УДК 539.3

ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ СТРУКТУРЫ АРМИРОВАНИЯ НА ДИНАМИЧЕСКОЕ ПОВЕДЕНИЕ КОМПОЗИТНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК ПРИ ВЗРЫВНОМ НАГРУЖЕНИИ*)

Н.А. Абросимов, А.В. Елесин

НИИ механики Нижегородского госуниверситета им. Н.И. Лобачевского

abrosimov@mech.unn.ru

Поступила в редакцию 27.09.2012

Рассматривается методика численного анализа влияния углов армирования и схемы чередования слоев на максимальные окружные деформации слоистых композитных цилиндрических оболочек, нагруженных однократным импульсом внутреннего давления.

Ключевые слова: композитные материалы, импульсное нагружение, численные методы.

Введение

Композитные материалы на основе высокомодульных волокон находят широкое применение при создании защитных силовых конструкций, обеспечивающих локализацию продуктов взрыва [1]. Использование композитных материалов позволяет создавать конструкции, обладающие рядом преимуществ (меньшей массой, повышенной трещиностойкостью, некатастрофическим характером разрушения, отсутствием сильных масштабных эффектов) по сравнению с аналогами, выполненными из традиционных гомогенных материалов. Экспериментально установлена [2] существенная зависимость локальных напряжений и деформаций в слоях от различной ориентации силовых волокон на уровне слоя в сложном слоистом пакете. При этом возникает задача поиска такой структуры слоистого пакета (углов армирования и схемы чередования), которая позволила бы наиболее полно использовать высокие жесткостные и прочностные характеристики композитных материалов при растяжении вдоль силовых волокон.

Цель данной работы – численный анализ влияния углов армирования и схемы чередования слоев на максимальные окружные деформации слоистых стеклопластиковых цилиндрических оболочек со свободными торцами, нагруженных однократным импульсом внутреннего давления от взрыва в центре оболочки сферического заряда взрывчатого вещества (ВВ).

*) Работа выполнена при частичном финансировании Программой государственной поддержки ведущих научных школ РФ (грант НШ-2843.2012.8).

1. Постановка и метод решения задачи

Цилиндрическую оболочку длиной L и радиусом R отнесем к системе координат α_i $(i=\overline{1,3})$: α_1 направлена вдоль образующей, α_2 – по окружности, α_3 – по внешней нормали к внутренней поверхности. При этом коэффициенты первой квадратичной формы и главные кривизны будут такими: $A_1 = A_2 = 1$, $k_1 = 0$, $k_2 = 1/R$.

При построении геометрических зависимостей будем исходить из соотношений квадратичного варианта нелинейной теории упругости [3], которые с учетом недеформируемости материала пластины в направлении координаты α_3 и осреднения деформаций сдвига по толщине пластины можно представить в виде:

$$
\begin{gathered}
e_{11} = \frac{1}{Z_1}\left[\varepsilon_{11} + \frac{\varepsilon_{13}^2}{2} + \alpha_3\kappa_{11}\right], \quad e_{13} = \frac{1}{Z_1}(\varphi_1 + \varepsilon_{13}), \quad (1 \Leftrightarrow 2), \\
e_{12} = \frac{1}{Z_1}\varepsilon_{12} + \frac{1}{Z_2}\varepsilon_{21} + \frac{Z_1 + Z_2}{2Z_1Z_2}\varepsilon_{13}\varepsilon_{23} + \alpha_3\left(\frac{1}{Z_1}\kappa_{12} + \frac{1}{Z_2}\kappa_{21}\right),
\end{gathered} \tag{1}
$$

где

$$
\varepsilon_{11} = \frac{\partial U_1}{\partial a_1}, \quad \varepsilon_{22} = \frac{\partial U_2}{\partial \alpha_2} + k_2 U_3, \quad \varepsilon_{12} = \frac{\partial U_2}{\partial \alpha_1}, \quad \varepsilon_{21} = \frac{\partial U_1}{\partial \alpha_2}, \quad \varepsilon_{13} = \frac{\partial U_3}{\partial \alpha_1}, \quad \varepsilon_{23} = \frac{\partial U_3}{\partial \alpha_2} - k_2 U_2,
$$

$$
\kappa_{11} = \frac{\partial \varphi_1}{\partial \alpha_1}, \quad \kappa_{22} = \frac{\partial \varphi_2}{\partial \alpha_2}, \quad \kappa_{12} = \frac{\partial \varphi_2}{\partial \alpha_1}, \quad \kappa_{21} = \frac{\partial \varphi_1}{\partial \alpha_2},
$$

$$
Z_1 = 1, \quad Z_2 = 1 + k_2\alpha_3;
$$

$U_i(\alpha_1, \alpha_2)$ $(i = \overline{1,3})$ – перемещения точек внутренней поверхности в направлениях α_i; φ_j ($j = 1, 2$) – углы поворота нормали к внутренней поверхности.

Соотношения упругости композитной слоистой оболочки устанавливаются на основе метода эффективных модулей и закона Гука с учетом ступенчатого изменения жесткостных характеристик по толщине оболочки. При этом для описания напряженного состояния композитных оболочек более естественной является формулировка определяющих соотношений посредством введения обобщенных силовых факторов – усилий и моментов

$$
(N_{11}, N_{12}, M_{11}, M_{12}, Q_1) = \int_0^h (\sigma_{11}, \sigma_{12}, \alpha_3\sigma_{11}, \alpha_3\sigma_{12}, \sigma_{13}) Z_2 d\alpha_3, \quad (1 \Leftrightarrow 2), \tag{2}
$$

где h – толщина оболочки.

Из (2) получаем выражения для физических соотношений в виде [4, 5]:

$$
\begin{gathered}
N_{11} = B_{11}\bar{\varepsilon}_{11} + B_{12}\bar{\varepsilon}_{22} + C_{11}\kappa_{11} + C_{12}\kappa_{22}, \\
N_{12} = B_{33}^{11}\bar{\varepsilon}_{12} + B_{33}^{12}\bar{\varepsilon}_{21} + C_{33}^{11}\kappa_{12} + C_{33}^{12}\kappa_{21}, \\
M_{11} = C_{11}\bar{\varepsilon}_{11} + C_{12}\bar{\varepsilon}_{22} + D_{11}\kappa_{11} + D_{12}\kappa_{22}, \quad (1 \Leftrightarrow 2), \\
M_{12} = C_{33}^{11}\bar{\varepsilon}_{12} + C_{33}^{12}\bar{\varepsilon}_{21} + D_{33}^{11}\kappa_{12} + D_{33}^{12}\kappa_{21}, \\
Q_1 = K_1(\varepsilon_{13} + \varphi_1),
\end{gathered} \tag{3}
$$

где

$$
\bar{\varepsilon}_{11} = \varepsilon_{11} + \varepsilon_{13}^2/2; \quad \bar{\varepsilon}_{12} = \varepsilon_{12} + \varepsilon_{13}\varepsilon_{23}/2,
$$

$$B_{jj}=I_{jj}^{(0)},\quad B_{12}=B_{21}=J_{12}^{(0)},\quad C_{jj}=I_{jj}^{(1)},\quad C_{12}=C_{21}=J_{12}^{(1)},$$

$$B_{33}^{jj}=I_{33,jj}^{(0)},\quad B_{33}^{12}=B_{33}^{21}=J_{33}^{(0)},\quad C_{33}^{jj}=I_{33,jj}^{(1)},\quad C_{33}^{12}=C_{33}^{21}=J_{33}^{(1)},$$

$$D_{jj}=I_{jj}^{(2)},\quad D_{12}=D_{21}=J_{12}^{(2)},\quad D_{33}^{jj}=I_{33,jj}^{(2)},\quad D_{33}^{12}=D_{33}^{21}=J_{33}^{(2)},$$

$$K_j=h^2\left[\sum_{\kappa=1}^{K}\frac{H_j^{(\kappa)}h_\kappa}{G_{j3}^{(\kappa)}}\right]^{-1},\quad H_1^{(\kappa)}=\frac{1+\bar{h}_\kappa k_1}{1+\bar{h}_\kappa k_2},\quad (1\Leftrightarrow 2)\quad (j=1,2),$$

$$h_\kappa=z_\kappa-z_{\kappa-1},\quad \bar{h}_\kappa=(z_\kappa+z_{\kappa-1})/2,$$

$$I_{11}^{(i)}=\frac{1}{i+1}\sum_{\kappa=1}^{K}A_{11}^{(\kappa)}H_2^{(\kappa)}(z_\kappa^{i+1}-z_{\kappa-1}^{i+1})\quad (i=0,1,2),\quad (1\Leftrightarrow 2),$$

$$I_{33,11}^{(i)}=\frac{1}{i+1}\sum_{\kappa=1}^{K}A_{33}^{(\kappa)}H_2^{(\kappa)}(z_\kappa^{i+1}-z_{\kappa-1}^{i+1}),$$

$$J_{12}^{(i)}=\frac{1}{i+1}\sum_{\kappa=1}^{K}A_{12}^{(\kappa)}(z_\kappa^{i+1}-z_{\kappa-1}^{i+1}),$$

$$J_{33}^{(i)}=\frac{1}{i+1}\sum_{\kappa=1}^{K}A_{33}^{(\kappa)}(z_\kappa^{i+1}-z_{\kappa-1}^{i+1})\quad (i=0,1,2),$$

$A_{ij}^{(\kappa)}$, $G_{j3}^{(\kappa)}$ – эффективные жесткостные характеристики слоя; z_κ – координаты слоев, отсчитываемые от внутренней поверхности оболочки.

Вывод уравнений движения композитной цилиндрической оболочки базируется на принципе возможных перемещений [6], который для оболочки со свободными торцами может быть записан в виде

$$\begin{aligned}
&\iint_F\Bigg[N_{11}\frac{\partial(\delta U_1)}{\partial\alpha_1}+N_{21}\frac{\partial(\delta U_1)}{\partial\alpha_2}+N_{22}\frac{\partial(\delta U_2)}{\partial\alpha_2}+N_{12}\frac{\partial(\delta U_2)}{\partial\alpha_1}-\\
&-(Q_2+N_{22}\varepsilon_{23}+N_{21}\varepsilon_{13})k_2\delta U_2+(Q_1+N_{12}\varepsilon_{23}+N_{11}\varepsilon_{13})\frac{\partial(\delta U_3)}{\partial\alpha_1}+\\
&+(Q_2+N_{21}\varepsilon_{13}+N_{22}\varepsilon_{23})\frac{\partial(\delta U_3)}{\partial\alpha_2}+N_{22}k_2\delta U_3+M_{11}\frac{\partial(\delta\varphi_1)}{\partial\alpha_1}+M_{21}\frac{\partial(\delta\varphi_1)}{\partial\alpha_2}+Q_1\delta\varphi_1+\\
&+M_{22}\frac{\partial(\delta\varphi_2)}{\partial\alpha_2}+M_{12}\frac{\partial(\delta\varphi_2)}{\partial\alpha_1}+Q_2\delta\varphi_2\Bigg]d\alpha_1 d\alpha_2+\\
&+\iint_F\Big[\big(\bar{B}_{11}\ddot{U}_1+\bar{B}_{12}\ddot{\varphi}_1\big)\delta U_1+\big(\bar{B}_{11}\ddot{U}_2+\bar{B}_{12}\ddot{\varphi}_2\big)\delta U_2+\bar{B}_{11}\ddot{U}_3\delta U_3+\\
&+\big(\bar{B}_{22}\ddot{\varphi}_1+\bar{B}_{21}\ddot{U}_1\big)\delta\varphi_1+\big(\bar{B}_{22}\ddot{\varphi}_2+\bar{B}_{21}\ddot{U}_2\big)\delta\varphi_2\Big]d\alpha_1 d\alpha_2-\iint_F\sum_{i=1,3}P_i\,\delta U_i\,d\alpha_1 d\alpha_2=0,
\end{aligned}\tag{4}$$

где

$$\bar{B}_{11}=\rho(h+k_2h^2/2);\quad \bar{B}_{22}=\rho(h^3/3+k_2h^4/4);\quad \bar{B}_{12}=\bar{B}_{21}=\rho(h^2/2+k_2h^3/3);$$

$P_i\ (i=1,3)$ – компоненты внешней нагрузки по направлениям координатных осей α_i; ρ – плотность материала оболочки; точка над буквой означает производную по времени.

Применяя к (4) известную процедуру преобразования интегралов, получим систему уравнений движения композитной цилиндрической оболочки

$$L_1(N)+P_1=\overline{B}_{11}\ddot{U}_1+\overline{B}_{12}\ddot{\varphi}_1,\quad L_2(N)+Q_{22}k_2+P_2=\overline{B}_{11}\ddot{U}_2+\overline{B}_{12}\ddot{\varphi}_2,$$
$$L_1(M)-Q_1=\overline{B}_{22}\ddot{\varphi}_1+\overline{B}_{21}\ddot{U}_1,\quad L_2(M)-Q_2=\overline{B}_{22}\ddot{\varphi}_2+\overline{B}_{21}\ddot{U}_2,$$
$$L_1(T)=\frac{\partial T_{11}}{\partial\alpha_1}+\frac{\partial T_{21}}{\partial\alpha_2}, \tag{5}$$
$$\frac{\partial Q_{11}}{\partial\alpha_1}+\frac{\partial Q_{22}}{\partial\alpha_2}-k_2N_{22}+P_3=\overline{B}_{11}\ddot{U}_3,\quad Q_{11}=Q_1+N_{11}\varepsilon_{13}+N_{12}\varepsilon_{23},\ (1\Leftrightarrow 2)$$

и естественные граничные условия на контурных линиях

$$N_{11}=0,\quad N_{21}=0,\quad Q_{11}=0,\quad M_{11}=0,\quad M_{21}=0. \tag{6}$$

Дополняя соотношения (1)–(6) необходимым числом начальных условий, получим полную систему уравнений для анализа нелинейных процессов деформации композитных цилиндрических оболочек при неосесимметричных импульсных воздействиях.

Численный метод решения сформулированной начально-краевой задачи основывается на явной вариационно-разностной схеме [5].

2. Результаты решения задачи

Для верификации рассматриваемой методики было проведено сравнение численных расчетов с экспериментальными данными [2] по однократному нагружению изнутри цилиндрической оболочки импульсом давления, вызванным подрывом в ее геометрическом центре заряда ВВ массой m = 0,135 кг. В расчетах импульс давления задавался с помощью эмпирической зависимости

$$P_3(\alpha_1,t)=\begin{cases}0{,}35mq/l^3 \text{ при } t\le 0{,}35l/\sqrt{q},\\ 0 \text{ при } t>0{,}35l/\sqrt{q},\end{cases}$$

где q – теплотворная способность ВВ; l – расстояние от центра заряда до точки внутренней поверхности оболочки. Оболочка получена намоткой восьми спиральных слоев (угол армирования $\varphi=\pm45^\circ$) и кольцевых ($\varphi=90^\circ$) слоев с отношением их толщин 1:1.

Оболочка имела следующие размеры: радиус внутренней поверхности R = = 0,15 м, толщина h = 0,009 м, длина L = 4R.

Физико-механические характеристики однонаправленного композитного материала были равны E_1 = 9,9 ГПа, E_2 = 54,1 ГПа, ν_{12} = 0,051, G_{12} = G_{23} = 3,42 ГПа, G_{13} = 3,57 ГПа, ρ = 2,013·10^3 кг/м^3.

В таблице 1 представлены результаты сравнения численных расчетов с экспериментальными данными по максимальным значениям кольцевой деформации e^*_{22} в центральном сечении оболочки на ее внешней поверхности и периоду радиальных колебаний T. Здесь в числителе приведены экспериментальные значения, а в знаменателе – численные.

Из приведенных результатов следует, что максимальная ошибка по амплитуде колебаний составила 18%, а по периоду колебаний – 4%. При этом следует заметить, что погрешность экспериментальных измерений достигала 10%.

Таблица 1

e^{*}_{22}, %	$T \cdot 10^{-6}$, с
$\frac{2{,}45}{2{,}00}$	$\frac{235}{225}$

Результаты численного анализа влияния углов армирования и схемы чередования слоев на окружные деформации в центральном сечении на внешней поверхности оболочки представлены на рис. 1–3. На рис. 1 приведены окружные деформации, отнесенные к координатам, связанным с направлением армирования, в зависимости от углов армирования в диапазоне $\pm 30 \div 90^{\circ}$.

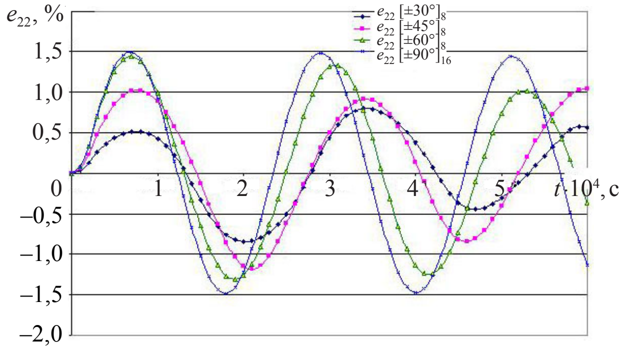

Рис. 1

На рис. 2 и 3 показаны зависимости, отражающие влияние схемы чередования спиральных и кольцевых слоев для структур армирования $[90^{\circ}{}_2/\pm\varphi^{\circ}]_4$ и $[(\pm\varphi^{\circ}/90^{\circ})_5/\pm\varphi^{\circ}]$ соответственно.

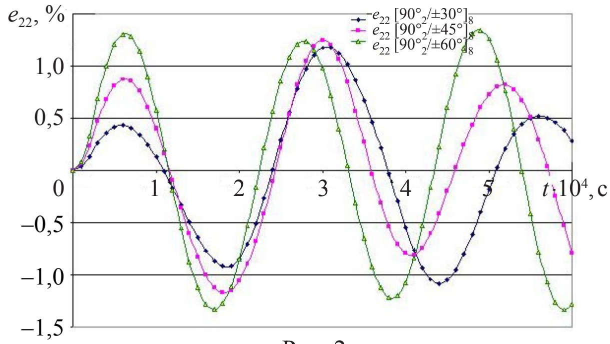

Рис. 2

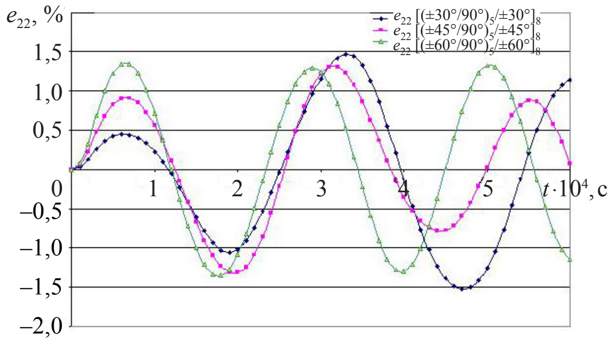

Рис. 3

Анализ полученных расчетных данных показал, что, как и следовало ожидать, динамическая реакция оболочки намоточного типа существенно зависит как от угла, так и от структуры армирования. Варьируя эти параметры, можно в разы уменьшить величину максимальных окружных деформаций внешней поверхности оболочки и тем самым повысить ее несущую способность. Видно также, что с этой точки зрения наиболее рациональной структурой обладают оболочки, полученные намоткой чередующихся спиральных и кольцевых слоев.

Заключение

Полученные расчетные данные позволяют сделать вывод о предпочтительности комбинированных структур армирования для повышения несущей способности цилиндрических оболочек намоточного типа при внутреннем взрывном нагружении и возможности решения соответствующих задач оптимизации.

Список литературы

1. *Федоренко А.Г.*, *Сырунин М.А.*, *Иванов А.Г.* Критерии выбора композитных материалов для оболочечных конструкций, локализующих взрыв (обзор) // ФГиВ. 2005. Т. 41, №5. С. 3–13.
2. *Федоренко А.Г.*, *Сырунин М.А.*, *Иванов А.Г.* Влияние структуры армирования ориентированных стеклопластиков на прочность круговых цилиндрических оболочек при взрывном нагружении изнутри // Механика композитных материалов. 1991. № 4. С. 631–640.
3. *Шаповалов Л.А.* Об учете поперечного обжатия в уравнениях нелинейной динамики оболочек // Изв. РАН. МТТ. 1997. №3. С. 156–168.
4. *Васильев В.В.* Механика конструкций из композиционных материалов. М.: Машиностроение, 1988. 272 с.
5. *Абросимов Н.А.*, *Баженов В.Г.* Нелинейные задачи динамики композитных конструкций. Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2002. 400 с.
6. *Васидзу К.* Вариационные методы в теории упругости и пластичности. М.: Мир, 1987. 512 с.

NUMERICALLY ANALYZING THE REINFORCEMENT STRUCTURE EFFECT ON THE DYNAMICAL BEHAVIOR OF COMPOSITE CYLINDRICAL SHELLS UNDER EXPLOSIVE LOADING

N.A. Abrosimov, A.V. Yelesin

A methodology for numerically analyzing the effect of reinforcement angles and the scheme of intermitting layers on maximum circumferential strains of layered composite cylindrical shells loaded by a single internal pressure pulse is considered.

Keywords: composite materials, pulsed loading, numerical methods.