a_{ij}^{(m)} \dot{\varepsilon}_{ij}^p}{W_p}. \end{cases} \quad (5)$$

Здесь ω_c – повреждение, обусловленное работой микронапряжений первого типа и проявляющееся при смещении петли пластического гистерезиса; ω_p – повреждение, обусловленное работой микронапряжений второго типа, пороговое значение ω_{p1} которого говорит об окончании первой стадии зарождения микродефектов [2, 5]; ω_e – повреждение, обусловленное работой микронапряжений третьего типа и имеющее место только на второй стадии процесса накопления повреждений. Введение этих стадий позволяет описать нелинейный характер процесса накопления повреждений. На рис. 3 приведены кривые накопления повреждений, полученные на основе кинетических уравнений (4) и (5) для нержавеющей стали SS304 при жестких одноблочных циклических нагружениях при различных амплитудах деформации. Следует отметить, что хотя нелинейные процессы накопления повреждений описываются в данном случае двухзвенными ломаными кривыми, рассмотренный вариант кинетических уравнений достаточно адекватно описывает усталостную долговечность при нестационарных (многоблочных) режимах циклических нагружений [12, 13].

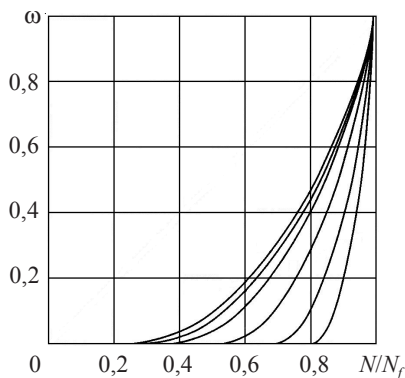


Рис. 2

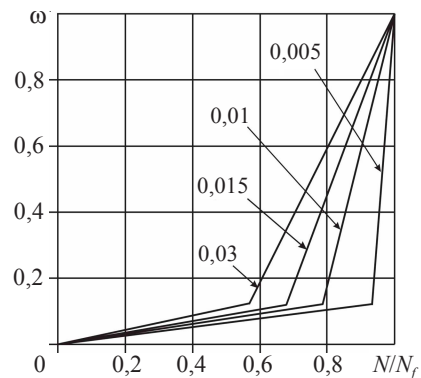


Рис. 3

Математическое моделирование процессов деформирования и накопления повреждений

Ранее [14, 15] на основе уравнений теории упругопластического деформирования [16] был получен вариант теории упругопластических процессов и аппроксимации функционалов пластичности. В этом варианте теории вводится поверхность нагружения

$$|\bar{S} - \bar{A}| - C_B(s) = 0, \quad (6)$$

которая может смещаться и изотропно расширяться или сужаться. Здесь \bar{S} – вектор напряжений [17, 18]; \bar{A} – вектор смещения центра поверхности нагружения (вектор микронапряжений); $C_B(s)$ – скаляр, отвечающий за размер (радиус) поверхности нагружения; s – длина дуги траектории деформаций. Поверхность нагружения вводится для того, чтобы разделить упругое и пластическое состояния. Упругое состояние имеет место, когда изображающая точка напряженного состояния находится внутри поверхности нагружения или вектор приращения деформаций направлен внутрь поверхности нагружения, то есть

$$|\bar{S} - \bar{A}| < C_B(s) \cup (\bar{S} - \bar{A})d\bar{\Theta} \leq 0. \quad (7)$$

В этом случае уравнения варианта теории упругопластических процессов будут иметь следующий вид:

$$\frac{d\bar{S}}{ds} = 2G \frac{d\bar{\Theta}}{ds}, \quad (8)$$

$$\frac{d\bar{A}}{ds} = 0, \quad (9)$$

$$\frac{d\omega}{ds} = 0. \quad (10)$$

Пластическое состояние имеет место, когда изображающая точка напряженного состояния находится на поверхности нагружения и вектор приращения деформаций направлен во внешнюю сторону поверхности нагружения, т.е.

$$|\bar{S} - \bar{A}| = C_B(s) \cap (\bar{S} - \bar{A})d\bar{\Theta} > 0. \quad (11)$$

В этом случае уравнения варианта теории упругопластических процессов будут иметь следующий вид:

$$\frac{d\bar{S}}{ds} = N \frac{d\bar{\Theta}}{ds} + N_{\Theta} \bar{\Theta} + N_S \bar{S}, \quad (12)$$

$$\frac{d\bar{A}}{ds} = g_B \frac{d\bar{\Theta}}{ds} + g_{\Theta} \bar{\Theta} + g_A \bar{A}, \quad (13)$$

$$\frac{d\omega}{ds} = \alpha \omega^{(\alpha-1)/\alpha} \frac{1}{W_B} \left(\bar{A} \frac{d\bar{\Theta}}{ds} \right), \quad (14)$$

$$\alpha = \left(\frac{\sigma_A}{|\bar{A} - E_A \bar{\Theta}|} \right)^{n_\alpha}.$$

Для функционалов пластичности имеют место следующие аппроксимации [14, 15]:

$$N = g_B - g_A C_B(s) + \frac{dC_B(s)}{ds}, \quad (15)$$

$$N_{\mathcal{E}} = g_{\mathcal{E}}, \quad N_A = g_A,$$

$$g_B = E_A + \beta_A \sigma_A, \quad g_{\mathcal{E}} = \beta_A E_A, \quad g_A = -\beta_A. \quad (16)$$

Окончательно прикладной вариант теории упругопластических процессов замыкают следующие материальные функции, подлежащие экспериментальному определению: G – упругий параметр; $C_B(s)$ – функция изотропного упрочнения; E_A, β_A, σ_A – параметры анизотропного упрочнения; W_B – энергия разрушения; n_α – параметр нелинейности процесса накопления повреждений. Следует отметить, что при $n_\alpha = 0$ процесс накопления повреждений будет линейным.

Базовый эксперимент и метод идентификации материальных функций

Для определения материальных функций достаточно иметь следующий минимальный набор данных базового эксперимента (рис. 4а, б): упругий параметр (модуль сдвига), который определяется традиционным методом; диаграмма растяжения до деформации 0,05–0,1, построенная в координатах векторов напряжений и деформаций S_1, \mathcal{E}_1 ; данные по циклическому нагружению при постоянном размахе деформации – число циклов до разрушения (появление макротрещины длиной 1 мм) и стабилизированная циклическая диаграмма (петля пластического гистерезиса) также в координатах векторов напряжений и деформаций S_1, \mathcal{E}_1 ; число циклов до разрушения при двухблочном циклическом нагружении в условиях как увеличения, так и уменьшения размаха деформаций.

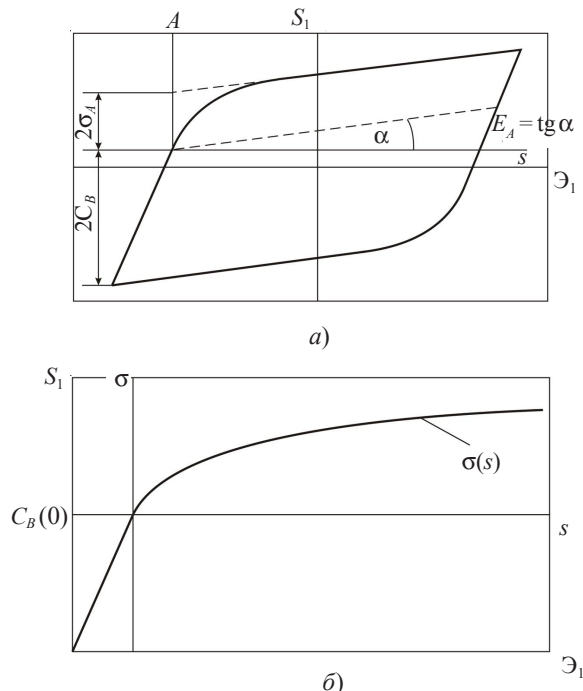


Рис. 4

Метод идентификации материальных функций на основе данных базового эксперимента строится вначале на обработке циклической диаграммы (см. рис. 4а), на которой определяется упругая область по пределу пропорциональности или по пределу с каким-либо минимальным допуском, что позволяет определить размер упругой области, равной $2C_B$. Затем на кривой в координатах A и s (снятия и образования микронапряжения) выделяется наклон асимптоты $E_A = \operatorname{tg} \alpha$ и предельное значение насыщения микронапряжения $2\sigma_A$. Параметр β_A определяется из наилучшей аппроксимации кривой $A(s)$ экспонентой

$$A(s) = E_A s + 2\sigma_A [1 - \exp(-\beta_A s)].$$

Далее на кривой деформирования (см. рис. 4б) по пределу пропорциональности или просто по пределу с каким-либо минимальным допуском определяется упругая область, размер которой есть $C_B(0)$, а затем выделяется кривая упрочнения $\sigma(s)$, на основе которой определяется функция изотропного упрочнения

$$C_B(s) = C_B(0) + \sigma(s) - E_A s - \sigma_A [1 - \exp(-\beta_A s)].$$

Функция изотропного упрочнения при больших значениях длины дуги деформирования определяется на основе размера упругой области на циклической диаграмме.

Для определения энергии разрушения и параметра нелинейности процесса накопления повреждений проводятся расчеты при одноблочном циклическом нагружении и $n_\alpha = 0$ (линейный процесс), на основе которых подбирается значение W_B до совпадения расчетных и экспериментальных чисел циклов до разрушения. Затем проводятся расчеты при двухблочном циклическом нагружении, на основе которых подбирается значение до совпадения результатов расчета и эксперимента.

В результате для нержавеющей стали 304 на основе экспериментальных данных [19] получены следующие материальные функции:

$$G = 769000 \text{ МПа}, \quad C_B = 150 \text{ МПа}, \quad E_A = 2500 \text{ МПа}, \quad \beta_A = 280,$$

$$\sigma_A = 200 \text{ МПа}, \quad W_B = 2600 \text{ Дж/см}^3, \quad n_\alpha = 1,5.$$

Нелинейные процессы накопления повреждений

Расчетные исследования малоциклового усталости нержавеющей стали 304 проводятся при симметричном жестком циклическом нагружении как при постоянной амплитуде деформации, так и при блочном изменении амплитуды деформации. На рис. 5 сплошной линией показана расчетная кривая малоциклового усталости, а светлыми кружками – экспериментальные данные [19]. Нелинейный процесс накопления повреждений при различных амплитудах деформации одноблочного циклического нагружения приведен на рис. 6. Результаты расчетов показывают, что с уменьшением амплитуды деформации нелинейность процесса накопления повреждений возрастает, а с увеличением амплитуды деформации нелинейность ослабевает и процесс накопления повреждений стремится к линейному. Нарушение правила линейного суммирования повреждений при многоблочном изменении амплитуды деформации приведено на рис. 7, 8 и 9 соответственно при двухблочном, трехблочном и пятиблочном изменении амплитуды деформации. Результаты расчетов на этих рисунках изображены сплошными кривыми, а результаты экспериментов [19] темными кружками при возрастании размаха деформации ($0,005 \rightarrow 0,015$; $0,005 \rightarrow$

→ 0,01 → 0,015; 0,005 → 0,008 → 0,01 → 0,012 → 0,015) и светлыми кружками при убывании размаха деформации (0,015 → 0,005; 0,015 → 0,01 → 0,005; 0,015 → 0,012 → 0,01 → 0,008 → 0,005). Наблюдается существенное отклонение от правила линейного суммирования повреждений при удовлетворительном соответствии результатов расчетов и экспериментов.

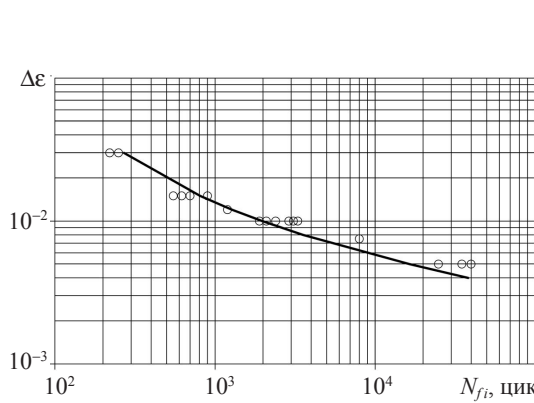


Рис. 5

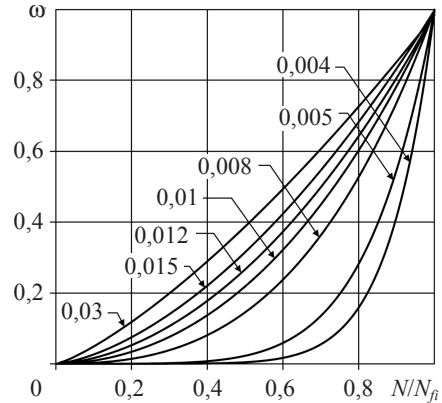


Рис. 6

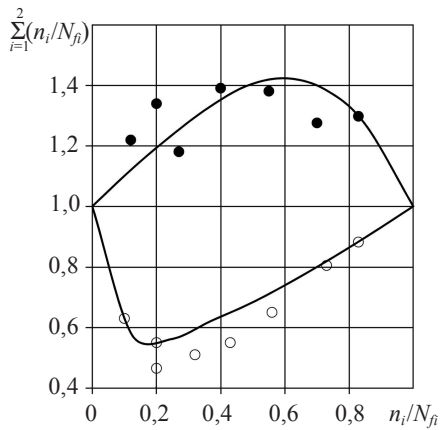


Рис. 7

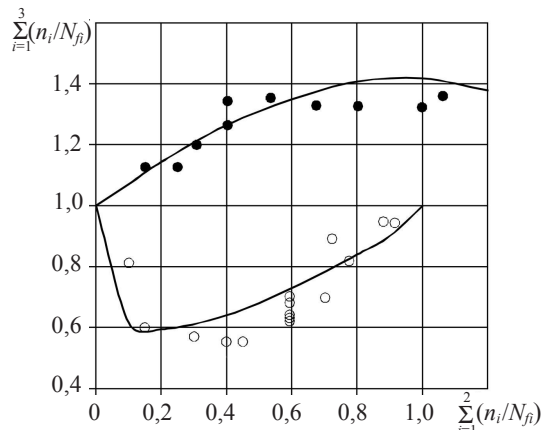


Рис. 8

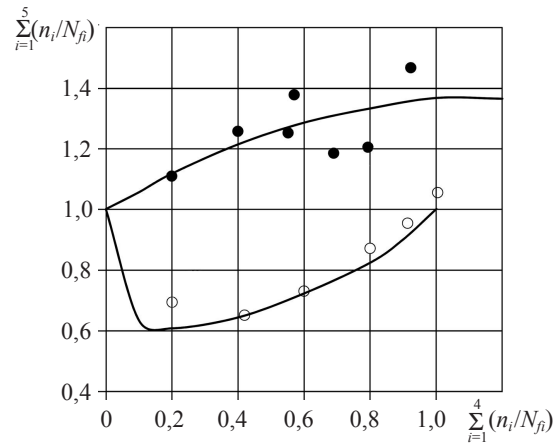


Рис. 9

Заключение

Предложенный прикладной вариант теории упругопластических процессов и кинетическое уравнение накопления повреждений адекватно описывают произвольные нелинейные процессы накопления повреждений как при стационарных, так и нестационарных режимах циклических нагружений. Базовый эксперимент и метод идентификации материальных функций, замыкающих рассматриваемый вариант теории, являются достаточно простыми и легко реализуемыми. Сравнение результатов расчетов и экспериментов говорит о надежном их соответствии.

Список литературы

1. *Пежина П.* Моделирование закритического поведения и разрушения диссипативного твердого тела // Теор. основы инж. расчетов. 1984. Т. 106, №4. С. 107–117.
2. *Savalle S., Caietad G.* Microanureage, micropropagation et endommagement // La Resherche Aerospatiale. 1982. V. 6. P. 395–411.
3. *Марголин Б.З.* Структурно-механическое моделирование разрушения металлических материалов и прогнозирование долговечности элементов высоконагруженных конструкций: Дис. ... докт. техн. наук. Киев, 1992. 384 с.
4. Нормы расчета на прочность оборудования и трубопроводов атомных энергетических установок. ПН АЭ Г-7-002-86. М.: Энергоатомиздат, 1989. 124 с.
5. *Волков И.А., Коротких Ю.Г.* Уравнения состояния вязкоупругопластических сред с повреждениями. М.: Физматлит, 2008. 424 с.
6. *Новожилов В.В., Рыбакина О.Г.* О перспективах построения критерия прочности при сложном нагружении // Прочность при малом числе циклов нагружения. М.: Наука, 1969. С. 71–80.
7. *Романов А.Н.* Энергетические критерии разрушения при малоцикловом нагружении // Проблемы прочности. 1974. №1. С. 3–10.
8. *Бондарь В.С., Горохов В.Б., Санников В.М.* Исследования малоциклового разрушения оболочек вращения при сложном теплосиловом нагружении // Прикладные проблемы прочности и пластичности. Механика деформируемых систем: Всесоюз. межвуз. сб. / Горьков. ун-т, Горький. 1979. Вып. 12. С. 120–126.
9. *Бондарь В.С., Санников В.М.* Малоцикловая усталость тонкостенных конструкций при повышенных температурах // Конструк. прочность лопаток турбин ГТД: Тез. докл. IV науч.-технич. конф. / Куйбышев, 1976. С. 75–76.
10. *Казаков Д.А., Капустин С.А., Коротких Ю.Г.* Моделирование процессов деформирования и разрушения материалов и конструкций. Н. Новгород: Изд-во Нижегород. ун-та, 1994. 225 с.
11. *Bondar V.S., Danshin V.V.* Low cycle fatigue under asymmetrical rigid and soft cyclic loadings // Proceedings of the Intern. Conference RELMAS'2008. SPb.: Polytechnic University Publishing, 2008. P. 58–62.
12. *Бондарь В.С., Бурчаков С.В., Данишин В.В.* Пластичность и разрушение материалов при нестационарных и несимметричных циклических нагружениях // Современные проблемы ресурса материалов и конструкций: Труды III школы-семинара. М.: МАМИ, 2009. С. 177–190.
13. *Бондарь В.С., Бурчаков С.В., Данишин В.В.* Математическое моделирование процессов упругопластического деформирования и разрушения материалов при циклических нагружениях // Проблемы прочности и пластичности: Межвуз. сб. / Нижегородский ун-т. 2010. Вып. 72. С. 18–27.
14. *Бондарь В.С., Данишин В.В., Семенов П.В.* Прикладной вариант теории упругопластических процессов // Изв. ТулГУ. Естественные науки. Тула: Изд-во ТулГУ, 2011. Вып. 3. С. 46–56.

15. *Бондарь В.С., Данишин В.В., Семенов П.В.* Вариант теории упругопластических процессов и аппроксимации функционалов пластичности // Проблемы прочности и пластичности: Межвуз. сб. / Нижегород. ун-т. 2011. Вып. 73. С. 5–12.

16. *Бондарь В.С.* Неупругость. Варианты теории. М.: Физматлит, 2004. 144 с.

17. *Ильюшин А.А.* Пластичность. Основы общей математической теории. М.: Изд-во АН СССР, 1963. 271 с.

18. *Ильюшин А.А.* Механика сплошной среды. М.: МГУ, 1990. 310 с.

19. *Бернард-Конноли М., Бью Куок Т., Бирон А.* Усталость коррозионностойкой стали 304 при испытаниях в условиях многоступенчатой контролируемой деформации // Теор. основы инж. расчетов. 1983. №3. С. 47–53.

NON-LINEAR PROCESSES OF UPBUILDING OF DAMAGES AT CYCLICAL LOADINGS

V.S. Bondar, V.V. Danshin, P.V. Semenov

On the basis of equations of the theory of elastoplastic deforming relating the class of the theories of flow at combined hardening(strengthening), and kinetic equation of upbuilding of damages basing on a power principle (yardstick of activity of microstresses), the version of the theory of elastoplastic processes and approximatings of functionals of plasticity is obtained. The base experiment and method of identification of material functions is stated. The non-linear processes of upbuilding of damages are esteemed both at fixed (one-unitized), and at non-steady (two-unitized, three-unitized, five-unitized) cyclical loadings of a stainless steel 304. The essential deviation (rejection) from a rule of linear totting of damages is illustrated at non-steady cyclical loadings at satisfactory conformity of outcomes of calculations and experiments.

Keywords: plasticity, upbuilding of damages, cyclical loading.