

УДК 621.452.3

ОПТИМАЛЬНОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ ФОРМЫ ЛОПАТКИ КОМПРЕССОРА

Ю.М. Темис, Д.А. Якушев

*Центральный институт авиационного моторостроения им. П.И. Баранова,
Москва*

Рассмотрена концепция использования методики оптимального проектирования для автоматизированного проектирования формы лопатки компрессора. Обсуждены методы параметризации, выбор расчетных моделей и критериев оптимизации для решения следующих задач: частотная отстройка лопатки, минимизация массы и действующих напряжений, рассогласования между формой лопатки в рабочем положении и заданной аэродинамической формой. Приведены примеры оптимизации формы лопатки.

Ключевые слова: оптимальное проектирование, лопатка компрессора, минимизация напряжений, управление формой лопатки.

Конструкции лопаток компрессоров для авиационных газотурбинных двигателей создают либо в процессе диалогового проектирования при сравнительном анализе параметров различных конструктивных решений, либо в автоматизированном процессе с помощью методов оптимального проектирования. Форма пера лопатки задается параметризированной геометрической моделью, управляя параметрами которой можно найти наилучшую конструкцию, удовлетворяющую технологическим и прочностным ограничениям и обеспечивающую минимум заданной целевой функции.

При проектировании лопаток компрессоров рассматривают несколько целевых функций и критериев, обеспечивающих отстройку собственных частот колебаний, минимизацию массы и напряжений, заданный ресурс, минимизацию отклонения формы лопатки в рабочем положении от расчетной аэродинамической формы.

Под действием центробежных и газовых сил возможно существенное отклонение формы лопатки в рабочем положении от заданной аэродинамической формы, полученной в результате газодинамического проектирования ступени компрессора. Принято рассматривать «холодную» и «горячую» форму лопатки. «Холодной» формой лопатки называется форма, соответствующая ненагруженной лопатке в рабочем колесе компрессора. «Горячей» формой лопатки является форма, которую примет «холодная» форма после приложения к лопатке центробежных сил, газовых нагрузок и рабочих температур. Таким образом, основной целью оптимального проектирования является создание такой «холодной» формы лопатки, «горячая» форма которой под действием нагрузок будет минимально отличаться от заданной аэродинамической формы. При этом также необходимо обеспечить минимум мас-

сы и выполнение прочностных ограничений, при которых напряжения в лопатке не превышают допустимых. Эта постановка задачи оптимизации обобщает ранее рассмотренную задачу оптимизации выносов сечений лопатки [1, 2].

Геометрическая модель и параметризация лопатки

Поверхности спинки и корыта пера лопатки определяют при аэродинамическом профилировании. При этом перо лопатки компрессора представляется в виде либо набора связанных профилей, либо аэродинамических поверхностей спинки и корыта, входной и выходной кромок.

В процессе проектирования профили лопатки, пропорциональные заданному параметризованному профилю (рис. 1), помещаются на поверхности потока газа $S(r)$. Размеры реального профиля определяются по параметризованному профилю, увеличенному на параметр, которым является хорда $b(r)$. Площади профилей определяются по зависимости $F = kb(r)^2$, где коэффициент k – безразмерная площадь параметризованного профиля.

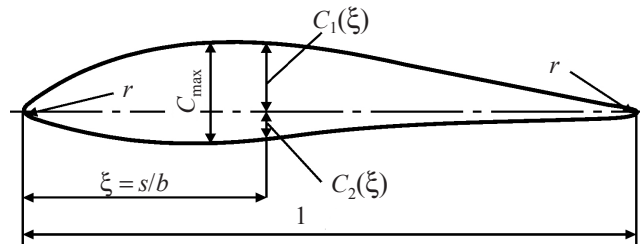


Рис. 1

Наибольший интерес представляют равнопрочные лопатки, у которых закон изменения площадей поперечных сечений определяется зависимостью $F(r) = F_c \times e^{\rho\omega^2(r_c^2 - r^2)/2[\sigma]}$, где r_c – радиус сечения, в котором напряжения растяжения достигают допустимого значения $[\sigma]$, ρ – плотность, ω – частота вращения.

На большем радиусе $r_c < r \leq R$ площадь сечения может быть постоянной, и параметры сечения выбираются из условий технологичности и жесткости. В соответствии с этим может выполняться профилирование лопаток компрессоров на начальной стадии проектирования [3, 4].

Современные методы газодинамического проектирования позволяют получать 3D-модели лопаток и выполнять проектирование в трехмерной постановке.

Сечения лопатки образуют пересечения аэродинамических поверхностей спинки и корыта лопатки с поверхностями вращения, образованными трехмерными кривыми линиями потока газа. Смещения этих сечений (выносы сечений) вдоль и вокруг оси вращения в определенных пределах при сохранении углов входа и выхода потока оказывают незначительное влияние на газодинамические характеристики потока в решетке, но существенно влияют на напряженно-деформированное состояние пера лопатки, а также на силы и моменты, приходящие на хвостовик замкового соединения с диском.

В ряде случаев такие сечения можно заменить набором цилиндрических или плоских сечений аэродинамических поверхностей лопатки [1]. На рис. 2 показаны сечения пера лопатки: 1 – i -е сечение; 2 – поверхность смещения сечения, поверхности спинки 3 и корыта 4, входная 5 и выходная 6 кромки. Выносы сечения определяются через смещение характерной точки сечения вдоль оси вращения через

параметр x_i и в окружном направлении вокруг оси вращения через параметр s_i . При этом считают, что сечения лопатки жесткие, т.е. не меняют свою форму, величину хорды b и угол установки к фронту решетки компрессора θ . Характерные точки (центр масс сечения, точки входной и выходной кромок) образуют пространственные кривые выносов, которые могут быть произвольными или следовать некоторой заданной зависимости.

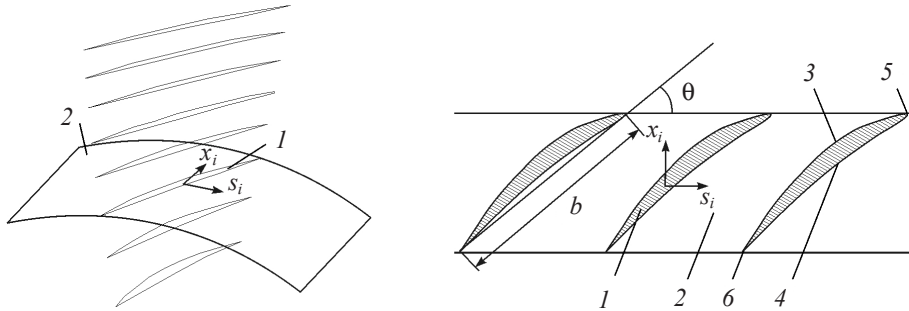


Рис. 2

Простейшая параметризация лопатки заключается в задании в качестве параметров всех выносов сечений x_i, s_i (за исключением выносов корневого сечения). В этом случае количество параметров равно удвоенному количеству сечений без корневого. Для уменьшения количества параметров можно использовать зависимость

$$x_i = f(z_i, h_1, \dots, h_K), \quad s_i = g(z_i, q_1, \dots, q_L), \quad i = 1, \dots, N, \quad K < N, \quad L < N,$$

где N – количество сечений (без корневого); z_i – величина, характеризующая расстояние от i -го сечения до корневого сечения или оси вращения; h_k и q_l – параметры управления. В качестве функций f и g можно использовать степенные функции по z , тогда h_k и q_l будут полиномиальными коэффициентами. Например, для случая параболического распределения выносов по каждому направлению количество параметров равно четырем:

$$x_i = h_1 \left(\frac{z_i - z_0}{z_N - z_0} \right) + h_2 \left(\frac{z_i - z_0}{z_N - z_0} \right)^2, \quad s_i = q_1 \left(\frac{z_i - z_0}{z_N - z_0} \right) + q_2 \left(\frac{z_i - z_0}{z_N - z_0} \right)^2,$$

где z_0 – координата корневого сечения лопатки. Впервые такой подход был применен в работе [1] для оптимизации выносов компрессорных лопаток с помощью кубического сплайна, управлявшего положениями входных кромок сечений.

Модель и метод расчета параметров состояния лопатки

В наиболее полной постановке система уравнений МКЭ для расчета лопаток приведена в работах [5–7]. Эти уравнения для решения нелинейных задач итерационными методами имеют следующий вид:

$$[K_T]_i \{\Delta U\}_{i+1} = \beta_i \{\psi\}_i, \quad (1)$$

где $[K_T]$ – матрица тангенциальной жесткости, $\{\Delta U\}_{i+1}$ – вектор приращений узловых перемещений, β_i – специальным образом подобранный параметр, обеспечивающий сходимость численного алгоритма, $\{\psi\}_i$ – вектор невязок.

Для i -й итерации ($i \geq 2$) строится матрица тангенциальной жесткости

$$[K_T]_i = [K_0] + [K_L]_i + [K_\sigma]_i + [K_R],$$

компонентами которой в каждом элементе (V_e – объем элемента) являются:
– матрица линейной жесткости, соответствующая малым перемещениям

$$[K_0] = \int_{V_e} [B_0]^T [D] [B_0] dV; \quad (2)$$

– матрица больших перемещений

$$[K_L]_i = \int_{V_e} ([B_0]^T [D] [B_L]_i + [B_L]_i^T [D] [B_L]_i + [B_L]_i^T [D] [B_0]) dV; \quad (3)$$

– матрица геометрической жесткости, которая находится из выражения

$$\int_{V_e} [\delta B_L]_i^T \{\sigma\}_i dV = [K_\sigma]_i \{\delta U_e\}; \quad (4)$$

– матрица $[K_R]$ падения жесткости за счет вращения, учитывающая эффект переноса массы, структура которой подробно рассматривается в работах [8, 9].

На последующих итерациях из соотношения

$$\{\psi\}_i = \int_V [\bar{B}]_i^T \{\sigma\}_i dV + [K_R] \{U\}_i - \{R\},$$

где $\{R\}$ – вектор нагрузок от центробежных и газовых сил, находится вектор невязки $\{\psi\}_i$. Из уравнения (1) определяется поправка $\{\Delta U\}_{i+1}$ для нового приближения вектора перемещений, которое находится следующим образом:

$$\{U\}_{i+1} = \{U\}_i + \{\Delta U\}_{i+1}.$$

При этом начальный вектор перемещений $\{U\}_1$, который используется в качестве начального приближения, определяется из решения линейной задачи

$$[K_0] \{U\}_1 = \{R\}.$$

Вычислительный процесс повторяется до тех пор, пока величина поправки $\{\Delta U\}_{i+1}$ не станет достаточно малой и для всех компонент векторов $\{U\}_i$ и $\{\Delta U\}_i$ будет справедливо неравенство

$$|\Delta U_m| \leq \delta^* |U_m|, \quad m = 1, \dots, N_{yn},$$

где N_{yn} – число искомых узловых перемещений, определяющих размерность вектора $\{U\}$, δ^* – требуемая погрешность расчета.

Матрицы $[D]$ – связи силовых факторов с деформациями в элементе – и $[B]$ – связи деформаций и перемещений – зависят от типа элемента. При проектировании лопатки применяют конечные элементы закрученных стержней, оболочек и трехмерных тел [4, 7].

Отметим, что в выражениях (2)–(4) интегрирование по объему V тела сначала производится по отдельным конечным элементам, а затем их вклады в уравнение в узлах суммируются специальным образом, как это делается обычно при составлении матрицы жесткости ансамбля и вектора правых частей МКЭ [8, 9].

Процесс расчета проводится в два этапа. На первом этапе определяется статическое положение пера лопатки при действии заданных давлений и частот вращения

ния. Это позволяет определить матрицу $[K_T]$, соответствующую новому положению статического равновесия, необходимую для определения частот и форм колебаний лопатки на втором этапе расчета.

Функции цели, критерии и ограничения

Требование минимума массы в первом приближении может быть обеспечено заданием распределения площадей для равнопрочной лопатки. На последующих приближениях в зависимости от цели проектирования и ограничений необходимо управлять всеми параметрами проектирования, к которым относятся хорда лопатки $b(r)$, параметры сечений $C_1(\zeta)$ и $C_2(\zeta)$, выносы сечений x_p, s_i и угол установки сечения θ (см. рис. 1 и рис. 2).

Изменение хорды и параметров сечения может изменить аэродинамическое качество лопатки. Поэтому диапазон их варьирования невелик и должен быть согласован с аэродинамическим расчетом. В основном размер хорды и параметры сечений варьируют при отстройке от собственных частот, когда задают ограничения на собственную частоту колебаний лопатки $f_j(\omega) \notin [k(\omega - \Delta\omega), k(\omega + \Delta\omega)]$, где k – номер гармоники, ω – роторная частота, $\Delta\omega$ – полуширина полосы запаса по частоте.

При требовании снизить уровень напряжений в лопатке в качестве функции цели выбирается норма, соответствующая максимальным напряжениям в лопатке. Минимум этой нормы может быть достигнут путем изменения выносов сечений при условии неизменяемости углов установки сечений. Управление массой и уровнем напряжений возможно также при изменении хорды и параметров профиля.

Наиболее важной и востребованной задачей является обратная задача построения исходной («холодной») формы лопатки по заданной аэродинамической («горячей») форме, удовлетворяющей требованиям и ограничениям как по массе, так и по частотам колебаний и уровню статических напряжений. В этом случае параметрами управления могут быть выносы, углы установки, хорды и параметры сечений, а функцией цели является сумма

$$F = q_\Phi F_\Phi + q_M F_M + q_\sigma F_\sigma + q_f F_f, \quad (5)$$

слагаемые которой – функции цели, соответственно обеспечивающие: F_Φ – минимум рассогласования аэродинамического положения лопатки и положения, которое занимает «холодная» лопатка под действием рабочих нагрузок; F_M – минимум массы; F_σ – минимум напряжений; F_f – частотную отстройку; $q_\Phi, q_M, q_\sigma, q_f$ – специально подобранные штрафные коэффициенты. Для решения многокритериальной задачи оптимизации с функцией цели (5) применяют методы условной и безусловной оптимизации. Для конкретной поставленной задачи из (5) следует целевая функция при условии, что коэффициент при ней принят равным единице. Оставшиеся коэффициенты принимают равными нулю, а функции при нулевых коэффициентах переводят в ограничения и для решения используют методы условной оптимизации. В другом случае, подбирая коэффициенты в формуле (5) на основе опыта конструктора, можно преобразовать многокритериальную задачу проектирования в однокритериальную и использовать эффективные методы нелинейного программирования для безусловной оптимизации.

Результаты получены с помощью программного комплекса, состоящего из модуля анализа конструкции на основе метода конечных элементов и модуля оптимизации на основе алгоритма последовательной квадратичной аппроксимации [4, 10].

Примеры оптимального проектирования лопаток компрессора

1. Определение выносов сечений лопатки, минимизирующих максимальные эквивалентные напряжения. Задача оптимизации лопатки компрессора заключается в поиске формы лопатки, которая под действием центробежных нагрузок и давлений имеет минимальное значение наибольшего эквивалентного напряжения в сечениях. Показанные на рис. 3 результаты решения задачи оптимизации зависят от вида функции, определяющей зависимость между параметрами выносов сечения [10]. Величина эквивалентных напряжений увеличивается от светлых тонов к темным на рис. 3. Исходная форма лопатки имеет максимум эквивалентных напряжений 306 МПа, обозначенный кружком в точке галтели ножки лопатки (см. рис. 3,а). При использовании линейного закона распределения выносов по обоим направлениям (два параметра) значение максимальных эквивалентных напряжений в лопатке снизилось до 250 МПа (см. рис. 3,б), что на 18,3% меньше по сравнению с исходной формой лопатки. Результат для кубической зависимости распределения выносов по обоим направлениям (шесть параметров) показан на рис. 3,в. Зона максимальных напряжений переместилась на спинку лопатки с уровнем 247 МПа, отличающимся на 19,2% от уровня максимальных напряжений исходной лопатки, что достаточно близко к результату решения задачи с набором из четырнадцати параметров, в которой напряжения оказались равны 242 МПа, т.е. меньше исходных на 20,9% (рис. 3,г).

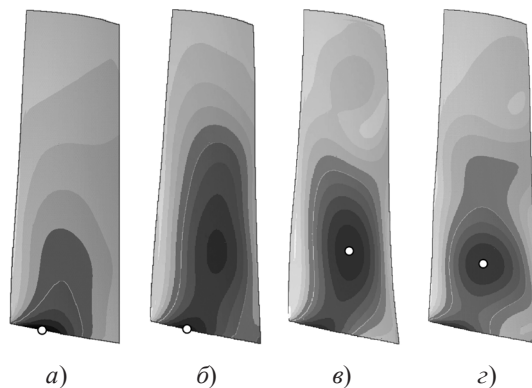


Рис. 3

Особенностью задачи минимизации напряжений при большом числе параметров является наличие нескольких локальных минимумов, а также целых областей в пространстве параметров с малым изменением функции цели. Это обусловлено тем, что существует множество вариантов верхней слабонагруженной части лопатки, при которых реализуются практически одинаковые силы, действующие на нижние сечения.

Следует также отметить, что учет в процессе оптимизации большого числа сечений лопатки приводит к волнистым входной и выходной кромкам и появлению зон повышенных напряжений на больших радиусах.

2. Определение начальной формы лопатки по заданной рабочей форме лопатки. Задача оптимизации заключается в поиске такой начальной формы лопатки, которая под действием центробежных нагрузок и давлений минимально отклоняется от расчетной аэродинамической формы. Критерием оптимизации является

минимальное расстояние между характерными точками необходимого аэродинамического положения лопатки и рабочего положения оптимальной лопатки. Характерные точки выбираются по сечениям на входной и выходной кромках лопатки [10]. Можно также рассматривать более общие сплайновые модели, описывающие отклонения всей поверхности лопатки.

Для различных вариантов параметризации лопатки и выбранных законов управления формой лопатки можно получить разное максимальное отклонение лопатки в рабочем положении II от заданной аэродинамической формы I (рис. 4,а). Для двух вариантов управляющих параметров на рис. 4,б, в показаны: отложенные по осям относительная длина лопатки \bar{h} и отклонение кромок u , определяемое как проекция расстояния между точками кромок на поверхность смещения; отклонение входной 1 и выходной 2 кромок исходной лопатки; отклонение входной 3 и выходной 4 кромок оптимальной лопатки; заданная аэродинамическая форма 5, соответствующая оси ординат. В первом варианте в качестве изменяемых параметров управления использованы предварительные смещения сечений лопатки в окружном и осевом направлениях. Во втором варианте в управляющие параметры добавлена возможность изменения угла установки сечения.

Для периферийного сечения исходной лопатки максимальным отклонением является проекция расстояния между точками B и C, которое равно 4 мм. В результате решения задачи оптимизации для первого варианта максимальное отклонение оптимальной формы лопатки от заданной аэродинамической формы на периферийном сечении равно 1,7 мм (см. рис. 4,б). Добавление в управляющие параметры возможности изменения угла установки сечения позволяет снизить максимальное отклонение от аэродинамической формы до 1 мм (см. рис. 4,в).

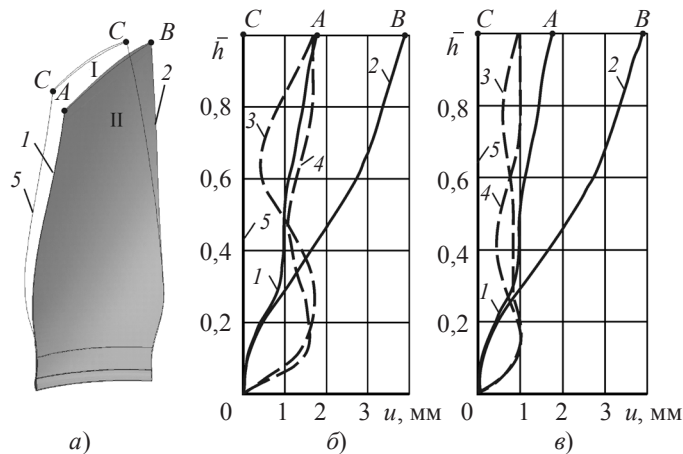


Рис. 4

Для задачи оптимального проектирования лопатки только по критерию минимального отклонения углов установки сечений, принимаемых лопаткой в рабочем положении, от углов установки сечений в аэродинамическом положении результат представлен на рис. 5,а. Критерием оптимизации являлся минимум модуля угла γ между хордами сечений аэродинамической формы и рабочей («горячей») формы лопатки. На рис. 5,а показаны заданная аэродинамическая форма I, отклонение углов γ для исходной лопатки 2 и оптимальной лопатки 3. Вариант оптимальной лопатки

на рабочем режиме имеет углы отклонения сечений «горячей» формы лопатки от заданной аэродинамической формы не более $0,18^\circ$, по сравнению с максимальным углом отклонения, равным $0,57^\circ$ для исходной лопатки.

Результат решения задачи минимизации отклонения углов установки сечений на примере одного сечения показан на рис. 5, б, где $\alpha(\zeta)$ – характеристики углов касательных к кривой корыта лопатки для аэродинамической 4, оптимальной «холодной» 5 и получающейся из нее под действием нагрузок «горячей» 6 форм по относительной длине сечения ζ . В рабочем состоянии сечения перемещаются и поворачиваются таким образом, что общее отклонение формы лопатки от заданной аэродинамической формы минимально.

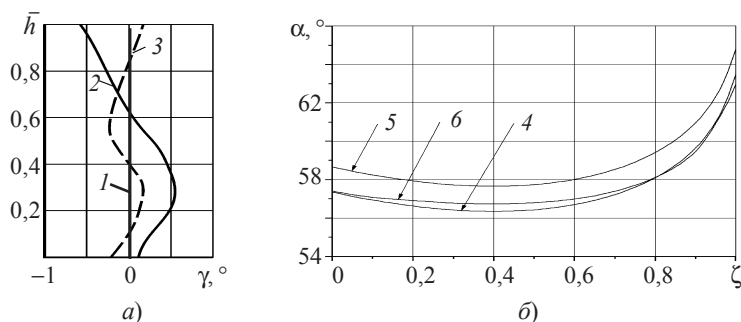


Рис. 5

Следует отметить, что обеспечить глобальный минимум в задаче оптимального проектирования лопатки невозможно. Поэтому конструктор должен выбрать начальную «холодную» форму лопатки из некоторого набора решений, приводящих к формам, близким к аэродинамическим. Наибольший интерес представляют начальные «холодные» формы, которые не увеличивают массу лопатки.

Литература

1. Темис, Ю.М. Оптимизация формы лопаток компрессоров по критерию минимума изгибных напряжений / Ю.М. Темис, О.С. Рожков // Труды XVI Международ. конф. по теории оболочек и пластин / Нижегородский ун-т. – Н. Новгород, 1994. – Т. 3. – С. 208–226.
2. Темис, Ю.М. Оптимальное проектирование конструктивных элементов ступени вентилятора ГТД / Ю.М. Темис, Л.Л. Вовчук // Вібрації в техніці та технологіях. – 2004. – №6 (38). – С. 10–15.
3. Биргер, И.А. Расчет на прочность деталей машин: Справочник / И.А. Биргер, Б.Ф. Шорр, Г.Б. Иосилевич. – М.: Машиностроение, 1993. – 640 с.
4. Темис, Ю.М. Оптимальное проектирование конструктивных элементов / Ю.М. Темис, Д.А. Якушев // Машиностроение. Энциклопедия / Ред. совет: К.В. Фролов [и др.] Самолеты и вертолеты. Т. IV-21. Авиационные двигатели. Кн. 3 / В.А. Скибин, В.И. Солонин, Ю.М. Темис и др.; под ред. В.А. Скибина, Ю.М. Темиса, В.А. Сосунова. – М.: Машиностроение, 2010. – С. 570–579.
5. Темис, Ю.М. Влияние конструктивных факторов и центробежных нагрузок на формы и частоты колебаний лопаток компрессоров / Ю.М. Темис, В.В. Карабан // Тр. XVII Международ. конф. по теории оболочек и пластин. – Казань: Изд-во КГУ, 1996. – Т. 2. – С. 54–60.
6. Темис, Ю.М. Статический и динамический анализ предварительно нагруженных деталей ГТД / Ю.М. Темис, В.В. Карабан, В.М. Зюзина // Прикладные проблемы прочности и пластичности. Численное моделирование физико-механических процессов: Межвуз. сб. / Нижегород. ун-т. – 1999. – С. 79–88.
7. Темис, Ю.М. Геометрически нелинейная конечно-элементная модель закрученного

стержня в задачах статического и динамического расчета лопаток / Ю.М. Темис, В.В. Карабан // Труды ЦИАМ. – 2001. – №1319. – 21 с.

8. *Зенкевич, О.* Метод конечных элементов в технике / О. Зенкевич. – М.: Мир, 1975. – 541 с.

9. *Bathe, K.J.* Finite element procedures in engineering analysis / K.J. Bathe. – N.J.: Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1982. – 263 p.

10. *Темис, Ю.М.* Оптимальное проектирование конструктивных элементов ГТД / Ю.М. Темис, Д.А. Якушев // Техника воздушного флота / ЦАГИ. – 2009. – №1 (694). – С. 54–64.

[07.11.2011]

OPTIMAL DESIGN OF THE COMPRESSOR BLADE FORM

Yu.M. Temis, D.A. Yakushev

A concept of using optimization technologies for the automatic design of the compressor blade form is considered. Parameterization methods, designed models and optimization criteria are discussed as applied to the problems of frequency adjustment of the blade, mass and stress minimization, mismatching of the blade form in operating position and its assigned aerodynamical form. The examples of the blade form optimization are presented.

Keywords: optimal design, compressor blade, stress minimization, blade form optimization.