

УДК 539.3

КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ УСТОЙЧИВОСТИ И ЗАКРИТИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ АВТОЦИСТЕРН ДЛЯ ТРАНСПОРТИРОВКИ СЫПУЧИХ ГРУЗОВ*

© 2013 г. В.Г. Баженов¹, Е.Г. Гоник², А.И. Кибец¹,
Ю.И. Кибец¹, Е.В. Павленкова¹, М.В. Петров², Т.Г. Федорова²

¹НИИ механики Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского

²Чувашский государственный университет им. И.Н. Ульянова, Чебоксары

kibec@mech.unn.ru

Поступила в редакцию 15.01.2013

Рассматривается трехмерная задача упругопластического деформирования, потери устойчивости и закритического поведения тонкостенной оболочки вращения при изгибе. Предполагается, что оболочка заполнена сыпучей средой. Решение геометрически и физически нелинейной задачи основано на методе конечных элементов и явной схеме интегрирования по времени типа «крест». Критическая нагрузка оценивается методом продолжения по параметру, в качестве которого используется время. Проведен анализ влияния внутреннего давления и длины оболочки на ее устойчивость и величину критической нагрузки.

Ключевые слова: цилиндрическая оболочка, потеря устойчивости, изгиб, критическая нагрузка, метод конечных элементов.

При проектировании тонкостенных конструкций наряду с оценкой прочности необходим анализ их устойчивости при всех возможных нагружениях. Большегрузная емкость для автомобильной транспортировки сыпучих грузов (рис. 1) при разгрузке наклоняется. Для этого один ее торец шарнирно закрепляется на раме, а другой поднимается телескопическим устройством. Под действием весовой нагрузки корпус емкости (тонкостенная цилиндрическая оболочка $L/R = 9,28$, $R/h = 255$) при подъеме изгибается. Этот процесс может сопровождаться образованием пластических деформаций в центральной области и потерей устойчивости. Для обоснования соответствия проектируемой конструкции требованиям нормативных документов необходимо решение трехмерной геометрически и физически нелинейной задачи устойчивости замкнутой оболочки вращения с учетом моментности напряженно-деформированного состояния (НДС) оболочки.

* Работа выполнена при частичном финансировании Программой государственной поддержки ведущих научных школ РФ (грант НШ-2843.2012.8), Министерством образования и науки РФ (соглашение 14.В37.21.0227) и РФФИ (гранты №11-08-00557_а, 11-08-97023-р_поволжье_а, 12-08-33106-мол_а_вед, 12-08-12044-офи_м).

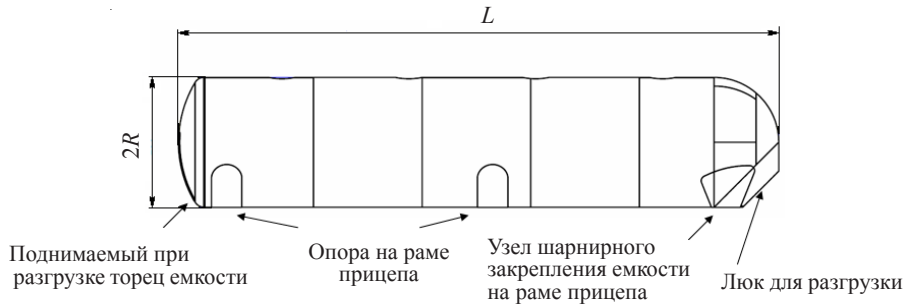


Рис. 1. Емкость для транспортировки сыпучих грузов

Рассматривается динамическая постановка задачи. Система уравнений, описывающая движение оболочечной конструкции, формулируется в переменных Лагранжа [1–3]. Сдвиговые деформации предполагаем малыми. Введем местную ортогональную систему координат $x = [x_1, x_2, x_3]$ с направляющими косинусами n_{ij} :

$$x_i = n_{ij} X_j, \quad i, j = \overline{1, 3}. \quad (1)$$

В (1) $X = [X_1, X_2, X_3]$ – декартова система координат, по повторяющимся индексам ведется суммирование. Предполагаем, что x_3 – координата, отсчитываемая от срединной поверхности оболочки и нормальная к ней; x_1, x_2 – ортогональны к x_3 . Компоненты тензора скоростей деформаций в местном базисе $\dot{\epsilon}_{ij}$ выражаются через компоненты \dot{e}_{ij} скорости деформаций в общем базисе:

$$\dot{\epsilon}_{ij} = n_{im} n_{jk} \dot{e}_{mk}, \quad (2)$$

которые определяются в метрике текущего состояния;

$$\dot{e}_{ij} = \frac{\dot{U}_{i,j} + \dot{U}_{j,i}}{2}, \quad \dot{U}_{i,j} = \frac{\partial \dot{U}_i}{\partial X_j}, \quad X_i = X_i|_{t=0} + \int_0^t \dot{U}_i dt \quad (i, j = \overline{1, 3}). \quad (3)$$

В (3) U_i – перемещения в общей декартовой системе координат X , точка над символом означает частную производную по времени t .

Уравнения состояния устанавливаются отдельно для шаровых $\dot{\epsilon}'_{ij}, \dot{\sigma}'_{ij}$ и девиаторных $\dot{\epsilon}''_{ij}, \dot{\sigma}''_{ij}$ составляющих скоростей деформаций и напряжений ($\dot{\epsilon}_{ij} = \dot{\epsilon}'_{ij} + \delta_{ij} \dot{\epsilon}''_{ij}$, $\dot{\sigma}_{ij} = \dot{\sigma}'_{ij} - \delta_{ij} \dot{\sigma}''_{ij}$). Предполагается, что шаровая компонента напряжений линейно зависит от шаровой компоненты деформаций. Девиаторные составляющие тензора напряжений вычисляются с помощью соотношений теории течения с кинематическим и изотропным упрочнением [3, 4]. Уравнение движения выводится из баланса виртуальных мощностей:

$$\int_{\Omega} \sigma_{ij} \delta \dot{\epsilon}_{ij} dV + \int_{\Omega} \rho \ddot{U}_i \delta \dot{U}_i dV = \int_{\Gamma_p} P_i \delta \dot{U}_i d\gamma + \int_{\Gamma_q} P_i^q \delta \dot{U}_i d\gamma \quad (i, j = \overline{1, 3}), \quad (4)$$

где ρ – плотность; P_i^q – контактное давление; P_i – распределенная нагрузка; Ω – исследуемая область; Γ_q – поверхность контакта; Γ_p – зона действия внешнего давления; $\delta \dot{\epsilon}_{ij}, \delta \dot{U}_i$ – вариации $\dot{\epsilon}_{ij}, \dot{U}_i$ (на поверхности с заданными кинематическими граничными условиями $\delta \dot{U}_i = 0$). Система уравнений (1)–(4) дополняется начальными и кинематическими граничными условиями. В зоне контакта рассматривается непроникание по нормали и свободное скольжение вдоль касательной к поверхности контакта.

Оценка предельной нагрузки осуществляется методом продолжения по параметру [5]. В соответствии с этим методом вес груза увеличивается пропорционально одному параметру (в данном случае времени), и из анализа формы конструкции, распределения поля перемещений определяется критическое значение весовой нагрузки.

Решение определяющей системы уравнений (1)–(4) основано на методе конечных элементов и явной конечно-разностной схеме интегрирования по времени типа «крест» [3], реализованных в рамках вычислительной системы «Динамика-3» [6]. Численное определение контактного давления в зонах взаимодействия деформируемых тел и статически эквивалентных ему сил в узлах конечно-элементной сетки осуществляется из условий непроникания и законов сохранения массы и количества движения [4].

В расчетах емкость моделируется замкнутой цилиндрической оболочкой ($h = 0,5$ см, $R/h = 255$, $L/R = 9,28$), которая на торцах опирается на неподвижные недеформируемые плиты. Оболочка выполнена из сплава АМг5 с механическими характеристиками: плотность $\rho = 2,65$ г/см³, модуль упругости $E = 63$ ГПа, коэффициент Пуассона $\mu = 0,32$, предел текучести $\sigma_T = 0,146$ ГПа, модуль кинематического упрочнения $g = 0,2088$ ГПа.

Рассматривали два варианта нагружения оболочки: а) с весовой нагрузкой P , б) с внутренним давлением P_{in} и весовой нагрузкой P . Предполагалось, что весовая нагрузка P приложена на нижней половине оболочки и равномерно распределена вдоль оси вращения. В поперечном сечении оболочки изменение давления P по окружной координате φ задавалось формулой

$$P = \begin{cases} 0, & 0 \leq \varphi \leq \pi/2 \cup 3\pi/2 \leq \varphi \leq 2\pi, \\ P_1 \sin(\varphi/2), & \pi/2 \leq \varphi \leq 3\pi/2. \end{cases} \quad (5)$$

Значение P_1 определялось из условия:

$$\int_{-L/2}^{L/2} \int_0^{2\pi} P d\varphi dx = P_0, \quad (6)$$

где $P_0 = 29,6$ т – допускаемый проектом вес груза. Изменение весовой нагрузки во времени описывалось линейной функцией $P = at$. Значение скорости нарастания нагрузки $a = \text{const}$ выбиралось в соответствии с частотным анализом таким образом, чтобы уменьшить влияние волновых процессов. Во втором варианте задачи при комбинированном нагружении на начальном этапе на поверхности оболочки задавалось внутреннее давление, которое постепенно увеличивалось до 0,1 МПа, после чего сохраняло постоянное значение. Затем прикладывалась весовая нагрузка, нарастающая по линейному закону.

Результаты решения задачи приведены на рис. 2–8. На рис. 2, 3 изображены формы тонкостенной конструкции в различные моменты времени, полученные при первом и втором вариантах нагружения. На рис. 4 приведено центральное поперечное сечение оболочки в исходном состоянии и при значении весовой нагрузки $P = 3,4P_0$ для первого варианта задачи. На рис. 5–8 сравниваются графики изменения в зависимости от весовой нагрузки P , отнесенной к допустимому весу груза P_0 , следующих параметров:

– продольных напряжений на внешней поверхности цилиндрической оболочки в конечных элементах, начальные координаты центров которых равны $X_1 = X_3 = 0$, $X_2 = -R$ (рис. 5) и $X_1 = X_3 = 0$, $X_2 = R$ (рис. 6);

- прогиба оболочки в точке $X_1 = X_3 = 0, X_2 = R$ (рис.7);
- кинетической энергии оболочки (рис. 8).

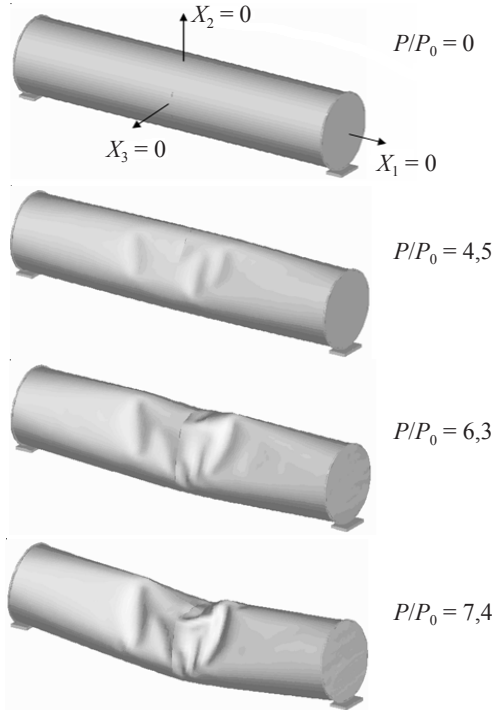


Рис. 2. Изгиб замкнутой цилиндрической оболочки под действием весовой нагрузки

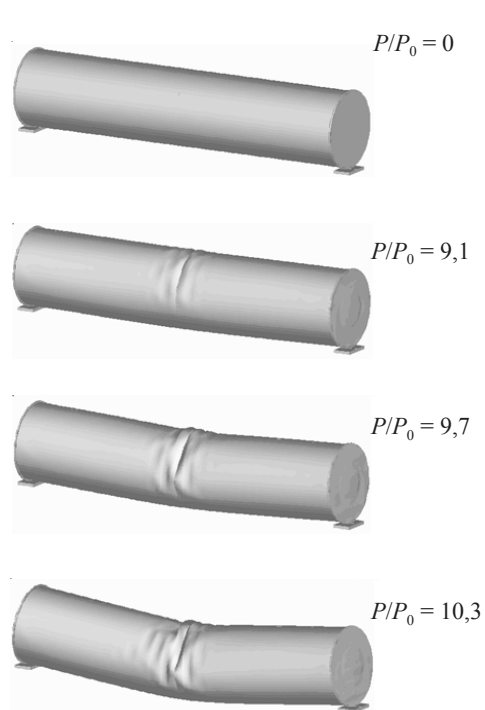


Рис. 3. Изгиб замкнутой цилиндрической оболочки под действием весовой нагрузки и внутреннего давления 0,1 МПа

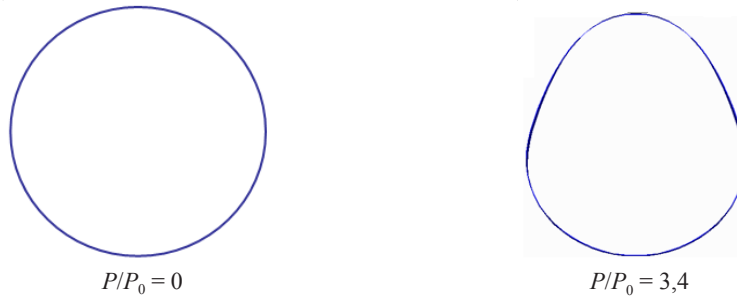


Рис. 4. Деформирование центрального поперечного сечения цилиндрической оболочки

Анализ результатов расчета показывает, что при отсутствии внутреннего давления на начальном этапе ($P/P_0 \geq 0,8$) поперечное сечение в средней части цилиндрической оболочки принимает каплевидную форму (см. рис. 4): по вертикали размер сечения увеличивается, а по горизонтали верхняя часть оболочки сужается. При значении нагрузки $P \approx 3P_0$ в средней части цилиндрической оболочки образуются вертикальные складки, последующее нагружение приводит к увеличению числа складок и их размеров. При $P/P_0 \approx 5$ в верхней части оболочки образуется горизонтальная вмятина (см. рис. 2). Со временем она увеличивается и приводит к общей потере устойчивости оболочки.

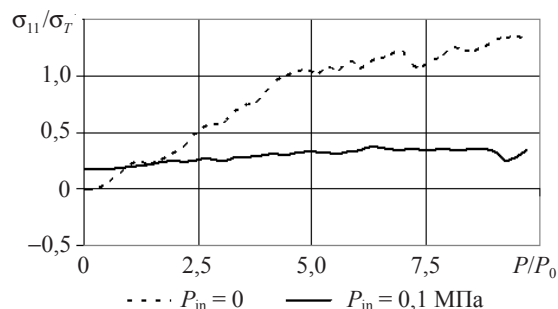


Рис. 5. Продольные напряжения, отнесенные к пределу текучести, внизу центрального поперечного сечения

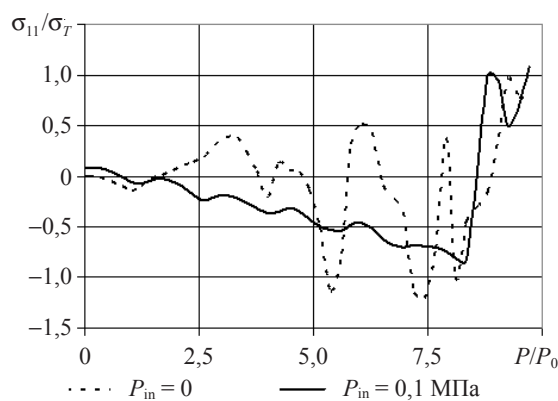


Рис. 6. Продольные напряжения, отнесенные к пределу текучести, вверху центрального поперечного сечения (зона потери устойчивости)

На графиках зависимости прогиба и кинетической энергии от весовой нагрузки (см. рис. 7, 8) потеря устойчивости отмечается резким увеличением соответствующих параметров. В нижней части оболочки растягивающие продольные напряжения в центральном поперечном сечении превышают предел текучести, что приводит к появлению пластических деформаций. Продольные напряжения в зоне гофров после потери устойчивости меняют знак (сжимающие напряжения переходят в растягивающие). При этом их величина также достигает предела текучести.

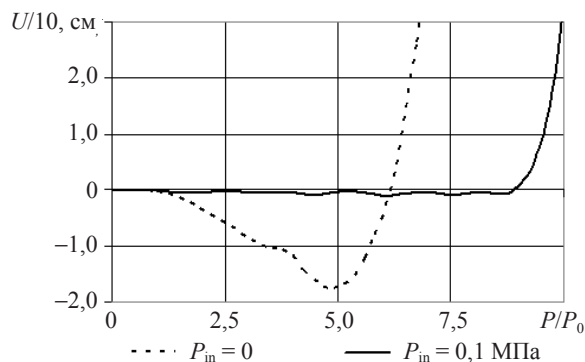


Рис. 7. Прогиб оболочки в центре зоны потери устойчивости

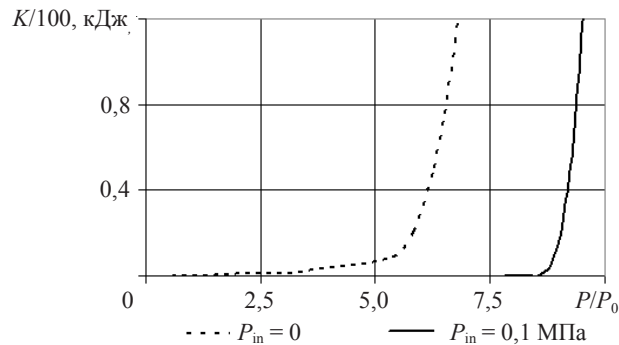


Рис. 8. Изменение кинетической энергии оболочки

Таким образом, в первом варианте задачи, когда действует только весовая нагрузка, коэффициент запаса $k = P_c/P_0$ (отношение критической нагрузки к допустимому весу перевозимого груза) рассматриваемой тонкостенной конструкции равен 5.

Внутреннее давление P_{in} при комбинированном нагружении существенно влияет на устойчивость оболочки. Значение критической нагрузки увеличивается в 1,76 раза, и коэффициент запаса k становится равным 8,8. Зона складкообразования сужается, и размеры складок уменьшаются. Избыточное внутреннее давление приводит к изменению НДС цилиндрической оболочки. В частности, нижняя растягиваемая часть оболочки деформируется упруго (см. рис. 5). Амплитуда колебаний продольных напряжений в зоне складкообразования до потери устойчивости существенно уменьшается (см. рис. 6).

Для сравнения были проведены численные исследования деформирования и потери устойчивости замкнутой цилиндрической оболочки с параметрами $L/R = 12,5$, $R/h = 255$ (длина оболочки увеличена в 1,35 раза). Допустимый вес транспортируемого груза в этом случае равен 40 т. В таблице сопоставляются значения коэффициента запаса k для рассматриваемых вариантов нагружения.

Таблица

	$L/R = 9,28$	$L/R = 12,5$
$P_{in} = 0$	5	2
$P_{in} = 0,1 \text{ МПа}$	8,8	4

Как видно из таблицы, увеличение длины оболочки в 1,35 раза снижает значение критической нагрузки более чем в 2 раза. С учетом данных расчетно-экспериментальных исследований [7] для цистерны с параметрами $L/R = 12,5$, $R/h = 255$ можно рекомендовать усиление конструкции (например, ребрами жесткости) для обеспечения ее устойчивости при разгрузке.

Список литературы

1. Belytschko T., Liu W.K., Moran B. Nonlinear finite elements for continua and structures. New York: John Wiley & Sons, 2000. 600 p.
2. Bathe K.-Y. Finite element procedures. New Jersey: Upper Saddle River «Prentice Hall», 1996. 1037 p.
3. Верификация конечно-элементного решения трехмерных нестационарных задач упругопластического деформирования, устойчивости и закритического поведения оболочек /

А.А. Артемьева, В.Г. Баженов, А.И. Кибец, П.В. Лаптев, Д.В. Шошин // Вычислительная механика сплошных сред. 2010. Т. 3, №2. С. 5–14.

4. Баженов В.Г., Кибец А.И., Цветкова И.Н. Численное моделирование нестационарных процессов ударного взаимодействия деформируемых элементов конструкций // Проблемы машиностроения и надежности машин. 1995. № 2. С. 20–26.

5. Шалашилин В.И., Кузнецов Е.Б. Метод продолжения решения по параметру и наилучшая параметризация в прикладной математике и механике. М.: Эдиториал УРСС, 1999.

6. Пакет прикладных программ для решения трехмерных задач нестационарного деформирования конструкций, включая массивные тела и оболочки, «Динамика-3». Сертификат соответствия Госстандарта России № РОСС RU.МЕ.20.Н00338. 2000.

7. Теоретическое и экспериментальное исследование потери устойчивости и закритического поведения тонкостенной цилиндрической оболочки при изгибе / В.Г. Баженов, А.И. Кибец, М.В. Петров, Д.В. Шошин, Т.Г. Федорова // Проблемы прочности и пластичности: Межвуз. сб. / Нижегородский ун-т. 2009. Вып. 71. С. 77–83.

FINITE-ELEMENT ANALYSIS OF THE PROBLEM OF STABILITY AND SUPERCRITICAL BEHAVIOR OF TANK-TRUCKS FOR TRANSPORTING LOOSE FREIGHTS

**V.G. Bazhenov, E.G. Gonik, A.I. Kibets, Yu.I. Kibets, E.V. Pavlenkova,
M.V. Petrov, T.G. Fyodorova**

A 3D problem of elastoplastic deformation, loss of stability and supercritical behavior of a thin-walled shell of revolution loaded in bending is considered. The shell is assumed to be filled with a loose medium. The geometrically and physically nonlinear problem is analyzed using the FEM and the cross-type explicit time-integration scheme. The critical loading value is estimated using the method of continuation along the parameter, the parameter being time. The stability and critical loading value are examined as a function of the internal pressure and length of the shell.

Keywords: cylindrical shell, loss of stability, bending, critical loading value, finite-element method.