

УДК 539.3

**ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ПОЛЕЙ НАПРЯЖЕНИЙ  
И УСТАЛОСТНОЙ ДОЛГОВЕЧНОСТИ ЭЛЕМЕНТОВ  
КОНСТРУКЦИЙ С КОНЦЕНТРАТОРАМИ  
ПРИ ЗНАКОПЕРЕМЕННОМ НАГРУЖЕНИИ\***

© 2013 г.

**И.А. Волков, А.Н. Бородой, М.Н. Ереев**

*Волжская государственная академия водного транспорта, Нижний Новгород*

*pmptmvgavt@yandex.ru*

*Поступила в редакцию 06.11.2012*

Для оценки полей напряжений и усталостной долговечности элементов конструкций с концентраторами использована модель поврежденной среды, состоящая из трех взаимосвязанных составных частей: соотношений, определяющих упругопластическое поведение материала, кинетических уравнений накопления повреждений и критерия прочности поврежденного материала. В целях качественной и количественной оценки определяющих соотношений механики поврежденной среды при малоцикловых режимах нагружения проведена оценка усталостной долговечности ресурса конструктивных элементов с вырезами при циклическом нагружении. Отмечены некоторые характерные особенности, сопровождающие процесс усталостного разрушения. Показано, что развитый вариант определяющих соотношений достоверно отражает основные эффекты усталостной долговечности материалов и конструкций.

*Ключевые слова:* напряженно-деформированное состояние, пластичность, разрушение, усталость, концентратор, накопление повреждений, долговечность, ресурс.

### **Введение**

Обоснованность оценки ресурса ответственных инженерных объектов (ядерных энергетических установок, объектов химической, газовой, нефтяной отрасли и др.) в течение длительного срока службы (40–60 лет) требует корректного учета вкладов действующих факторов в повреждение материала критических зон элементов оборудования, которые из-за специфики своего эксплуатационного нагружения определяют ресурс конструкции в целом. Поэтому при проектировании необходим тщательный анализ работоспособности элементов оборудования с выделением критических элементов и вероятности их разрушения с учетом конкретных условий работы и действующих факторов, влияющих на процессы деформирования материала и деградацию его механических характеристик. На практике с этой целью широко используются верифицированные методики расчета кинетики напряженно-деформированного состояния (НДС), зарождения и развития дефектов. Необходи-

---

\* Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 12-08-00204).

мо, однако, учитывать, что в используемых расчетных методиках неизбежно имеет место некоторая неопределенность, обусловленная неполной достоверностью используемых математических моделей, условностью учитываемых технологических дефектов и др. [1].

На практике такая неопределенность компенсируется соответствующими коэффициентами запаса прочности (консервативный подход), хотя их значения в общем случае нельзя считать обоснованными. Кроме того, необходимость увеличения срока службы оборудования приводит к необходимости дополнительно увеличивать коэффициенты запаса, следствием чего является рост материалоемкости оборудования и даже отказ от более эффективных конструктивных решений.

Создание технической системы для оперативного мониторинга ресурса оборудования предполагает формализацию оценки поврежденности конструкционного материала опасных зон и соответствующих изменений его механических характеристик. Анализ фактической эксплуатационной нагруженности ряда конструктивных элементов, расчетный анализ кинетики НДС и металлографический анализ металла в зоне образования и развития дефектов показали, что в большинстве случаев наступление предельных состояний вызвано термомеханическими циклическими нагружениями, а основным механизмом деградации конструкционных материалов являются механизмы мало- и многоциклового усталости.

В существующей инженерной практике методика расчетного анализа процессов накопления усталостных повреждений, как правило, основана на следующих положениях [1]:

- использовании условно-упругого расчета для анализа кинетики НДС;
- представлении реального одноосного процесса деформирования и накопления повреждений в виде некоторого эквивалентного процесса блочного нагружения с регулярным циклом в пределах одного блока нагружения;
- использовании в качестве критерия эквивалентности интенсивности тензоров напряжений и деформаций;
- измерении поврежденности относительным количеством отработанных циклов и использовании правила линейного суммирования повреждений.

При этом влияние фактической истории нагружения на темпы деградационных процессов обычно не учитывается.

Исходные предположения, существенно упрощающие расчетный анализ процесса накопления повреждений на стадии проектирования, в ряде случаев могут недопустимо снижать консервативные оценки усталостной долговечности. Поэтому такие подходы не могут быть использованы для оценки ресурса конструктивных элементов ответственных инженерных объектов в процессе эксплуатации. Требуются более совершенные методические подходы, позволяющие с необходимой точностью моделировать реальные физические процессы накопления повреждений и деградации материала с учетом реальной истории их нагруженности.

### **Определяющие соотношения механики поврежденной среды**

Модель поврежденной среды состоит из трех взаимосвязанных составных частей [2–7]:

- соотношений, определяющих упругопластическое поведение материала с учетом зависимости от процесса разрушения;
- эволюционных уравнений, описывающих кинетику накопления повреждений;

– критерия прочности поврежденного материала.

Определяющие соотношения термопластичности базируются на следующих основных положениях:

– тензоры деформаций  $e_{ij}$  и скоростей деформаций  $\dot{e}_{ij}$  включают упругие обратимые  $e_{ij}^e$ ,  $\dot{e}_{ij}^e$  и пластические необратимые  $e_{ij}^p$ ,  $\dot{e}_{ij}^p$  составляющие;

– начальная поверхность текучести для различных температур описывается поверхностью в форме Мизеса, эволюция изменения поверхности текучести описывается изменением ее радиуса  $C_p$  и перемещением центра поверхности текучести  $\rho_{ij}$ ;

– изменение объема тела происходит упруго;

– рассматриваются начально изотропные среды; учитывается только анизотропия, вызванная процессами пластичности.

При формулировке определяющих соотношений тензоры напряжений  $\sigma_{ij}$  и деформаций  $e_{ij}$  и их скорости разложим на шаровые  $\sigma$ ,  $\dot{\sigma}$ ,  $e$ ,  $\dot{e}$  и девиаторные  $\sigma'_{ij}$ ,  $\dot{\sigma}'_{ij}$ ,  $e'_{ij}$ ,  $\dot{e}'_{ij}$  составляющие:

$$\begin{aligned}\sigma_{ij} &= \sigma'_{ij} + \sigma \delta_{ij}, & \dot{\sigma}_{ij} &= \dot{\sigma}'_{ij} + \dot{\sigma} \delta_{ij}, & \sigma &= \sigma_{ii} / 3, \\ e_{ij} &= e'_{ij} + e \delta_{ij}, & \dot{e}_{ij} &= \dot{e}'_{ij} + \dot{e} \delta_{ij}, & e &= e_{ii} / 3,\end{aligned}$$

где  $\delta_{ij}$  – тензор Кронекера.

В упругой области связь между шаровыми и девиаторными составляющими тензоров напряжений и деформаций устанавливается с помощью закона Гука:

$$\sigma = 3K[e - \alpha(T - T_0)], \quad \sigma'_{ij} = 2Ge'_{ij}^e, \quad (1)$$

$$\dot{\sigma} = 3K[\dot{e} - \overline{(\alpha T)}] + \dot{K}\sigma / K, \quad \dot{\sigma}'_{ij} = 2Ge'_{ij}^{\dot{e}} + \dot{G}\sigma'_{ij} / G,$$

где  $T$  – температура,  $T_0$  – начальная температура,  $K(T)$  – модуль объемного сжатия,  $G(T)$  – модуль сдвига,  $\alpha(T)$  – коэффициент линейного температурного расширения материала.

Для описания эффектов монотонного и циклического деформирования в пространстве напряжений вводится поверхность текучести в форме Мизеса:

$$F_s = S_{ij}S_{ij} - C_p^2 = 0, \quad S_{ij} = \sigma'_{ij} - \rho_{ij}. \quad (2)$$

Для описания сложных циклических режимов деформирования в пространстве напряжений вводится поверхность циклической «памяти». Уравнение поверхности «памяти», позволяющее при расчетах отделить монотонные процессы деформирования от циклических, имеет вид:

$$F_p = \rho_{ij}\rho_{ij} - \rho_{\max}^2 = 0, \quad (3)$$

где  $\rho_{\max}$  – максимальный за историю нагружения модуль  $\rho_{ij}$ .

Примем, что структура эволюционного уравнения для радиуса поверхности текучести имеет вид [7]:

$$\dot{C}_p = [q_\chi H(F_p) + a(Q_s - C_p)\Gamma(F_p)]\dot{\chi} + q_3\dot{T}, \quad (4)$$

$$C_p = C_p^0 + \int_0^t \dot{C}_p dt, \quad \dot{\chi} = \left( \frac{2}{3} \dot{e}'_{ij} \dot{e}'_{ij} \right)^{1/2}, \quad \chi_m = \int_0^t \dot{\chi} H(F_p) dt, \quad \chi = \int_0^t \dot{\chi} dt, \quad (5)$$

$$q_\chi = \frac{q_2 A \psi_1 + (1-A)q_1}{A \psi_1 + (1-A)}, \quad Q_s = \frac{Q_2 A \psi_2 + (1-A)Q_1}{A \psi_2 + (1-A)}, \quad 0 \leq \psi_i \leq 1, \quad i = 1, 2,$$

$$A = 1 - \cos^2 \theta, \quad \cos \theta = n_{ij}^e n_{ij}^s, \quad n_{ij}^e = \frac{\dot{e}'_{ij}}{(\dot{e}'_{ij} \dot{e}'_{ij})^{1/2}}, \quad n_{ij}^s = \frac{S_{ij}}{(S_{ij} S_{ij})^{1/2}},$$

$$H(F_\rho) = \begin{cases} 1, F_\rho = 0 \wedge \rho_{ij} \dot{\rho}_{ij} > 0 \\ 0, F_\rho < 0 \vee \rho_{ij} \dot{\rho}_{ij} \leq 0 \end{cases}, \quad \Gamma(F_\rho) = 1 - H(F_\rho). \quad (6)$$

Здесь  $q_1, q_2, q_3$  – модули изотропного упрочнения;  $Q_1$  и  $Q_2$  – модули циклического изотропного упрочнения;  $a$  – постоянная, определяющая скорость процесса стационарирования петли гистерезиса циклического деформирования материала;  $Q_s$  – стационарное значение радиуса поверхности текучести при данных  $\rho_{\max}$  и  $T$ ;  $C_p^0$  – начальное значение радиуса поверхности текучести.

Уравнение для смещения центра поверхности текучести основано на гипотезе А.А. Ильюшина, заключающейся в том, что упрочнение зависит от истории деформирования лишь на некоторой ближайшей части траектории (запаздывание векторных свойств):

$$\dot{\rho}_{ij} = g_1 \dot{e}_{ij}^p - g_2 \rho_{ij} \dot{\chi} - g_3 \rho_{ij} \dot{T}, \quad \rho_{ij} = \int_0^t \dot{\rho}_{ij} dt, \quad (7)$$

где модули анизотропного упрочнения  $g_1 > 0$ ,  $g_2 > 0$  и  $g_3 > 0$ .

Для описания эволюции поверхности «памяти» необходимо сформулировать эволюционное уравнение для  $\rho_{\max}$ :

$$\dot{\rho}_{\max} = \frac{(\rho_{ij} \dot{\rho}_{ij}) H(F_\rho)}{(\rho_{mn} \rho_{mn})^{1/2}} - g_2 \rho_{\max} \dot{\chi} - g_3 \rho_{\max} \dot{T}. \quad (8)$$

Соотношения (3)–(6) и (8) определяют изменения радиуса поверхности текучести и позволяют автоматически отделить циклическое нагружение от монотонного с помощью операторов  $H(F_\rho)$  и  $\Gamma(F_\rho)$ .

Постулируем, что структура эволюционного уравнения накопления повреждений при малоциклового усталости имеет вид [6]:

$$\dot{\omega} = \frac{\alpha + 1}{r + 1} f(\beta) Z^\alpha (1 - \omega)^{-r} \langle \dot{Z} \rangle, \quad (9)$$

$$Z = \frac{W - W_a}{W_f - W_a}, \quad \langle \dot{Z} \rangle = \begin{cases} \dot{Z} & \text{при } \dot{Z} > 0, \\ 0 & \text{при } \dot{Z} \leq 0, \end{cases} \quad (10)$$

$$\langle \dot{Z} \rangle = \frac{\langle \dot{W} \rangle}{W_f - W_a}, \quad \dot{W} = \rho_{ij}^p \dot{e}_{ij}^p, \quad (11)$$

$$f(\beta) = \exp(-k\beta). \quad (12)$$

В формулах (9)–(12) используются обозначения:  $\alpha, r, k$  – материальные параметры, зависящие от температуры  $T$ ;  $f(\beta)$  – функция параметра объемности напряженного состояния  $\beta = \sigma/\sigma_u$ ;  $W = \int_0^t \dot{W} dt$  – энергия, идущая на образование рассеянных усталостных повреждений при МЦУ;  $W_a$  – значение  $W$  в конце фазы зарож-

дения микродефектов при МЦУ;  $W_f$  – значение энергии, соответствующей образованию макроскопической трещины.

Интегрируя уравнение (9) для некоторого заданного процесса нагружения и изменения температуры  $T$ , получим:

$$\omega = 1 - [1 - Y^{\alpha+1}]^{1/(r+1)}, \quad (13)$$

$$Y = LZ, \quad L = \left[ (\alpha + 1) \int_0^Z f(\beta) Z^\alpha \frac{\langle dZ \rangle}{Z^{\alpha+1}} \right]^{1/(\alpha+1)}. \quad (14)$$

В качестве критерия окончания фазы развития рассеянных микроповреждений (стадии образования макротрещины) принимается условие потери устойчивости процесса накопления повреждений: производная  $\partial\omega/\partial Y$  достигает своего критического значения:

$$\frac{\partial\omega}{\partial Y} = \left( \frac{\partial\omega}{\partial Y} \right)_f. \quad (15)$$

В настоящей статье этот вариант определяющих соотношений механики поврежденной среды (МПС) используется для оценки полей напряжений и усталостной долговечности элементов конструкций с концентраторами при МЦУ.

### Численные результаты

1. С использованием определяющих соотношений МПС численно решена задача усталостной долговечности полосы с круглым отверстием при знакопеременном нагружении [8]. На концах полосы приложено осевое усилие, циклически изменяющееся между максимальным и минимальным значениями с постоянной амплитудой (рис. 1). Расчет усталостной долговечности полосы с учетом упругопластического поведения материала был проведен методом конечных элементов (МКЭ) [1]. Расчеты проводились для трех вариантов циклического нагружения, в которых максимальные и минимальные нагрузки цикла (кН) имели следующие значения: цикл А – (20, -20), цикл В – (20, 10), цикл С – (20, 0).

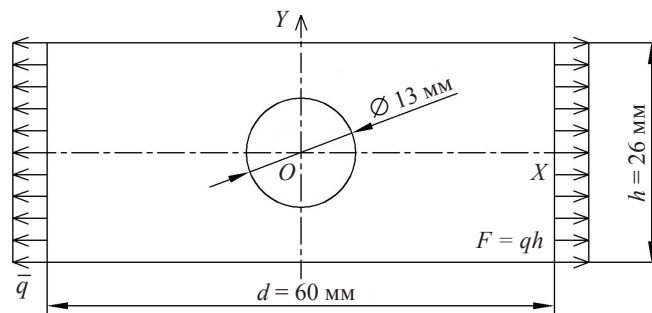


Рис. 1

С целью более точного определения НДС проводилось сгущение конечно-элементной (КЭ) сетки в наиболее опасных зонах, где процессы повреждения проходили с наиболее высокими темпами. Физико-механические характеристики нержавеющей стали 304 (аналог одной из отечественных нержавеющих сталей) и материальные параметры модели термопластичности приведены в таблицах 1–4.

Таблица 1

**Физико-механические характеристики и параметры модели**

$K$ , МПа	$G$ , МПа	$E$ , МПа	$\alpha$ , 1/град	$C_p^0$ , МПа	$g_1$ , МПа	$g_2$ , МПа
172920	78700	205000	0,0000166	250	35000	350

Таблица 2

**Модуль монотонного упрочнения  $q_\chi$** 

$\chi_m$	0	0,003	0,006	0,009	0,012	0,015	0,018	0,021	0,4
$q_\chi$ , МПа	-17000	-4000	1300	1300	1185	1159	1117	1107	0

Таблица 3

**Модуль циклического упрочнения  $Q_1$** 

$\rho_{\max}$ , МПа	0	20	30	40	50	60	80	100
$Q_1$ , МПа	184	173	171	169	174	183	217	270

Таблица 4

**Работа разрушения  $W_a = W_a(\rho_{\max})$  стали 304**  
**при  $T = 20^\circ\text{C}$ ,  $W_f = 3685 \text{ МДж/м}^3$ ,  $\alpha = 1$ ,  $k = 1$ ,  $r = 0,3$**

$\rho_{\max}$ , МПа	0	15	30	41	51	65	69	72	74	76	78
$W_a$ , МДж/м <sup>3</sup>	1270	1270	1270	1270	1230	1046	945	492	202	66	0

Для проведения упругопластических расчетов каждый блок нагружения разбивался на  $n$  временных шагов (этапов нагружения)  $\Delta t = t_{n+1} - t_n$ ,  $n = 1, 2, 3, \dots$ , и для каждого этапа решалась нелинейная задача определения напряжений, полных и пластических деформаций для заданных приращений нагрузки на данном временном этапе. Достаточная сходимость решения и точность расчетных значений напряжений и деформаций достигается выбором величины  $\Delta t$ .

На рис. 2 приведены изолинии интенсивности пластических деформаций (границы зон пластических деформаций) в конце тринадцатого этапа нагружения ( $n = 13$ ) для режима нагружения по типу А.

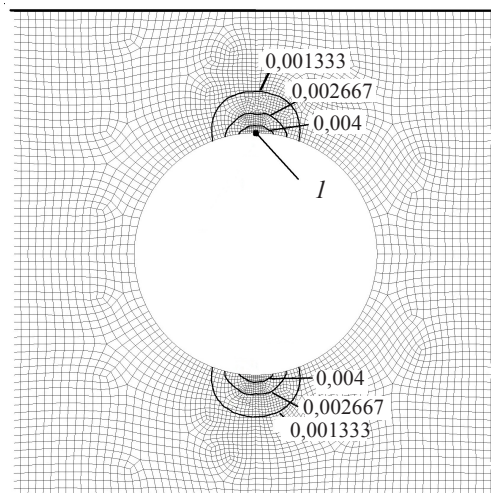


Рис. 2

Максимальное значение  $e_u^p$  наблюдается в точке  $I$  (наиболее нагруженная зона),

где процессы поврежденности происходят наиболее интенсивно. Аналогичные закономерности наблюдались для режимов нагружения В и С.

На рис. 3а–в для наиболее нагруженной зоны (точка 1 на рис. 2) показаны петли гистерезиса для осевого напряжения  $\sigma_{xx}$  и осевой деформации  $e_{xx}$ , рассчитанные для трех вышеуказанных режимов нагружения (типы А, В, С) соответственно (сплошной линией отмечены численные результаты, полученные с использованием определяющих соотношений термопластичности [1–10], а штриховой – численные результаты, полученные с использованием определяющих соотношений [8] циклического упругопластического деформирования материала).

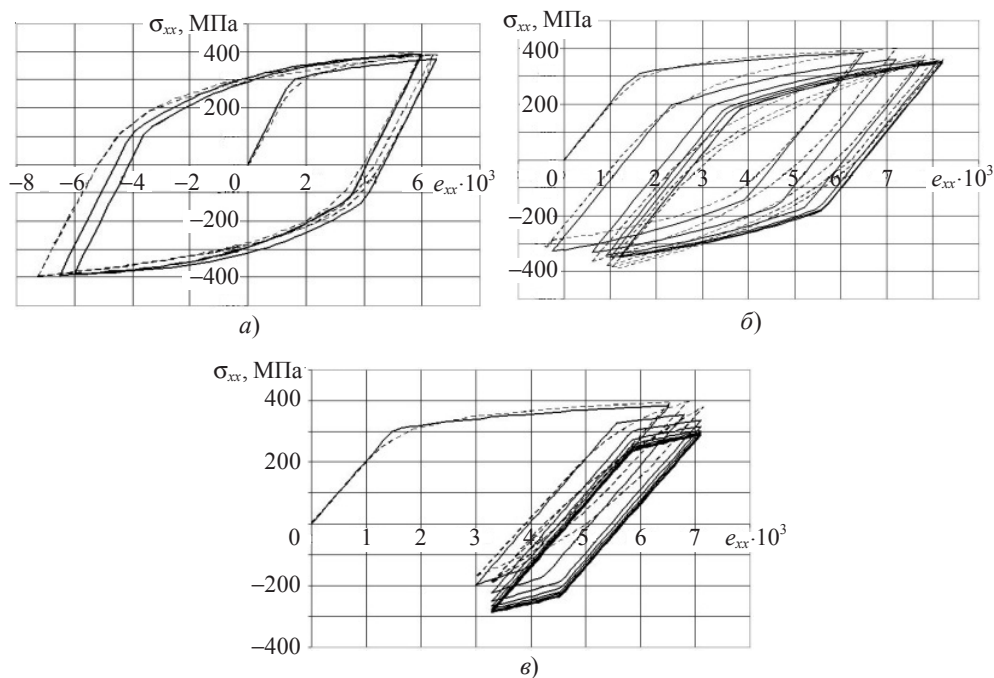


Рис. 3

Видно качественное и количественное совпадение результатов. С увеличением числа циклов нагружения амплитуда напряжений снижается и в дальнейшем стабилизируется. При циклах нагружения по типу В и отчасти по типу С наблюдается одностороннее накопление деформации. При циклическом нагружении по типу В среднее значение напряжений  $\sigma_{xx}$  в точке 1 стремится к нулю, несмотря на то, что среднее значение циклической нагрузки, приложенной к концам полосы, не равно нулю. При циклическом нагружении по типу С осевое напряжение  $\sigma_{xx}$  в точке 1 имеет отрицательное значение, тогда как для цикла внешнего нагружения полосы сжимающие нагрузки отсутствуют. Эти особенности задачи характерны для малоциклового нагружения.

При циклическом нагружении по типу А наблюдается небольшое изотропное упрочнение.

При циклическом нагружении по типу В быстро возрастает сжимающее напряжение и постепенно падает растягивающее, так что при увеличении числа циклов нагружения отношение этих напряжений стремится к единице.

При циклическом нагружении по типу С наблюдается незначительное измене-

ние напряжений и отношение сжимающего напряжения к растягивающему сохраняется равным начальному значению – 1/2.

На рис. 4а–в для трех вышеперечисленных циклических режимов нагружения (типы А, В и С) показаны законы распределения осевой деформации  $e_{xx}$  по сечениям  $x = 0$  и  $x = 8$  мм соответственно в конце первого и тринадцатого циклов нагружения (сплошной линией показаны численные результаты, полученные авторами, а штриховой – опытные данные [8]). Видно качественное и количественное совпадение результатов.

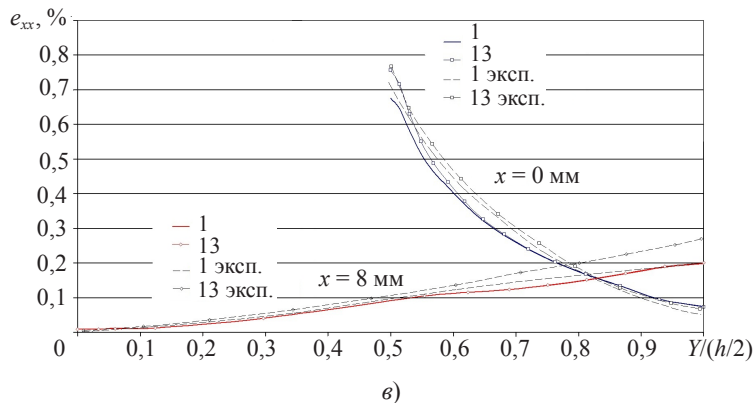
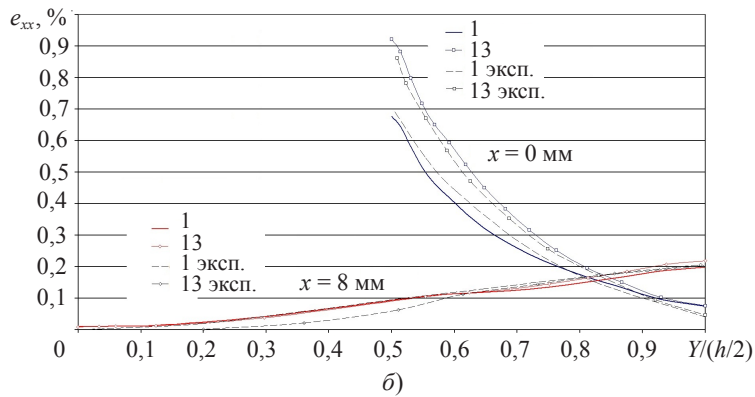
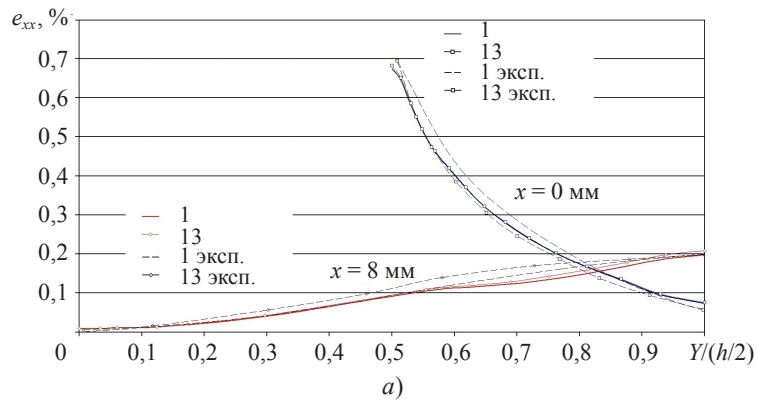


Рис. 4



При циклическом нагружении по типу А в поперечном сечении ( $x = 0$ ) наблюдается снижение деформации  $e_{xx}$  вследствие циклического упрочнения материала, тогда как при циклическом нагружении по типу В и типу С происходит увеличение деформации в окрестности отверстия (точка 1 на рис. 2) вследствие ее одностороннего роста. На рис. 5а–в показан закон распределения осевого напряжения по сечениям  $x = 0$  и  $x = 8$  мм для трех циклических режимов нагружения (А, В и С) соответственно в конце первого и тринадцатого циклов нагружения (сплошной линией показаны полученные численные результаты, а штриховой – опытные данные [8]). Жирной линией на этих рисунках показаны средние осевые напряжения  $\sigma_{xx}$  в обоих поперечных сечениях.

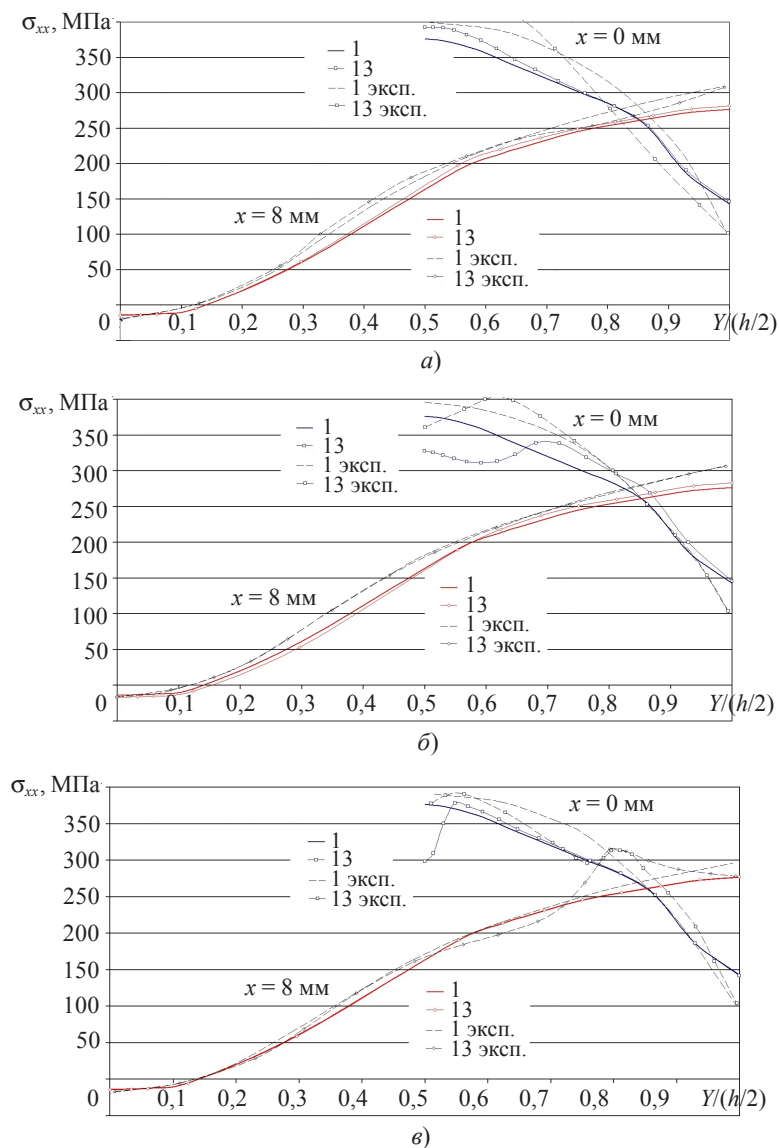


Рис. 5

В поперечном сечении на расстоянии  $x = 8$  мм распределение осевого напряже-

ния  $\sigma_{xx}$  для циклического нагружения по типу А и типу В не зависит от числа циклов нагружения и незначительно отличается от напряжения в случае нагружения по типу С. В поперечном сечении у основания отверстия ( $x = 0$ ) максимальное осевое напряжение  $\sigma_{xx}$  смещается внутрь материала (рис. 5в) от основания отверстия.

Интегрирование определяющих соотношений МПС (1)–(15) в точке  $I$  материала позволяет прогнозировать усталостную долговечность конструкции. На рис. 6 приведена зависимость величины поврежденности от числа циклов нагружения для трех вышеперечисленных режимов нагружения. Видно, что при циклическом нагружении по типу А число циклов до разрушения  $N_f = 1669$ , при нагружении по типу В –  $N_f = 6560$ , а при нагружении по типу С –  $N_f = 16485$ .

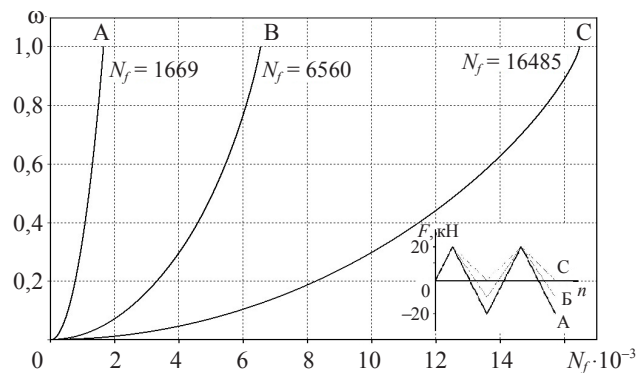


Рис. 6

2. Численно решена задача усталостной долговечности полосы с центральной трещиной при циклическом нагружении. Параметры материала и размеры полосы, а также варианты циклического нагружения были взяты из предыдущей задачи (начальная длина трещины равнялась диаметру отверстия).

На рис. 7 для режима нагружения по типу А приведены изолинии интенсивности пластических деформаций  $e_u^p$  в конце тринадцатого этапа нагружения.

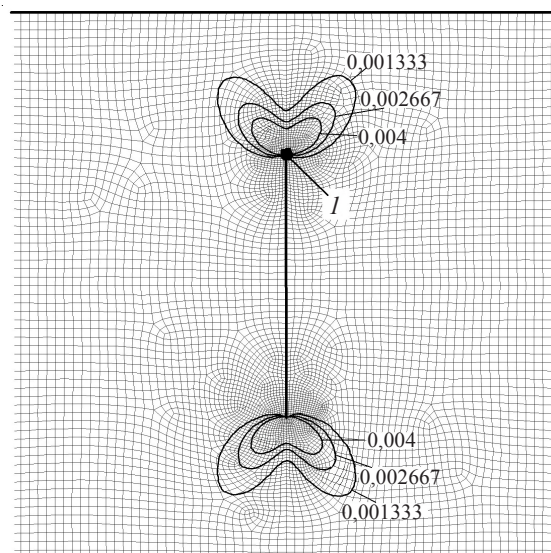


Рис. 7

Максимальное значение  $e_u^p$  находится в точке  $I$  (см. рис. 7), это наиболее нагруженная зона. Аналогичные закономерности наблюдаются для режимов В и С. Интегрирование определяющих соотношений МПС (1)–(15) в данной точке материала позволяет прогнозировать усталостную долговечность конструкции.

На рис. 8 для точки  $I$  представлена зависимость величины поврежденности от числа циклов до разрушения для трех вышеперечисленных вариантов расчета. Видно, что усталостная долговечность полосы в данном случае существенно ниже, чем в первом примере. Так, при циклическом нагружении по типу А число циклов до разрушения  $N_f = 469$ , при нагружении по типу В –  $N_f = 1621$ , а при нагружении по типу С –  $N_f = 10125$ .

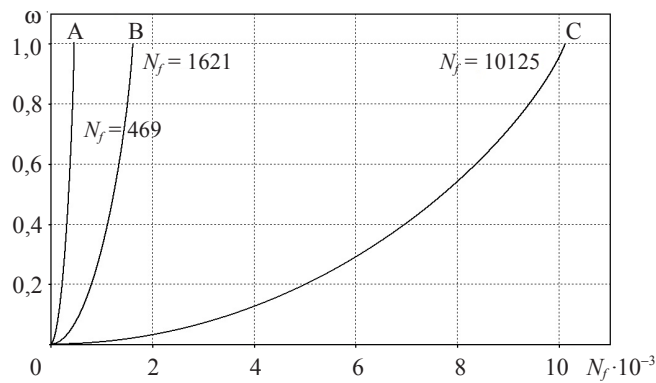


Рис. 8

3. Решена задача усталостной долговечности полос с трещиной, наклоненной под углом  $45^\circ$  к центральной оси пластины.

На рис. 9 для режима нагружения по типу А приведены изолинии интенсивности пластических деформаций в конце тринадцатого этапа нагружения.

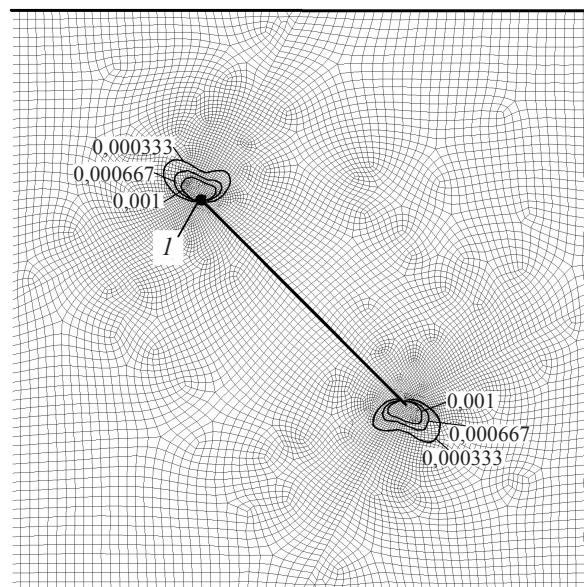


Рис. 9

На рис. 10 для точки *I* приведены траектории пластических деформаций, которые показывают наличие вращения главных площадок тензоров (непропорциональность изменения компонент тензоров напряжений и деформаций) и несоосность тензоров напряжений, полных и пластических деформаций.

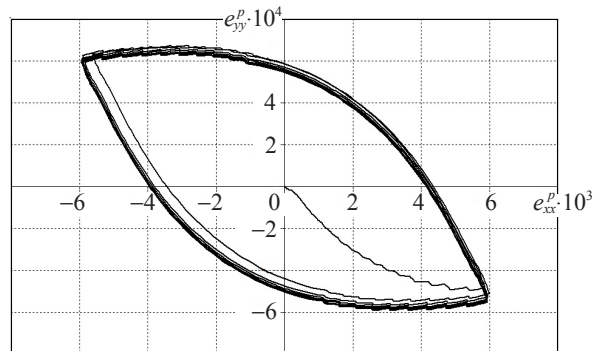


Рис. 10

На рис. 11 для точки *I* представлена зависимость величины поврежденности от числа циклов до разрушения для трех вариантов расчета. Видно, что в этом случае усталостная долговечность полосы меньше, чем в первом рассмотренном примере, но больше, чем во втором. Так, при циклическом нагружении по типу А число циклов до разрушения  $N_f = 1418$ , при нагружении по типу В –  $N_f = 4339$ , а при нагружении по типу С –  $N_f = 10934$ .

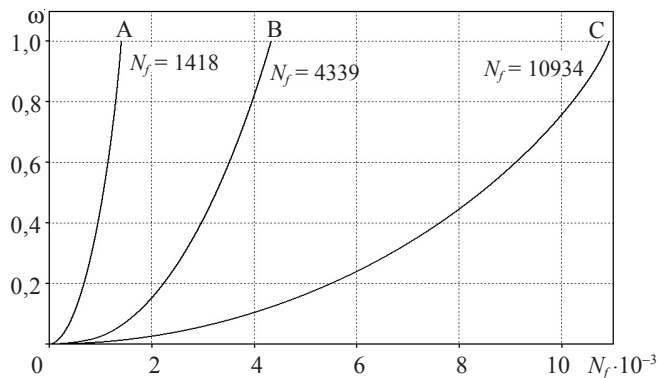


Рис. 11

Таким образом, проведенные численные исследования и их сравнения с опытными данными показали, что используемый подход позволяет проводить оценку полей напряжений и оценку усталостной долговечности опасных зон элементов конструкций с концентраторами при малоцикловом нагружении.

### Заключение

С использованием определяющих соотношений МПС проведен анализ численного моделирования процессов циклического упругопластического деформирования и усталостной долговечности элементов конструкций с концентраторами. Полученные результаты сравнивались с данными натурных экспериментов. Численное решение задач позволило выявить новые качественные и количественные осо-

бенности усталостного разрушения таких конструкций.

Показано, что использованный подход позволяет качественно, а в большинстве случаев и количественно проводить оценку полей напряжений, деформаций и повреждений опасных зон элементов конструкций с концентраторами при малоцикловом нагружении и в ряде случаев прогнозировать траекторию и «внутреннее время» развития трещин до критических размеров [9–11].

#### Список литературы

1. Методы обоснования ресурса ядерных энергетических установок / А.Ф. Митенков, В.Б. Кайдалов, Ю.Г. Коротких и др. М.: Машиностроение, 2007. 448 с.
2. Волков И.А., Коротких Ю.Г. Уравнение состояния вязкоупругопластических сред с повреждениями. М.: Физматлит, 2008. 424 с.
3. Волков И.А., Коротких Ю.Г., Тарасов И.С. Моделирование сложного пластического деформирования и разрушения металлов при одноосном непропорциональном нагружении // Прикладная механика и техническая физика. 2009. №5. С. 193–205.
4. Волков И.А., Коротких Ю.Г., Тарасов И.С. Численное моделирование накопления повреждений при сложном пластическом деформировании // Вычислительная механика сплошных сред. 2009. Т. 2. № 1. С. 193–205.
5. Модель поврежденной среды для оценки долговечности конструкций при совместном действии механизмов мало- и многоциклового усталости / И.А. Волков, М.Н. Ереев, Ю.Г. Коротких, И.С. Тарасов // Вычислительная механика сплошных сред. 2012. Т. 5, №1. С. 54–60.
6. Обоснование применимости эволюционного уравнения накопления повреждений для оценки малоциклового усталости металлов / Ю.Г. Коротких, И.А. Волков, И.С. Тарасов, М.Н. Фомин // Проблемы прочности и пластичности: Межвуз. сб. / Нижегород. ун-т. 2010. Вып. 72. С. 46–56.
7. Коротких Ю.Г., Волков И.А., Тарасов И.С. Исследование процессов сложного пластического деформирования материалов по плоским траекториям переменной кривизны // Проблемы прочности и пластичности: Межвуз. сб. / Нижегород. ун-т. 2007. Вып. 69. С. 79–89.
8. Исикава Х.И., Сасаки К. Численный расчет полосы с отверстием при циклическом нагружении // Современное машиностроение. 1991. Сер. Б. 4. С. 50–56.
9. Королев И.К., Петин С.В., Фрейдлин А.Б. Численное моделирование накопления повреждений и развития усталостной трещины в упругих материалах // Вычислительная механика сплошных сред. 2009. Т. 2, №3. С. 34–43.
10. Glinka G. A cumulative model of fatigue crack growth // Int. Journal of Fatigue. 1982. V. 4, No 2. P. 59–67.
11. Ellyin F., Fakinlede C.O. Probabilistic simulation of fatigue crack growth by damage accumulation // Engineering Fracture Mechanics. 1985. V. 22, No 4. P. 697–712.

#### NUMERICALLY ANALYZING STRESS FIELDS AND FATIGUE LIFE OF STRUCTURAL ELEMENTS WITH CONCENTRATORS UNDER ALTERNATE LOADING

I.A. Volkov, A.N. Borodoy, M.N. Ereev

To evaluate stress fields and fatigue life of structural elements with concentrators, a damaged medium model is used that consists of three interconnected components: relations determining the elastoplastic behavior of materials, kinetic equations of damage accumulation and strength criteria of the damaged material. To qualitatively and quantitatively assess the determining relations of damaged medium mechanics for low-cycle loading regimes, fatigue life of notched structural elements under cyclic loading is evaluated. Certain characteristic features accompanying the fatigue

failure process are noted. The developed version of the determining relations is shown to adequately describe the main fatigue life effects of materials and structures.

*Keywords:* stressed-strained state, plasticity, failure, fatigue, concentrator, damage accumulation, service life, resource.