

УДК 539.376

**РАЦИОНАЛЬНОЕ ПРОФИЛИРОВАНИЕ
СЛОИСТО-ВОЛОКНИСТЫХ МЕТАЛЛОКОМПОЗИТНЫХ
ПЛАСТИН ПО КРИТЕРИЮ РАВНОДЕФОРМИРУЕМОСТИ
В УСЛОВИЯХ УСТАНОВИВШЕЙСЯ ПОЛЗУЧЕСТИ
ПРИ ИЗГИБЕ^{*)}**

А.П. Янковский

Институт теоретической и прикладной механики СО РАН, Новосибирск

Сформулирована задача рационального профилирования кольцевых металлокомпозитных пластин слоисто-волокнистой структуры при поперечном изгибе, работающих в условиях длительного нагружения. В качестве критерия рационального проектирования используется требование равнодеформируемости связующего на лицевых поверхностях армированной пластины в условиях установившейся ползучести. Разработан итерационный метод решения таких задач. Показано, что рациональное профилирование пластин позволяет существенно сэкономить расход фазовых материалов или в разы повысить несущую способность конструкции.

Ключевые слова: металлокомпозитные пластины, поперечный изгиб, рациональное проектирование, слоисто-волокнистая структура, установившаяся ползучесть.

На этапе проектирования металлокомпозитных армированных пластин целесообразно осуществлять их оптимизацию. При длительной эксплуатации изделия в случае статического термосилового нагружения подавляющую часть времени металлокомпозитная конструкция работает в условиях установившейся ползучести [1], поэтому актуальной является проблема рационального проектирования тонкостенных конструкций, работающих в условиях установившейся ползучести всех фаз композиции.

Одним из наиболее естественных прочностных критериев рационального армирования тонкостенных конструкций является требование равнонапряженности силовых элементов – волокон (проволок) – вдоль их траекторий, так как при этом несущая способность арматуры используется наиболее полно [2, 3]. В условиях установившейся ползучести всех компонентов композиции в качестве критерия рационального проектирования может выступать следующее деформационное требование. Известно, что для ряда силовых элементов конструкций скорость деформации установившейся ползучести ξ строго регламентирована, т.е. не должна превышать по модулю некоторого предельного значения ξ_* [4]:

^{*)} Выполнено при финансовой поддержке РФФИ (проект 11-08-00186-а) и Президиума СО РАН (Постановление №10 от 15.01.09, проект 72).

$$|\xi| \leq \xi_* = 10^{-9} \dots 10^{-5} \text{ 1/ч.} \quad (1)$$

Потребуем, чтобы в определенных характерных точках рассматриваемого элемента конструкции выполнялось строгое равенство

$$\max |\xi| = \xi_*. \quad (2)$$

В случае поперечно изгибаемых пластин целесообразно потребовать выполнения равенства (2) на лицевых поверхностях. При этом равенство (2) можно трактовать как условие равнодеформируемости элемента конструкции в условиях установившейся ползучести.

Кроме того, известно, что разнесение армированных слоев в изгибаемых пластинах уменьшает их податливость при установившейся ползучести [5], поэтому в настоящей работе будем исследовать проблему рационального профилирования (РП) изгибаемых кольцевых металлокомпозитных пластин слоисто-волокнуистой структуры, работающих в условиях установившейся ползучести материалов всех фаз композиции, используя условие равнодеформируемости (типа (2)) связующего материала внешних слоев на лицевых поверхностях пластины.

Рассматривается поперечный изгиб кирхгофовских кольцевых пластин (допустимость гипотез Кирхгофа при расчете установившейся ползучести тонких изгибаемых пластин обоснована в [1]) переменной толщины $2h(r)$, ограниченных кромками радиусов r_0, r_1 ($r_0 \leq r \leq r_1$), осесимметрично нагруженных в поперечном направлении z и состоящих из нечетного числа M армированных слоев, расположенных симметрично относительно срединного слоя; к срединному слою с обеих сторон примыкают два слоя одинаковой толщины и с одинаковыми структурами армирования и фазовыми материалами; к внешним поверхностям этих слоев примыкают еще два одинаковых слоя и т.д. Пусть к рассматриваемому моменту времени деформации ползучести получили значительное развитие и по сравнению с ними можно пренебречь начальными упругими и пластическими деформациями [1]; прогибы малы; каждый слой состоит из изотропной металлической матрицы и внедренных в нее $N^{(m)}$ ($1 \leq m \leq M$) семейств тонковолокнистой однородной арматуры (проволок) постоянного поперечного сечения; по толщине каждый слой имеет регулярную и квазиоднородную структуру; в плане структура армирования каждого слоя осесимметрична; температура однородна; на границах слоев выполняются условия идеального термомеханического контакта.

Подробное описание структуры такой слоистой металлокомпозитной пластины приведено в [5], поэтому не будем здесь его повторять.

Так как геометрия, закрепление, нагружение и структура армирования пластины в плане обладают осевой симметрией, то и решение задачи РП будет осесимметричным. Для формулировки осесимметричной задачи РП поперечно изгибаемых кольцевых пластин, работающих в условиях установившейся ползучести, необходимо использовать общеизвестное уравнение равновесия (см. (12), (3), (16) в [3])

$$(rC_{1111}v'' + C_{1122}v')' - (C_{1122}v'' + C_{2222}v'/r) = -P(r),$$

$$P(r) \equiv rF_r(r) = r_0F_r^0 - \int_{r_0}^r sp(s)ds, \quad (3)$$

где $p(r)$ – распределенная поперечная нагрузка; $F_r(r)$ – поперечная сила; F_r^0 – постоянная интегрирования, определяемая либо из граничного условия по попереч-

ной силе F_r , либо в процессе решения задачи РП (если граничное условие для F_r не задано ни на одной из кромок); $v(r)$ – скорость прогиба установившейся ползучести; C_{1111} , C_{1122} , C_{2222} – коэффициенты, определяемые соотношениями (15) в [5] с учетом общеизвестных формул преобразования при переходе от прямоугольной декартовой системы координат к полярной; штрих означает производную по полярному радиусу r .

К уравнению (3) следует присоединить условие РП, которое сформулируем так: интенсивность скоростей деформаций H в связующем внешних слоев на лицевых поверхностях пластины равна предельно допустимому значению, т.е. согласно [1] с учетом (2) и соотношений (2) из [3] имеем:

$$H(r) = 2h(r)\sqrt{(v'')^2 + v''v'/r + (v'/r)^2} = \sqrt{3}\xi_* = \text{const} > 0. \quad (4)$$

(В рамках используемой структурной модели [6] равенство (4) эквивалентно условию, что интенсивность скоростей деформаций сдвига композиции на лицевых поверхностях пластины также равна $\sqrt{3}\xi_*$.)

Решение системы (3), (4) должно удовлетворять статическим

$$C_{1111}v'' + C_{1122}v'/r = -M_n^{(i)} \quad (r = r_i, \quad i = 0 \quad \text{и/или} \quad i = 1) \quad (5)$$

и кинематическим

$$v(r_i) = v_i, \quad v'(r_i) = \theta_i \quad (i = 0 \quad \text{и/или} \quad i = 1) \quad (6)$$

граничным условиям, где $M_n^{(i)}$, v_i , θ_i – заданные на кромке $r = r_i$ значения изгибающего момента, скорости прогиба и скорости угла поворота этой кромки соответственно.

Разыскиваемый рациональный проект должен удовлетворять физическим ограничениям

$$\omega_k^{(m)} \geq 0 \quad (1 \leq k \leq N^{(m)}), \quad \sum_{k=1}^{N^{(m)}} \omega_k^{(m)} \leq \omega_* \leq 1 \quad (1 \leq m \leq M), \quad 0 \leq h(r) \leq h_*, \quad (7)$$

где $\omega_k^{(m)}(r)$ – плотность армирования m -го слоя волокнами k -го семейства; $\omega_* = \text{const}$ – предельно допустимая суммарная плотность армирования (на практике $\omega_* \approx 0,7$); $h_* = \text{const}$ – предельно допустимая полутолщина пластины, при которой последняя может рассматриваться как кирхгофсовская.

Перепишем условие РП (4) в следующем виде:

$$h(r) = \frac{\sqrt{3}\xi_*}{2\sqrt{(v'')^2 + v''v'/r + (v'/r)^2}}, \quad \xi_* = \text{const} > 0. \quad (8)$$

Если задана структура пластины (известны для каждого m -го слоя функции $\omega_k^{(m)}(r)$ и углы армирования $\psi_k^{(m)}(r)$, отсчитываемые от r , а также заданы соотношения между аппликатами H_m границ между m -м и $(m+1)$ -м слоями, см. [5]), то система двух нелинейных уравнений (3), (8) замкнута относительно двух неизвестных функций $v(r)$, $h(r)$.

Для решения рассматриваемой задачи РП (т.е. нелинейной граничной задачи (3), (8), (5), (6)) можно использовать следующий итерационный процесс. Пусть на некоторой l -й итерации известно приближение $h^l(r)$ функции $h(r)$. Тогда при задан-

ном $\overset{l}{h}(r)$ граничная задача (3), (5), (6) с учетом соотношений типа (15) из [5] является граничной задачей, определяющей скорость прогиба установившейся ползучести v слоистой металлокомпозитной пластины, структура $H_m(r)$, $\Psi_k^{(m)}(r)$, $\omega_k^{(m)}(r)$ и полутолщина $h \equiv \overset{l}{h}(r)$ которой заданы. Решить такую задачу можно, применяя итерационную процедуру, основанную на использовании метода секущего модуля [1, 5]. Если решение этой граничной задачи получено (обозначим его $\overset{l}{v}(r)$), то, подставляя его в (8) (при $v \equiv \overset{l}{v}(r)$), определим новое приближение полутолщины пластины $\overset{l+1}{h}(r)$, после чего весь итерационный процесс можно повторить для нового приближения и т.д., пока процесс не сойдется с требуемой точностью. При этом необходимо контролировать выполнение неравенств (7). В качестве начального приближения для $\overset{l}{h}(r)$ можно выбрать полутолщину некоторой эталонной пластины (например, постоянной толщины). Автору не удалось строго доказать сходимость этого итерационного процесса, но многочисленные расчеты показали, что он всегда сходится.

Конкретные расчеты проведем для пластин, ограниченных кромками радиусов $r_0 = 0,1$ м, $r_1 = 0,4$ м, жестко заземленных на внутренней кромке ($v_0 = 0$, $\theta_0 = 0$, см. (6)) и нагруженных на внешней кромке изгибающим моментом $M_n^{(1)} = 3t$ кН (см. (5); поперечная сила на этой кромке отсутствует). На пластины действует равномерно распределенная поперечная нагрузка $p(r) = -0,15t$ МПа (см. (3)), где $t > 0$ – параметр нагружения.

В качестве критериев сопоставимости РП-пластин используем объемное содержание арматуры

$$V_f = \sum_{m=1}^M \sum_{k=1}^{N^{(m)}} V_k^{(m)}, \quad V_k^{(m)} = \int_{V^{(m)}} \omega_k^{(m)} dV = 2\pi \int_{r_0}^{r_1} h^{(m)}(r) \omega_k^{(m)}(r) r dr$$

$$(h^{(m)}(r) \equiv H^{(m)}(r) - H^{(m-1)}(r), \quad m = 1, 2, \dots, M) \quad (9)$$

и связующего

$$V_m = V - V_f = 2\pi \sum_{m=1}^M \int_{r_0}^{r_1} h^{(m)}(r) \left(1 - \sum_{k=1}^{N^{(m)}} \omega_k^{(m)}(r) \right) r dr \quad \left(V = \sum_{m=1}^M V^{(m)} \right) \quad (10)$$

в конструкции. Здесь V , $V^{(m)}$ – объем пластины и объем m -го слоя; $V_k^{(m)}$ – объем арматуры k -го семейства в m -м слое; $h^{(m)}$ – толщина m -го слоя; $H^{(0)}$, $H^{(M)}$ – аппликаты точек нижней и верхней лицевых поверхностей соответственно (см. [5]).

На рис. 1 изображены профили однослойных и трехслойных металлокомпозитных пластин, изготовленных из меди и армированных по радиально-окружным направлениям ($\Psi_1^{(m)} = 0$, $\Psi_2^{(m)} = \pi/2$, $N^{(m)} = 2$) стальной проволокой У8А. Значения термоупругих характеристик для этих материалов и характеристик степенного закона их установившейся ползучести $\zeta = B\sigma^m$ при температуре 200 °С приведены в таблице 1, где E , ν , α – соответственно модуль Юнга, коэффициент Пуассона и коэффициент линейного теплового расширения фазового материала композиции, $\sigma_{0,2}$ – условный предел текучести материала компонента композиции.

При осесимметричном изгибе кольцевых пластин радиально-окружное армирование совпадает с армированием по направлениям главных напряжений и скорос-

тей деформаций ползучести, что исключает нежелательный взаимный сдвиг волокон.

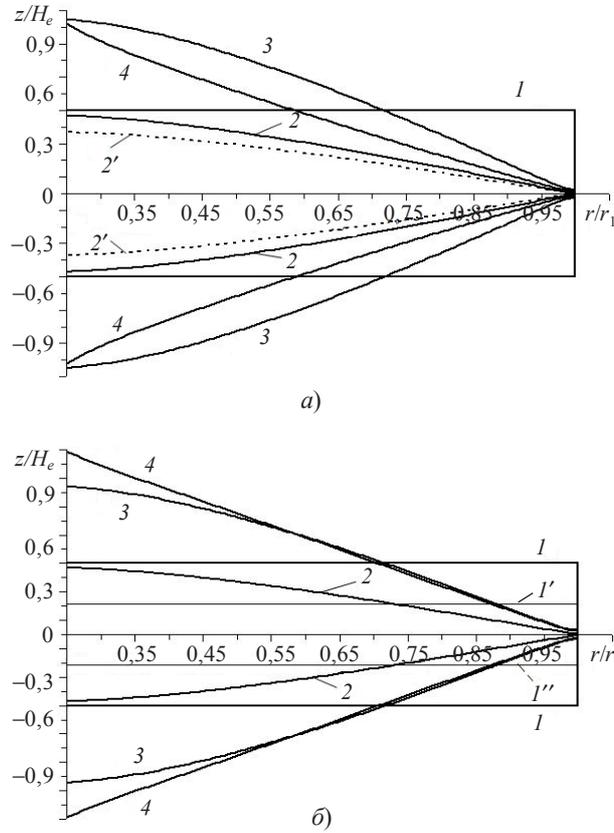


Рис. 1

Таблица 1

Механические характеристики материалов компонентов композиции [7, 8]

Материал	E , ГПа	$\sigma_{0,2}$, МПа	ν	$\alpha \cdot 10^6$, 1/К	m	B , (МПа) $^{-m} \text{ч}^{-1}$
Медь	124	60	0,31	17,7	2,16	$5,63 \cdot 10^{-9}$
Проволока У8А	205	3971	0,3	15	24,98	$1,054 \cdot 10^{-84}$

Ломаная 1 на рис. 1,а изображает профиль эталонной пластины (ЭП) постоянной толщины $H_e = 2h_e = 1,5$ см, армированной по радиально-окружным направлениям с интенсивностями (см. (8) в [3])

$$\omega_1^{(m)}(r) = r_0 \omega_{01}^{(m)} / r, \quad \omega_2^{(m)}(r) = \omega_{01}^{(m)} - \omega_1^{(m)}(r), \quad \omega_{01}^{(m)} = 0,4 < \omega_* \quad (m = 1). \quad (11)$$

(Задание интенсивности армирования $\omega_2^{(m)}$ волокнами окружного семейства в виде (11) означает, что всюду в пластине (в слое) суммарная плотность армирования остается постоянной: $\omega_1^{(m)} + \omega_2^{(m)} = \omega_{01}^{(m)}$.)

Согласно (1) в качестве предельно допустимой скорости установившейся ползучести выберем значение

$$\xi_* = 10^{-7} \text{ 1/ч.} \quad (12)$$

Методами, изложенными в [5], установлено, что при $t \approx 0,8$ в ЭП максимальное значение H (см. (4)) достигается на лицевых поверхностях пластины ($z = \pm h_e$) в окрестности внутренней кромки r_0 , причем в этих точках $\max H = \sqrt{3}\xi_*$, где ξ_* имеет значение (12).

Кривые 2 задают РП пластины, работающей в условиях установившейся ползучести, при выполнении критерия (4) (или (8)) с учетом значения (12) и с прежним законом распределения арматуры (11). Из таблицы 2 (в которой, как и в последующих таблицах, номера столбцов соответствуют номерам профилей на рисунках и индексом * помечены характеристики ЭП) следует, что в пластине с профилем 2 на рис. 1,а расход материалов связующего и арматуры составляет 44,7% от тех же величин в ЭП. (При законе армирования (11) $\omega_1^{(m)} + \omega_2^{(m)} = \omega_{01}^{(m)}$, поэтому из (9), (10) следует $V_m/V_{m*} = V_f/V_{f*} = V/V_*$, где V_* – объем ЭП.) Таким образом, при заданном уровне нагружения пластины $t = 0,8$ за счет ее рационального профилирования расход фазовых материалов в ней можно сэкономить более чем вдвое.

Таблица 2

Характеристики профилей однослойных металлокомпозитных пластин с радиально-окружным армированием

Характеристика решения	Установившаяся ползучесть				Упругий изгиб
	1	2	3	2'	
t	0,8	0,8	3,99	0,8	0,8
V_m/V_{m*}	1,0	0,447	1,0004	0,3542	0,7348
V_f/V_{f*}	1,0	0,447	1,0004	0,3542	0,7348

Подберем значение параметра t так, чтобы расход фазовых материалов в РП-пластине был такой же, как и в ЭП. Профиль 3 на рис. 1,а соответствует такой РП-пластине при $t = 3,99$. Следовательно, при заданных условиях закрепления и нагружения однослойной металлокомпозитной кольцевой пластины за счет рационального профилирования можно почти в пять раз увеличить внешнюю нагрузку по сравнению с ЭП при сохранении общего расхода материалов компонентов композиции.

Целесообразно сопоставить рациональные проекты, полученные из условия (4) и по критерию кратковременной прочности, а именно из условия равнопрочности связующего при упругом изгибе армированной пластины, когда интенсивность напряжений в связующем на лицевых поверхностях достигает значения $\sigma_{0,2}$. Методами, изложенными в [9], был рассчитан такой рациональный профиль пластины при $t = 0,8$, который характеризуется кривыми 4 на рис. 1,а. Сопоставление линий 2 и 4 на рис. 1,а показывает, что РП-пластины, полученные на основе критерия кратковременной прочности (кривые 4) и условия длительной эксплуатации (4) (линии 2) при одном и том же уровне нагружения, существенно различаются. Кроме того, согласно таблице 2 (см. последний столбец), экономия фазовых материалов в последнем проекте составляет всего 26,5% от объема материалов, использованных в ЭП.

Следовательно, рациональные проекты, полученные на основе применения критериев кратковременной прочности, могут оказаться неэффективными при длительной эксплуатации конструкции (когда фазовые материалы композиции работают в условиях установившейся ползучести) и наоборот.

Ломаная линия l на рис. 1,б изображает профиль трехслойной пластины постоянной толщины с теми же размерами, что и ЭП. Прямые l' , l'' изображают следы

границ между армированными и неармированными слоями. Внутренний слой, лежащий между линиями I' , I'' , не армирован; внешние слои армированы в радиальном и окружном направлениях с плотностями (11), где

$$\omega_{01}^{(m)} = 0,7 = \omega_* \quad (m = 1, 3), \quad (13)$$

т.е. плотность армирования радиальным семейством волокон на внутренней кромке равна предельно допустимому значению.

Чтобы расход фазовых материалов в такой трехслойной пластине был равен расходу этих же материалов в ЭП, согласно (9)–(11), (13) толщину внутреннего неармированного слоя нужно задать так:

$$h^{(2)} = (1 - 0,4/0,7)H_e = 3/7H_e. \quad (14)$$

(Нумерация слоев в (13), (14) осуществляется снизу вверх.)

Методами, изложенными в [5], установлено, что в такой трехслойной пластине максимальное значение H (см. (4)) достигается в тех же точках, что и в ЭП, но при значении параметра нагружения $t = 1,286$, т.е. при нагрузке в 1,6 раза большей, чем для ЭП. Следовательно, разнесение армированных слоев, как и было показано в [5], позволяет существенно повысить сопротивляемость металлокомпозитной пластины при изгибе в условиях установившейся ползучести.

Остальные профили на рис. 1,б соответствуют рациональным проектам трехслойных пластин, полученных из тех же соображений, что и профили с такими же номерами на рис. 1,а. Результаты расчетов трехслойных пластин занесены в таблицу 3. В профилированных пластинах на рис. 1,б (как и далее на рис. 2,б) согласно (14) соблюдалось следующее соотношение между толщиной пластины $2h(r)$ и толщиной внутреннего неармированного слоя:

$$\frac{h^{(2)}(r)}{2h(r)} = 3/7 = \text{const}. \quad (15)$$

(Чтобы не загромождать рис. 1,б и 2,б, на них не изображены границы между армированными и неармированными слоями для профилированных пластин.)

Таблица 3

Характеристики профилей трехслойных металлокомпозитных пластин с радиально-окружным армированием внешних слоев

Характеристика решения	Установившаяся ползучесть			Упругий изгиб
	1	2	3	
t	1,286	1,286	6,33	1,286
V_m/V_{m*}	1,0	0,4493	1,00004	1,0239
V_f/V_{f*}	1,0	0,4493	1,00004	1,0239

Согласно таблице 3, в случае трехслойной пластины за счет ее рационального профилирования можно либо существенно сэкономить расход фазовых материалов (см. профиль 2 на рис. 1,б) при заданном уровне нагружения конструкции ($t = 1,286$), либо существенно увеличить внешнюю нагрузку (см. профиль 3) при сохранении общего расхода материалов компонентов композиции.

Сопоставление данных, приведенных для второго и четвертого профилей в таблице 3 и на рис. 1,б, показывает, что в условиях установившейся ползучести за счет рационального профилирования трехслойной пластины расход фазовых материа-

лов в ней по сравнению с ЭП можно сэкономить более чем на 55% (см. профиль 2 на рис. 1,б); при рациональном же профилировании трехслойной пластины по критерию кратковременной прочности расход фазовых материалов, наоборот, оказывается на 2,4% больше, чем в ЭП (см. профиль 4 на рис. 1,б). Следовательно, в этом случае еще более наглядно, чем ранее, подтверждается тот факт, что рациональные проекты, полученные из условия нормальной работы при длительной эксплуатации конструкции, могут оказаться неэффективными с точки зрения кратковременной прочности (и наоборот).

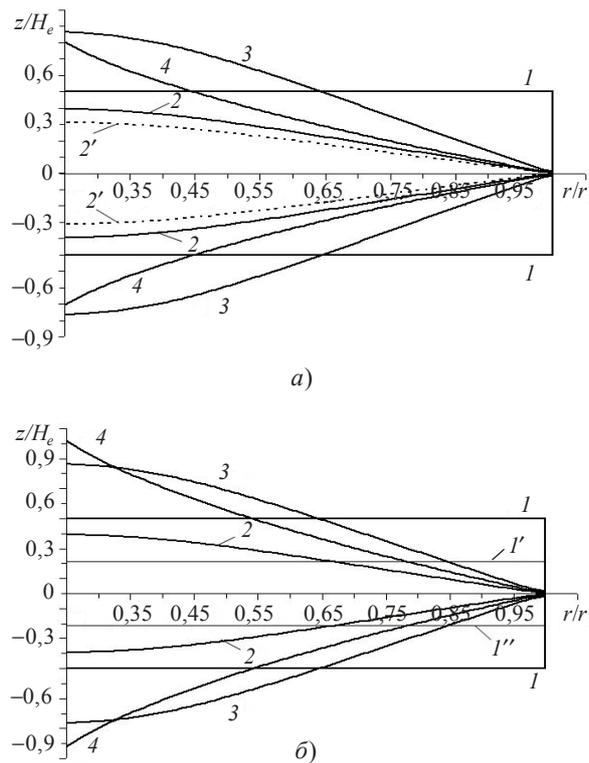


Рис. 2

Как уже отмечалось, разнесение армированных слоев в изгибаемой пластине позволяет повысить ее сопротивляемость в условиях установившейся ползучести, поэтому при заданном уровне нагружения пластины за счет разнесения несущих слоев можно дополнительно сэкономить расход фазовых материалов даже по сравнению с профилированной однослойной пластиной. Так, на рис. 1,а штриховыми линиями 2' изображен профиль трехслойной пластины, рассчитанный при $t = 0,8$ с учетом выполнения соотношения (15). Сравнение профилей 2, 2' и расчетных характеристик для них, приведенных в таблице 2, позволяет заключить, что за счет разнесения армированных слоев (профиль 2') можно дополнительно сэкономить расход фазовых материалов на 20,8% по сравнению с рационально профилированной, но однослойной пластиной (см. кривые 2 на рис. 1,а).

Приведем для сравнения рациональные профили пластин, нагруженных и закрепленных, как и прежде, но полученные (профили) при другой структуре армиро-

вания слоев – радиальной ($\psi_1^{(m)} = 0, M^{(m)} = 1$). На рис. 2 изображены профили однослойных (рис. 2,а) и трехслойных (рис. 2,б) пластин с радиальным армированием; плотность армирования $\omega_1^{(m)}(r)$ слоев при этом определяется соотношениями (11) для однослойных конструкций и равенствами (11), (13) для трехслойных, причем в (11) следует принять $\omega_2^{(m)}(r) \equiv 0$. Кроме того, для трехслойных радиально-армированных пластин остаются справедливыми соотношения (14), (15), определяющие толщину неармированного слоя в них.

Согласно (9), (11) с учетом $\omega_2^{(m)}(r) = 0$ общий расход арматуры в однослойной пластине прежней постоянной толщины $H_e = 2h_e = 1,5$ см (см. профиль 1 на рис. 2,а) с радиальной структурой на 60% меньше, чем в ЭП с радиально-окружным армированием (см. профиль 1 на рис. 1,а), поэтому условие $\max H = \sqrt{3}\xi_*$ (где ξ_* имеет значение (12)) в пластине с радиальным армированием (которую далее будем считать эталонной) выполняется при $t = 0,488$, т.е. допустимый уровень нагружения такой ЭП почти на 40% меньше, чем для однослойной пластины постоянной толщины с радиально-окружным армированием.

Результаты расчетов профилей, изображенных на рис. 2,а, б, приведены в таблицах 4, 5, которые устроены так же, как и таблицы 2, 3.

Таблица 4

Характеристики профилей однослойных металлокомпозитных пластин с радиальным армированием

Характеристика решения	Установившаяся ползучесть				Упругий изгиб
	1	2	3	2'	
t	0,488	0,488	2,35	0,488	0,488
V_m/V_{m*}	1,0	0,3542	0,7782	0,2808	0,4943
V_f/V_{f*}	1,0	0,4555	1,0003	0,3610	0,6757

Таблица 5

Характеристики профилей трехслойных металлокомпозитных пластин с радиальным армированием внешних слоев

Характеристика решения	Установившаяся ползучесть			Упругий изгиб
	1	2	3	
t	0,776	0,776	3,735	0,776
V_m/V_{m*}	1,0	0,3542	0,7787	0,6247
V_f/V_{f*}	1,0	0,4552	0,9999	0,8550

Из таблиц 4, 5 следует, что и при радиальном армировании за счет рационального профилирования пластин удастся либо существенно сэкономить расход материалов компонентов композиции (при этом наблюдается даже больший эффект экономии материалов, чем при радиально-окружном армировании) при заданном уровне нагружения $t = 0,488$ (см. таблицу 4 и рис. 2,а) или $t = 0,776$ (см. таблицу 5 и рис. 2,б), либо существенно повысить уровень нагружения пластины (примерно в 4,8 раза) при фиксированном расходе арматуры (при этом наблюдается даже значительная экономия материала связующего – более чем на 22%; см. профили 3 на рис. 2).

Следовательно, управление структурой армирования позволяет дополнительно повысить эффективные качества РП-пластин.

Как и в случае радиально-окружного армирования, сопоставление кривых 2 и 4 на рис. 2 и соответствующие данные в таблицах 4, 5 наглядно демонстрируют тот

факт, что рациональные профили, полученные по критерию кратковременной прочности, могут оказаться неэффективными в условиях длительной эксплуатации конструкции и наоборот. Сопоставление же профилей 2 и 2' на рис. 2,а вновь подтверждает возможность дополнительной экономии (более чем на 20%) расхода фазовых материалов при разнесении армированных слоев (кривые 2') по сравнению с профилированной однослойной пластиной (линии 2).

З а м е ч а н и е. В настоящей работе исследовался одномерный осесимметричный случай рационального профилирования кольцевых металлокомпозитных пластин. Однако предложенный итерационный метод решения таких задач может быть применен и в общем двумерном случае изгиба пластин. При этом необходимо вместо равенства (3) использовать уравнение равновесия (16) из [5] и соответствующие ему граничные условия (11), (17), (18) (см. там же), а вместо условия РП (8), согласно (3), (5) из [5], нужно использовать соотношение

$$h(r) = \frac{\sqrt{3}\xi_*}{2\sqrt{v_{,11}^2 + v_{,11}v_{,22} + v_{,22}^2 + v_{,12}^2}}, \quad \xi_* = \text{const} > 0,$$

где нижние индексы после запятой означают частное дифференцирование по соответствующим переменным x_i ($i = 1, 2$) прямоугольной декартовой системы координат. Если структура армирования слоев $\psi_k^{(m)}$, $\omega_k^{(m)}$ и соотношения между их толщинами $h^{(m)}$ заданы, то итерационный процесс решения двумерной задачи РП реализуется так же, как и в осесимметричном случае. Единственное осложнение, возникающее при этом в двумерном случае, сопряжено с заданием траекторий армирования (углов $\psi_k^{(m)}$) по направлениям главных скоростей деформаций ползучести, как это было сделано в настоящем исследовании. С одной стороны, выполнение этого условия вообще не обязательно, хотя и желательно, а с другой стороны, в первом приближении такие траектории можно определить приближенно, привлекая соображения, изложенные в [10] для случая плоского напряженного состояния.

Литература

1. Качанов, Л.М. Теория ползучести / Л.М. Качанов. – М.: Физматгиз, 1960. – 456 с.
2. Немировский, Ю.В. Равнонапряженное армирование металлокомпозитных пластин волокнами постоянного поперечного сечения в условиях установившейся ползучести / Ю.В. Немировский, А.П. Янковский // Механика композитных материалов. – 2008. – Т. 44, №1. – С. 11–34.
3. Янковский, А.П. Равнонапряженное армирование кольцевых изгибаемых металлокомпозитных пластин, работающих в условиях установившейся ползучести / А.П. Янковский // Вестник СамГТУ. Серия: Физ.-мат. науки. – 2010. – №5 (21). – С. 42–54.
4. Расчеты на прочность, устойчивость и колебания в условиях высоких температур / Н.И. Безухов и [др.] / Под ред. И.И. Гольденблага. – М.: Машиностроение, 1965. – 568 с.
5. Немировский, Ю.В. Установившаяся ползучесть слоисто-волокнистых изгибаемых металлокомпозитных пластин / Ю.В. Немировский, А.П. Янковский // Вестник СамГТУ. Серия: Физ.-мат. науки. – 2008. – №2 (17). – С. 66–76.
6. Немировский, Ю.В. Ползучесть однородных и композитных оболочек / Ю.В. Немировский // Актуальные проблемы механики оболочек. Тр. Междунар. конф., посвященной 100-летию проф. Х.М. Муштари, 90-летию проф. К.З. Галимова и 80-летию проф. М.С. Корнишина. Казань, 26–30 июня 2000 г. – Казань: Новое знание, 2000. – С. 42–49.
7. Композиционные материалы: Справочник / Под ред. Д.М. Карпиноса. – Киев: Наукова думка, 1985. – 592 с.
8. Писаренко, Г.С. Уравнения и краевые задачи теории пластичности и ползучести. Спра-

вочное пособие / Г.С. Писаренко, Н.С. Можаровский. – Киев: Наукова думка, 1981. – 496 с.

9. *Немировский, Ю.В.* Мозаичное рациональное профилирование изгибаемых кольцевых армированных пластин с равнопрочным связующим / Ю.В. Немировский, А.П. Янковский // Изв. вузов. Строительство. – 2003. – №7. – С. 11–18.

10. *Немировский Ю.В.* Равнонапряженное армирование металлокомпозитных пластин по направлениям главных напряжений в условиях установившейся ползучести / Ю.В. Немировский, А.П. Янковский // Вестник СамГТУ. Серия: Физ.-мат. науки. – 2007. – №2 (15). – С. 41–50.

[18.04.2011]

**RATIONAL PROFILING OF LAYER-FIBROUS METAL-COMPOSITE PLATES
BY EQUAL-DEFORMABILITY CRITERION
UNDER CONDITIONS OF STEADY CREEP AND BENDING**

A.P. Yankovsky

A rational profiling problem of ring metal-composite plates with layer-fibrous structure working under conditions of long-duration loading and cross bending is formulated. As a criterion of rational design the requirement of equal-deformability of the binder on the face surfaces of the reinforced plate under conditions of steady creep is used. The iterative method of solution of such problems is developed. It is shown that the rational profiling of plates allows to save essentially the consumption of phase materials and to increase in times carrying capacity of a construction.

Keywords: metal-composite plates, cross bending, rational design, layer-fibrous structure, steady creep.