

УДК 539.3

## **МОДЕЛЬ ДИНАМИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ И РАЗРУШЕНИЯ РАЗНОСОПРОТИВЛЯЮЩИХСЯ МАТЕРИАЛОВ ПРИ ИНТЕНСИВНЫХ УДАРНЫХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ<sup>\*)</sup>**

© 2012 г.

**С.А. Пирогов**

*НИИ механики Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского*

*pirogov@mech.unn.ru*

*Поступила в редакцию 29.06.2012*

Представлена математическая модель, описывающая основные стадии динамического деформирования и разрушения разнородных сред типа бетона, скальных и полускальных горных пород при интенсивных ударных воздействиях. Соотношения основаны на законах течения упругопластической среды, в которых уравнения пластического потенциала (поверхность текучести), поверхность разрушения и поверхность течения фрагментированного (разрушенного) материала зависят от среднего напряжения, интенсивности тензора напряжений, угла фазы девиатора напряжений (вида напряженно-деформированного состояния), скорости деформаций и параметра поврежденности. Выполнена верификация модели путем сопоставления расчетных величин перегрузок и финальных глубин проникания жестких ударников в бетонные преграды различной прочности при скоростях удара 200–460 м/с с результатами натуральных экспериментов.

*Ключевые слова:* разнородные материалы, математическая модель, динамическое разрушение, проникание, бетон, горные породы.

В настоящее время широкое применение в инженерной практике находит ряд новых и традиционных конструкционных и строительных материалов (некоторые марки сталей и чугунов, бетоны и керамики, скальные и полускальные горные породы и др.), у которых наблюдается зависимость механического поведения при деформировании от вида напряженного состояния, – это так называемые разнородные материалы.

С некоторой долей условности соотношения, описывающие поведение разнородных сред, можно отнести к одной из трех групп. В первую группу входят соотношения линейно-упругой разнородной среды, так называемые соотношения разномодульной теории упругости [1], которые учитывают различие модулей упругости при растяжении и сжатии. Ко второй группе относятся модели, при формулировке которых используются потенциальные функции и/или инвариантные характеристики тензоров напряжений и деформаций. Последние со-

---

<sup>\*)</sup> Исследование выполнено при частичной поддержке РФФИ (гранты 10-01-00585, 11-08-00545) и Министерством образования и науки РФ.

отношения обладают большей общностью как в части описания конкретных эффектов разносопротивляемости при сложных видах напряженно-деформированного состояния (НДС), так и в описании совокупности нелинейных эффектов деформирования материала. Подробный обзор работ, относящихся к первым двум группам, приведен в монографиях [1–3].

Серьезным препятствием к применению вышеперечисленных моделей при компьютерном моделировании нестационарных процессов деформирования и разрушения конструкций из разносопротивляющихся материалов является практическая сложность учета на их основе реальных историй деформирования. Известно, что в задачах интенсивного динамического деформирования преобладают непропорциональные истории деформирования с промежуточными разгрузками и повторными нагрузками, следствием этого является непотенциальность характера связей «напряжения–деформации», приводящая к существенной зависимости решения задачи от истории деформирования.

Моделями, более всего соответствующими требованиям, предъявляемым к определяющим соотношениям для компьютерного моделирования динамического деформирования разносопротивляющихся материалов, являются математические модели третьей группы. Фактически модели этой группы представляют собой класс определяющих уравнений теории упругопластического течения, модифицированных с целью учета особенностей деформирования и разрушения разносопротивляющихся материалов. При описании поведения сплошной среды на основе дифференциальных уравнений теории течения ключевыми элементами являются формулировка уравнений предельных поверхностей (текучести, пластического потенциала, разрушения), закона течения, схемы упрочнения и т.д. Способом согласованного введения именно этих элементов отличаются друг от друга большинство моделей [4–11] деформирования и разрушения разносопротивляющихся материалов третьей группы.

В качестве уравнений поверхности текучести и/или пластического потенциала для моделей третьей группы обычно используются поверхности типа Мора или Мора–Кулона, параболоида Баландина, эллипсоида Мизеса–Шлейхера и т.п. [12]. Добавим, что согласно наметившейся в последнее время тенденции математические модели в континуальной механике деформирования и разрушения разносопротивляющихся сред строятся с использованием более чем одной предельной поверхности.

На рис. 1 представлена схема [5, 13], иллюстрирующая типичную диаграмму деформирования образца из разносопротивляющегося материала при растяжении и сжатии. С некоторой долей условности большинство авторов выделяет три-четыре основных участка на диаграмме деформирования. Буквами *A*, *B*, *C*, *BC* на рис. 1 отмечены четыре основных участка (стадии) диаграммы деформирования. Стадия *A* соответствует линейно-упругому деформированию материала; после достижения напряжениями предела упругости происходит процесс квазиравновесного неупругого деформирования (стадия *B*), сопровождаемый одновременно протекающими процессами накопления повреждений и упрочнением материала. Предел прочности соответствует точкам максимума на диаграмме деформирования (точки *h*) и характеризуется предельным уровнем поврежденности. После достижения точки максимума прочность материала исчерпывается не мгновенно, срабатывает эффект «задержки времени разрушения» [14] и начинается релаксация напряжений (ста-

для  $BC$ ), а сам процесс деформирования становится неравновесным (происходит фрагментация материала). Крайняя стадия  $C$  соответствует режиму деформирования фрагментированного (разрушенного) материала, лишенного структурной прочности. В этом состоянии деформирование материала осуществляется скольжением и вращением фрагментов друг относительно друга с трением и их дальнейшим измельчением [15].

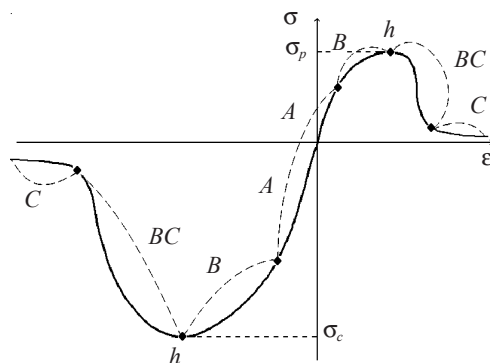


Рис. 1

Кинетика параметров состояния материала, находящегося в указанных стадиях деформирования (см. рис. 1), а также наступление этих стадий определяются всей историей деформирования материала.

Для бетона и скальных горных пород при интенсивных динамических нагрузках эффекты разносопротивляемости наиболее существенно проявляются для предельных величин (предел текучести, предел прочности). В связи с этим будем полагать, что модули объемного сжатия–расширения  $K$  и сдвига  $G$  не зависят от вида НДС и являются константами.

Для описания кинетики процессов деформирования и разрушения разносопротивляющегося материала вводятся три предельные поверхности, разделяющие в пространстве напряжений указанные стадии деформирования:

- поверхность текучести (пластичности): разделяет стадии упругого и упруго-пластического деформирования;
- поверхность разрушения: отделяет стадию упругопластического деформирования от стадии неравновесной релаксации напряжений;
- поверхность текучести среды с полностью нарушенной структурной прочностью: отделяет стадию релаксации напряжений от стадии деформирования фрагментированного материала.

Состояние упругого деформирования описывается обобщенным законом Гука:

$$\frac{D\sigma'_{ij}}{Dt} = 2G\dot{\epsilon}'_{ij}, \quad \dot{\sigma}_0 = 3K\dot{\epsilon}_0,$$

где  $D/(Dt)$  – производная Яумана [16];  $\sigma'_{ij}$  и  $\dot{\epsilon}'_{ij}$  – компоненты девиаторов тензоров напряжений и скорости деформаций;  $\dot{\sigma}_0$  и  $\dot{\epsilon}_0$  – шаровые составляющие тензоров скоростей напряжений и деформаций.

Зона упругого поведения материала ограничивается поверхностью текучести (пластичности), имеющей вид:

$$F_p(\sigma_{ij}, \dot{e}, \vartheta, \omega) = \tilde{\sigma}_i - \left( A_p - \frac{B_p \tilde{I}}{1 - \gamma B_p \tilde{I}} \right) \beta(\varphi) q(\omega, \vartheta) = 0. \quad (1)$$

Здесь  $\tilde{\sigma}_i$  и  $\tilde{I}$  – отношения интенсивности напряжений  $\sigma_i = \sqrt{1,5\sigma'_{ij}\sigma'_{ij}}$  и первого инварианта тензора напряжений  $I = \sigma_{ij}\delta_{ij}$  к величине предела прочности при одноосном сжатии  $\sigma_c$ ;  $\vartheta$  и  $\omega$  – параметры упрочнения и поврежденности соответственно;  $A_p, B_p, \gamma$  – параметры поверхности текучести, зависящие от скорости деформаций  $\dot{e}$ ;  $q(\omega, \vartheta)$  – неубывающая функция, описывающая деформационное упрочнение;  $\beta(\varphi)$  – функция, описывающая влияние угла  $\varphi$  фазы девиатора напряжений, определяемого соотношением [17]:

$$\cos 3\varphi = 13,5 I'_3 / \sigma_i^3,$$

где  $I'_3$  – третий инвариант девиатора напряжений (детерминант).

Процесс активного упругопластического деформирования (стадия  $B$ ) описывается законом течения, ассоциированным с поверхностью текучести (1), в виде:

$$\dot{e}'_{ij}{}^p = \lambda \sigma'_{ij}, \quad \frac{D\sigma'_{ij}}{Dt} = 2G(\dot{e}'_{ij} - \dot{e}'_{ij}{}^p) = 2G\dot{e}'_{ij}{}^y,$$

где  $\dot{e}'_{ij}{}^y$  и  $\dot{e}'_{ij}{}^p$  – упругие и пластические компоненты тензора скоростей деформаций, параметр  $\lambda$  определяется из условия удовлетворения тензором напряжения уравнению текущей поверхности пластичности (1).

Хорошую аппроксимацию упругопластического участка диаграммы деформирования реальных материалов типа бетонов и скальных горных пород при лучевых путях нагружения дает зависимость [4]:

$$\sigma_{Tc}(I, e_i, \varphi) = \sigma_{Tc}^0(I, \varphi) + 3G \frac{C_p(e_i - e_{i0})}{C_p + (e_i - e_{i0})}. \quad (2)$$

Здесь  $\sigma_{Tc}$  и  $\sigma_{Tc}^0$  – текущий и начальный пределы упругости (интенсивности напряжений) при соответствующем уровне первого инварианта тензора напряжений  $I$  и угле фазы девиатора напряжений  $\varphi$ ;  $e_i$  и  $e_{i0}$  – интенсивности девиатора деформаций для текущего состояния и на пределе упругости  $\sigma_{Tc}^0(I, \varphi)$ ;  $C_p$  – константа аппроксимации экспериментальной диаграммы деформирования.

При учете реальных историй нагружения зависимость предела текучести от параметра упрочнения  $\vartheta$  представляется в виде

$$\sigma_{Tc}(I, \vartheta, \varphi) = \sigma_{Tc}^0(I, \varphi) \cdot q(\omega, \vartheta), \quad (3)$$

где за параметр упрочнения  $\vartheta$ , как и в выражении (1), принимается параметр Одквиста

$$\vartheta = \int \sqrt{\frac{2}{3}} \dot{e}'_{ij}{}^p \dot{e}'_{ij}{}^p dt.$$

Значение  $q(0, 0) = 1$  в выражении (1) соответствует начальной поверхности пластичности. Взаимосвязь параметров  $\vartheta$  и  $\vartheta_1 = e_i - e_{i0}$  из (2) можно установить, осуществляя упругую разгрузку на диаграмме деформирования из состояния  $\sigma_{Tc}(I, \vartheta, \varphi)$ :

$$\vartheta = \frac{\vartheta_1^2}{C_p + \vartheta_1}, \quad \vartheta_1 = \frac{\vartheta}{2} + \sqrt{\frac{\vartheta^2}{4} + C_p \vartheta}.$$

Полагая для всех видов напряженного состояния «подобие» кривых упрочнения [4], функцию упрочнения при принятой аппроксимации диаграммы деформирования (3) запишем в виде:

$$q(\omega, \vartheta) = 1 + \frac{3G}{\sigma_{Tc}^0} \cdot \frac{C_p (\vartheta/2 + \sqrt{\vartheta^2/4 + C_p \vartheta})}{C_p + (\vartheta/2 + \sqrt{\vartheta^2/4 + C_p \vartheta})}.$$

Кинетическое уравнение накопления повреждений  $\omega$  представляется в виде:

$$\omega = \int_0^t \dot{\omega} dt = \int_0^t \frac{\sqrt{d\varepsilon_{ij}^p \cdot d\varepsilon_{ij}^p}}{\vartheta^*(\sigma_{ij})} dt, \quad (4)$$

где

$$\vartheta^* = \int_0^{\varepsilon_{ij}^{p*}} \sqrt{d\varepsilon_{ij}^p \cdot d\varepsilon_{ij}^p}$$

– значение параметра Одквиста при фиксированных значениях  $\tilde{T}$  и  $\varphi$  в момент  $t^*$  достижения текущей поверхностью пластичности поверхности разрушения  $F_f(\sigma_{ij}, \dot{\varepsilon}) = 0$ , задаваемой следующим уравнением:

$$F_f(\sigma_{ij}, \dot{\varepsilon}) = \tilde{\sigma}_i^2 + \frac{C_f}{f(\varphi)} \tilde{\sigma}_i + B_f \tilde{T} - A_f = 0, \quad (5)$$

где  $f(\varphi)$  – функция, описывающая влияние угла  $\varphi$  фазы девиатора напряжений;  $A_f$ ,  $B_f$ ,  $C_f$  – параметры поверхности разрушения, зависящие от скорости деформаций  $\dot{\varepsilon}$ .

При достижении текущим напряженным состоянием поверхности разрушения (5) прежде, чем будет достигнуто состояние пластичности (1), разрушение осуществляется хрупко при  $\dot{\omega} = 0$ , при этом накопленная мера поврежденности  $\omega$  из (4) может быть меньше единицы. Хрупкое разрушение возможно при НДС, близком к одноосному растяжению. За критерий упругопластического разрушения принимается критическое (максимальное) значение параметра поврежденности  $\omega = 1$ .

Расположение поверхности текучести (1) в пространстве напряжений осуществляется согласованно с уравнением (5) с учетом уровня экспериментально наблюдаемых предельных деформаций при разрушении. Уровень напряжений, соответствующих начальному пределу текучести, составляет, по некоторым экспериментальным данным [18], величину 0,3–0,5 от интенсивности напряжений на пределе разрушения.

Функция влияния вида напряженного состояния  $f(\varphi)$  уравнения (5) строится как некоторая интерполяция для промежуточных значений угла  $\varphi$ , исходя из экспериментальных данных о начальных пределах текучести среды, например для так называемых меридианов растяжения и сжатия  $\cos 3\varphi = \pm 1$  [4]. В работе интерполяционная функция  $f(\varphi)$  представляется в виде относительного предела прочности  $f(\varphi) = r/r_c$ , где  $r$ ,  $r_c$  – пределы прочности для текущего значения угла  $\varphi$  фазы девиатора напряжений и для  $\varphi = \pi/3$ , соответствующего одноосному сжатию. Схематичное изображение поверхности разрушения в пространстве главных напряжений представлено на рис. 2а, сечение поверхности разрушения девиаторной плоскостью – на рис. 2б. Аналогично задается и функция влияния вида напряженного состояния  $\beta(\varphi)$  для уравнения (1).

Константы  $A_f$ ,  $B_f$ ,  $C_f$ , входящие в уравнения (5), определяются, например, че-

рез опытные данные о пределах прочности при одноосном сжатии  $\sigma_c$ , одноосном растяжении  $\sigma_p$  и двухосном сжатии  $\sigma_{cc}$ , для чего решается система уравнений, вытекающая из (5) для трех видов напряженного состояния:

$$\begin{cases} 1 + C_f = A_f + B_f, \\ a^2 + C_f \cdot a/r_p = A_f - aB_f, \\ b^2 + C_f \cdot b/\hat{r} = A_f + 2bB_f, \end{cases}$$

где  $a = \sigma_p/\sigma_c$ ,  $b = \sigma_{cc}/\sigma_c$ ;  $r_p$  и  $\hat{r}$  – значения функции  $f(\varphi)$  при одноосном растяжении и двухосном сжатии соответственно. Экспериментально определяемые параметры  $\sigma_c$ ,  $\sigma_p$  и  $\sigma_{cc}$  являются функциями скорости деформаций  $\dot{\epsilon}$ .

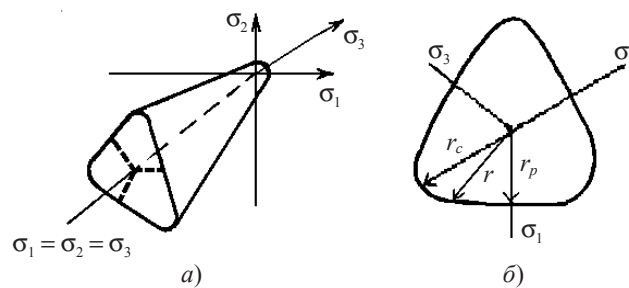


Рис. 2

Таким же образом можно определить параметры  $A_p, B_p, \gamma$  поверхности пластичности (1), а в качестве характерных точек могут быть взяты состояния одноосного и двухосного сжатия и чистого сдвига.

Переход от состояния упругопластического деформирования (стадия  $B$ ) к состоянию среды с полностью нарушенной структурной прочностью (стадия  $C$ ) сопровождается неравновесной релаксацией напряжений с поверхности (5) на поверхность текучести, соответствующей поведению фрагментированного материала – стадия  $BC$ . На основе рекомендаций международной организации по бетону ЕКБ [13] на рис. 3 приведен схематичный вид расчетных диаграмм деформирования бетона. Варианты ниспадающей (неравновесной) ветви диаграммы деформирования, соответствующие малой, средней и высокой скорости протекания процесса релаксации напряжений, помечены на рис. 3 цифрами 1, 2 и 3 соответственно.

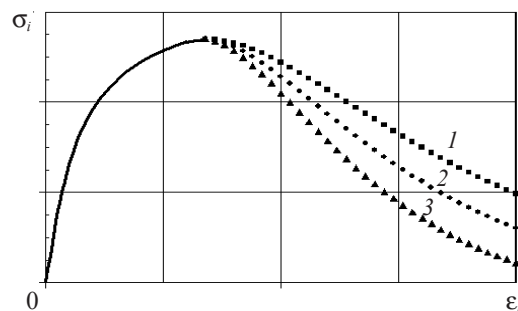


Рис. 3

Поведение разрушенного материала (с полностью нарушенной структурной прочностью) описывается моделью течения упругопластической среды с нулевым

сопротивлением всестороннему растяжению [19]:

$$F_{pf}(\sigma'_{ij}, I, \dot{\epsilon}) = \tilde{\sigma}_i + \frac{B_{pf} \tilde{I}}{1 - \gamma_f B_{pf} \tilde{I}} = 0,$$

где  $B_{pf}$ ,  $\gamma_f$  – экспериментально определяемые параметры. Одним из возможных способов определения параметров  $B_{pf}$ ,  $\gamma_f$  являются эксперименты по повторному нагружению образцов разрушенного (фрагментированного) материала в обойме с помощью разрезного стержня Гопкинсона–Кольского [20].

Верификация модели проведена путем сравнения результатов компьютерного моделирования [21, 22] с данными экспериментов по прониканию жестких ударников с оживальной формой головной части массой около 13 кг при скоростях удара 200–460 м/с в бетонные мишени разной прочности. В ходе экспериментов [23] замерялись финальные глубины проникания и величина перегрузки ударника. Заметного искажения остаточной формы ударников в большинстве экспериментов не наблюдалось. Численное моделирование процессов соударения производилось с использованием программного комплекса Upsgod [24], в рамках которого осуществлена компьютерная реализация описанной модели деформирования и разрушения.

Рисунок 4 иллюстрирует соответствие расчетных величин перегрузок  $\bar{g}$  ударников при внедрении в бетон меньшей (кривая 1) и большей прочности (кривая 2) с экспериментальными данными. Сравнение расчетных и экспериментальных значений финальных глубин проникания  $d$  ударников в бетон меньшей прочности (кривая 1) и в бетон большей прочности (кривая 2) представлено на рис. 5. Штриховой линией обозначена глубина проникания по эмпирической формуле Форрестола [23].

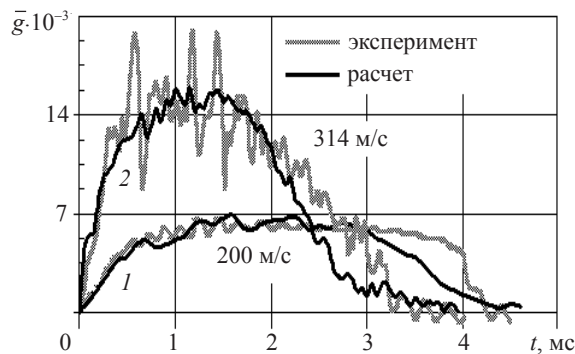


Рис. 4

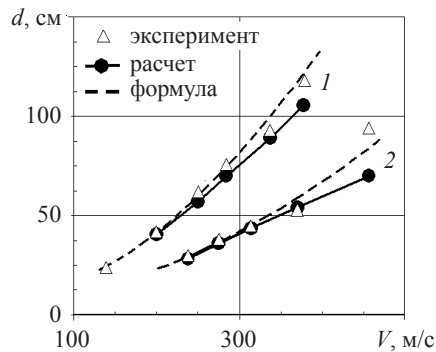


Рис. 5



По результатам проведенных исследований можно сделать некоторые выводы:

1. Предложенная модель динамического деформирования и разрушения разносопротивляющихся материалов позволяет описывать основные эффекты ударного нагружения мишеней. Учитывая экспериментально установленные тенденции и корреляционные связи физико-механических констант и параметров разносопротивляющихся сред при динамическом деформировании и разрушении, калибровку предложенной математической модели можно произвести путем подбора ограниченного числа параметров (3–5 параметров).

2. Анализ решения задач внедрения жестких малодеформируемых ударников в мишени из бетона показывает, что максимум перегрузок достигается на начальной стадии проникания, соответствующей полному внедрению головной части ударника в преграду. На этой же стадии формируется характерная структура повреждений материала преграды.

#### Список литературы

1. Амбарцумян С.А. Разномодульная теория упругости. М: Наука, 1982. 320 с.
2. Матченко Н.М., Трещев А.А. Теория деформирования разносопротивляющихся материалов. Определяющие соотношения. Тула: ТулГУ, 2000. 149 с.
3. Ломакин Е.В. Механика сред с зависящими от вида напряженного состояния свойствами // Физическая мезомеханика. 2007. Т. 10, №5. С. 41–52.
4. Садырин А.И. Модель динамического деформирования и разрушения бетона // Проблемы прочности и пластичности: Межвуз. сб. / Нижегород. ун-т. 2003. Вып. 65. С. 5–14.
5. Драгон А., Мруз З. Континуальная модель пластически хрупкого поведения скальных пород и бетона // Механика деформируемых твердых тел. Направления развития: Сб. статей / Под ред. Г.С. Шапиро. М.: Мир, 1983. С. 163–188.
6. Bourgeois F., Shao J.F., Ozanam O. An elastoplastic model for unsaturated rocks and concrete // Mechanics Research Communications. 2002. Vol. 29. P. 383–390.
7. Brannon R.M., Leelavanichkul S. Survey of four damage models for concrete. SAND2009-5544. Sandia National Laboratories. Albuquerque, New Mexico. August 2009. 80 p.
8. Implicit numerical integration of a three-invariant isotropic-kinematic hardening cap plasticity model for geomaterials / C.D. Foster et al. // Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. 2005. Vol. 194. P. 5109–5138.
9. Grassl P., Lundgren K., Gylltoft K. Concrete in compression: a plasticity theory with a novel hardening law // International Journal of Solids and Structures. 2002. Vol. 39. P. 5205–5223.
10. Papanikolaou V.K., Kappos A.J. Confinement-sensitive plasticity constitutive model for concrete in triaxial compression // International Journal of Solids and Structures. 2007. Vol. 44. P. 7021–7048.
11. Park H., Kim J.-Y. Plasticity model using multiple failure criteria for concrete in compression // International Journal of Solids and Structures. 2005. Vol. 42. P. 2303–2322.
12. Гольденблат И.И., Копнов В.А. Критерии прочности и пластичности конструкционных материалов. М.: Машиностроение, 1968. 192 с.
13. Карпенко Н.И. Общие модели механики железобетона. М.: Стойиздат, 1996. 416 с.
14. Баженков Ю.М. Бетон при динамическом нагружении. М.: Стройиздат, 1970. 274 с.
15. Шемякин Е.И. Вопросы прочности твердых тел и горных пород // Проблемы механики деформируемых твердых тел и горных пород: Сб. статей к 75-летию Е.И. Шемякина / Под ред. Д.Д. Ивлева и Н.Ф. Морозова. М.: Физматлит, 2006. С. 26–45.
16. Уилкинс М.Л. Расчет упругопластических течений // Вычислительные методы в гидродинамике: Пер. с англ. / Под ред. С.С. Григоряна, Ю.Д. Шмыглевского. М.: Мир, 1967. С. 212–263.
17. Новожилов В.В. Вопросы механики сплошной среды. Л.: Судостроение, 1989. 396 с.
18. Ottosen N.S. A failure criterion for concrete // Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE. Aug. 1977. Vol. 103. P. 527–535.



19. Замышляев Б.В., Евтерев Л.С. Модели динамического деформирования и разрушения грунтовых сред. М.: Наука, 1990. 215 с.
20. Садырин А.И., Зефилов С.В., Пирогов С.А. Компьютерное моделирование деформирования образца бетона, заключенного в обойму // Проблемы прочности и пластичности: Межвуз. сб. / Нижегородский ун-т. 2009. Вып. 71. С. 122–128.
21. Садырин А.И., Крылов С.В., Пирогов С.А. Моделирование ударного проникания жестких ударников в бетонные преграды // Изв. РАН. М.: РАН, 2009. Вып. 1(59). С. 10–14.
22. Садырин А.И., Пирогов С.А. Внедрение жестких ударников в малопластичные хрупко разрушающиеся среды // Вестник Нижегород. ун-та им. Н.И. Лобачевского. Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2011. № 4. Ч. 4. С. 1747–1749.
23. Penetration of concrete targets with deceleration-time measurements / M.J. Forrestal et al. // International Journal of Impact Engineering. 2003. Vol. 28. P. 479–497.
24. Метод распада разрывов в динамике упругопластических сред / М.Х. Абузаров и др. // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2000. Т. 40, №6. С. 940–953.

#### **A MODEL OF DYNAMIC DEFORMATION AND FAILURE OF HETERO-RESISTANT MATERIALS UNDER INTENSIVE IMPACT LOADING**

**S.A. Pirogov**

A mathematical model describing the main stages of dynamic deformation and failure of hetero-resistant media, such as concretes, rocks and semi-rocks, under intensive impact loading is presented. The relations are based on the laws of flow of elastoplastic media in which plastic potential equations (yielding surface), failure surface and flow surface of a fragmented (fractured) material depend on the average stress, stress tensor intensity, phase angle of the stress deviator (type of the stressed-strained state), strain rate, and the damage parameter. The model is verified by comparing the calculated values of overloading and of the final penetration depths for rigid strikers penetrating into concrete obstacles of various strengths with the impact velocities of 200–460 m/s with the results of realistic experiments.

*Keywords:* hetero-resistant materials, mathematical model, dynamic failure, penetration, concrete, rocks.