УДК 539.3

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ГРАНИЧНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ДЛЯ АНАЛИЗА ЗАДАЧ ТРЕХМЕРНОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ТЕРМОУПРУГОСТИ*)

Л.А. Игумнов, С.Ю. Литвинчук, В.П. Пазин

НИИ механики Нижегородского госуниверситета им. Н.И. Лобачевского

Рассматривается трехмерная математическая теория термоупругости. Для анализа соответствующих начально-краевых задач выписаны граничные интегральные уравнения и гранично-элементная схема их решения. Особое внимание уделено граничным интегральным уравнениям для анализа задачи рассеяния открытой поверхностью термоупругого поля в трехмерном пространстве.

Ключевые слова: трехмерная термоупругость, динамика, граничные интегральные уравнения, граничный элемент, рассеяние волн.

Введение

Математическая теория термоупругости систематично изложена в работах Купрадзе [1], Leis [2] и Nowacki [3]. Начиная с работ Био [4, 5] отмечается аналогия между теориями термо- и пороупругости. Становление применения метода граничных интегральных уравнений к анализу трехмерных задач динамики теории упругости и термоупругости показывает монография [1]. Вслед за В.Д. Купрадзе [1] методы теории потенциала для замкнутых областей разрабатывались в статьях [6, 7]. Гранично-элементное моделирование этих задач началось с решения второй основной задачи теории упругости на основе шаговых схем (применений локальных сплайн-аппроксимаций по времени) [8]. Гранично-элементные решения задач термоупругости появились позднее [9, 10]. В последние десятилетия разрабатывался метод двойного применения теоремы взаимности [11] для анализа задач термоупругости. Отметим, что на основе классических граничных интегральных уравнений (ГИУ) можно построить шаговую гранично-элементную схему (ГЭ-схему), пример построения которой для уравнений теплопроводности имеется в [12]. Такая схема приведена в соответствующем разделе настоящей статьи. Применение метода ГИУ и метода граничных элементов (МГЭ) к анализу динамических задач пороупругости имеет свою историю [13–15]. Среди последних работ отметим [16–18]. Кроме того, задачи, связанные с рассеянием волн очень тонким препятствием, приобрели

*) Выполнено в рамках реализации ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы, Программы государственной поддержки ведущих научных школ России (проект НШ-4807.2010.8), а также при поддержке РФФИ (проект 10-08-01017-а).

особую важность (например, неразрушающий контроль и т.п.), в настоящей статье представлены ГИУ для трехмерных задач термоупругого рассеяния открытой поверхностью типа экран. При этом рассеянное поле удовлетворяет определяющему уравнению сопряженной системы Био для термоупругих колебаний в сочетании с граничными условиями на экране. Во всех случаях предполагается выполнение условий асимптотического излучения Купрадзе на бесконечности. Отметим, что в работах [19–21] исследовалось термоупругое рассеяние замкнутым включением. Исследование рассеяния от открытой поверхности, как это было отмечено в работах [22–30], представляет существенные вычислительные трудности. При рассмотрении задачи о рассеянии выбрана слабая модель на основе формулы Грина.

1. Математическая модель

Рассмотрим область $\Omega \subset R^3$ с границей $\partial\Omega$ как однородную изотропную термоупругую среду типа Био, которая характеризуется константами Ламе λ, μ, плотностью ρ, коэффициентом тепловой диффузии χ и константами сопряжения γ и η.

Модель начально-краевых задач имеет вид:

$$\mu\Delta u + (\lambda+\mu)\nabla(\nabla\cdot u) - \gamma\nabla\theta = \rho\ddot{u},$$

$$\Delta\theta - \frac{1}{\chi}\dot{\theta} - \eta\nabla\cdot\dot{u} = 0, \tag{1}$$

где $x = (x_1, x_2, x_3) \in R^3$, $u = (u_1, u_2, u_3)$ – вектор смещений, θ – температура среды, точка над функцией обозначает дифференцирование по времени.

После применения интегрального преобразования Лапласа по переменной времени t в (1) система уравнений термоупругости запишется в виде:

$$\mu\Delta u + (\lambda+\mu)\nabla(\nabla\cdot u) - \gamma\nabla\theta + \rho p^2 u = 0,$$

$$\Delta\theta + \frac{p}{\chi}\theta + p\eta\nabla\cdot u = 0, \tag{2}$$

где p – параметр преобразования Лапласа. В символической форме записи получаем

$$L(\nabla, p)\upsilon(x) = 0,$$

где

$$\upsilon = (u, u_4), \quad u_4 \equiv \theta,$$

$$L(\nabla, p) = \begin{bmatrix} (\mu\Delta + \rho p^2)I_3 + (\lambda+\mu)\Delta\nabla & -\gamma\nabla \\ p\eta\nabla & \Delta + p/\chi \end{bmatrix},$$

I_3 – трехмерная единичная матрица. Обозначим $q = p/\chi$. Запишем краевые условия:

$$\upsilon = y, \quad x \in (\partial\Omega)^u, \quad t = q, \quad x \in (\partial\Omega)^\sigma,$$

$$t = \mathrm{T}(\nabla, n(x))u - \gamma n(x)\theta = P(\nabla, n(x))\upsilon = P_n\,\upsilon,$$

где $\mathrm{T}(\nabla, n(x))$ – оператор напряжений классической теории упругости; $n(x)$ – нормаль к площадке, содержащей точку x.

Пусть справедливо

$$(\Delta + k_i^2)\upsilon^i(x) = 0, \quad i = 1, 2, 3,$$

$$(\Delta + k_j^2)\theta^j(x) = 0, \quad (j = 1, 2, \text{ по } i, j \text{ нет суммирования}),$$

$$\nabla \times \upsilon^j = 0, \quad \nabla \cdot u^3 = 0,$$

$$k_1^2 + k_2^2 = q(1+\varepsilon) + k_4^2, \quad k_1^2 k_2^2 = q k_4^2, \quad \mu k_3^2 = \rho p^2,$$

$$k_4 = p\sqrt{\rho/(\lambda + 2\mu)}, \quad \varepsilon = \gamma\eta\chi/(\lambda + 2\mu).$$

Решение $\upsilon(x)$ систем (1), (2), следуя [1], представим в виде:

$$\upsilon(x) = \upsilon^1(x) + \upsilon^2(x) + \upsilon^3(x), \tag{3}$$

где

$$\upsilon^1(x) = (u^1(x), \theta^1(x)), \quad \upsilon^2(x) = (u^2(x), \theta^2(x)), \quad \upsilon^3(x) = (u^3(x), 0).$$

Фундаментальное решение

$$L(\nabla, p)U = I_4 \delta$$

в форме записи (3)

$$U(x,y) = U^1(x,y) + U^2(x,y) + U^3(x,y)$$

имеет следующий вид:

$$U^1(x,y) = \frac{1}{\rho p^2 (k_1^2 - k_2^2)} \begin{bmatrix} (k_4^2 - k_2^2)\nabla_x \nabla_x & \gamma k_4^2 \nabla_x \\ -\chi\eta q k_4^2 \nabla_x & \rho(k_4^2 - k_2^2)p^2 \end{bmatrix} \frac{e^{k_1|x-y|}}{|x-y|},$$

$$U^2(x,y) = \frac{-1}{\rho p^2 (k_1^2 - k_2^2)} \begin{bmatrix} (-k_4^2 + k_1^2)\nabla_x \nabla_x & -\gamma k_4^2 \nabla_x \\ -\chi\eta q k_4^2 \nabla_x & \rho(k_4^2 - k_2^2)p^2 \end{bmatrix} \frac{e^{k_2|x-y|}}{|x-y|},$$

$$U^3(x,y) = -\frac{1}{\rho p^2} \begin{bmatrix} (-k_3^2 I_3) + \nabla_x \nabla_x & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \frac{e^{k_3|x-y|}}{|x-y|}.$$

Для $r = |x-y| < \varepsilon$ можем записать оценку:

$$|U_{kj}(x,y)| \le c r^{-1}, \quad j,k = \overline{1,4}, \text{ константа } c > 0.$$

Также справедливо, как показано в [1], что при $|x-y| \to \infty$

$$u^j(x) = o(|x|^{-1}), \quad \nabla u_j(x) = O(|x|^{-2}), \quad \theta^j(x) = o(|x|^{-1}),$$

$$\nabla\theta^j(x) = O(|x|^{-2}), \quad u^3(x) = O(|x|^{-1}), \quad i = \overline{1,3}, \ j = 1,2.$$

Такое поведение регулярных и фундаментальных решений позволяет построить сингулярные ГИУ, выделить в них особенности и на основе регуляризованных ГИУ построить ГЭ-схему.

2. Граничные интегральные уравнения

Получим интегральные представления и ГИУ на основе формулы Грина. Пусть $u, \overline{u}$ – регулярные трехмерные векторы, где $\upsilon = (u, \theta)$ – решение (1). Можем записать следующее тождество [1]:

$$\int_{\Omega}\left[\mathrm{E}(u,\overline{u})+\nabla\theta\cdot\nabla \mathrm{v}_4-p\eta\nabla\cdot u\mathrm{v}_4-\gamma\theta\nabla\cdot\overline{u}-\rho p^2 u\cdot\overline{u}-\frac{p}{\chi}\theta\mathrm{v}_4\right]d\Omega=$$

$$=\int_{\partial\Omega}\left[(\mathrm{T}u-\gamma n\theta)\cdot\overline{u}+\frac{\partial\theta}{\partial n}\mathrm{v}_4\right]ds,\quad \mathrm{v}=(\overline{u},\mathrm{v}_4),$$

где

$$\mathrm{E}(u,\overline{u})=\lambda(\nabla\cdot u)(\nabla\cdot\overline{u})+\mu\sum_{p,q=1}^{3}\nabla_q\overline{u}_p(\nabla_q u_p+\nabla_p u_q),\quad \mathrm{E}(u,\overline{u})=\mathrm{E}(\overline{u},u).$$

После преобразований получим формулу Грина для термоупругости

$$\frac{2\gamma}{p\eta}\int_{\Omega}|\nabla\theta|^2 d\Omega=\int_{\partial\Omega}\left[\overline{u}\cdot(\mathrm{T}u-\gamma n\theta)+\frac{\gamma}{p\eta}\theta\frac{\partial \mathrm{v}_4}{\partial n}-u\cdot(\mathrm{T}\overline{u}-\gamma n\mathrm{v}_4)+\frac{\gamma}{p\eta}\mathrm{v}_4\frac{\partial\theta}{\partial n}\right]ds.$$

Аналог теоремы взаимности для термоупругости записывается в виде:

$$\int_{\Omega}[\upsilon\cdot L^*\mathrm{v}-\mathrm{v}\cdot L\upsilon]dr=\int_{\partial\Omega}[\upsilon\cdot R^*\mathrm{v}-\mathrm{v}\cdot R\upsilon]ds,$$

где

$$R=R(\nabla,n)=\begin{bmatrix}\mathrm{T}(\nabla,n) & -\gamma n\\ 0 & \nabla\cdot n\end{bmatrix}.$$

После преобразований интегральное представление решения для прямой формулировки будет иметь вид:

$$\upsilon(x)=\pm\frac{1}{4\pi}\int_{\partial\Omega}[\upsilon(y)\cdot R^*(\nabla,n)U(x,y)-U(x,y)\cdot R(\nabla,n)\upsilon(r')]d_y s(y),$$

$$x\in\Omega\,(x\in\mathrm{R}^3/\overline{\Omega}).$$

Запишем интегральное представление для случая решения задачи рассеяния термоупругим экраном Γ (гладкая поверхность в R^3) с краем $\partial\Gamma$ [31]:

$$\upsilon(x)=-\frac{1}{4\pi}\int_{\partial\Omega}[\upsilon_1(y)\cdot R^*(\nabla,n)U(x,y)-U(x,y)\cdot R(\nabla,n)\upsilon_1(y)]d_y s,$$

$$0=-\frac{1}{4\pi}\int_{\partial\Omega}[\upsilon_2(y)\cdot R^*(\nabla,n)U(x,y)-U(x,y)\cdot R(y,n)\upsilon_2(y)]d_y s.$$

Тогда граничные интегральные уравнения будут иметь вид:

$$\frac{1}{2}(\upsilon_1(x)+\upsilon_2(x))=-\frac{1}{4\pi}\int_{\Gamma}[G](y)\cdot R^*(\nabla,n)U(x,y)d_y s+$$

$$+\frac{1}{4\pi}\int_{\Gamma}U(x,y)[\mathrm{T}u-\gamma n\theta,\partial\theta/\partial n]^T(y)\cdot d_y s+$$

$$+\frac{1}{4\pi}\int_{\partial B}[\upsilon_2(y)\cdot R^*(\nabla,n)U(x,y)-U(x,y)\cdot R^*(\nabla,n)\upsilon_2(y)]d_ys, \quad x\in\partial\Omega_1,$$

$$\Gamma\subset\Omega_1, \quad \Omega_1\subset B=\{x,|\,x|\le r_B\}, \quad \Omega_2=B\cap(R^3\setminus\overline{\Omega}_1),$$

где

$$B_k\upsilon=G_1,\ x\in\Gamma_1;\ B_k\upsilon=G_2,\ x\in\Gamma_2;\ k=\overline{1,4},\ G_1=(g_1,q_1),\ G_2=(g_2,q_2);$$

$$[g]=g_1-g_2, \quad [q]=q_1-q_2, \quad B_1(\nabla,n)-I_4, \quad B_2(\nabla,n)=R(\nabla,n),$$

$$B_3(\nabla,n)=\begin{bmatrix} I_3 & 0 \\ 0 & \nabla\cdot n\end{bmatrix}, \quad B_4(\nabla,n)=\begin{bmatrix} \mathrm{T}(\nabla,n) & -\gamma n \\ 0 & 1\end{bmatrix},$$

$\Gamma=\Gamma_1\cup\Gamma_2\cup\partial\Gamma$, n – внешняя нормаль, направленная к Γ_2.

3. Гранично-элементная дискретизация

Базовый процесс ГЭ-дискретизации состоит в разбиении границы на N_E граничных элементов E_e $(1\le e\le N_E)$ совокупностью четырехугольных и треугольных восьмиузловых биквадратичных элементов [32]. При этом треугольные элементы рассматриваются как вырожденные четырехугольные элементы (рис. 1), каждый из которых отображается на контрольный элемент Δ_e (каждый Δ_e – это либо квадрат $\xi=(\xi_1,\xi_2)\in[-1,1]^2$, либо треугольник $0\le\xi_1+\xi_2\le1, \xi_1\ge0, \xi_2\ge0$). Элемент E_e отображается на элемент Δ_e с помощью уравнения:

$$y_i(\xi)=\sum_{l=1}^{8}N^l(\xi)y_i^{\beta(k,l)}, \quad i=1,2,3, \quad \xi\in\Delta_e,$$

где $\beta(k,l)$ – глобальный номер узла, имеющего в k-м элементе локальный номер l; $N^l(\xi)$ – функции формы. В качестве функций формы выбраны квадратичные полиномы интерполяции. Естественный базис (a_1,a_2), метрический тензор g и единичная нормаль n на E_e запишутся как

$$a_\alpha(\xi)=\sum_{q=1}^{N}N_\alpha^l(\xi)x^q, \quad g_{\alpha\beta}(\xi)=a_\alpha(\xi)\cdot a_\beta(\xi),$$

$$J(\xi)n(\xi)=a_1\wedge a_2, \quad J^2(\xi)=(g_{11}g_{22}-g_{12}^2)$$

$$(\xi\in\Delta_e;\quad \alpha,\beta=1,2).$$

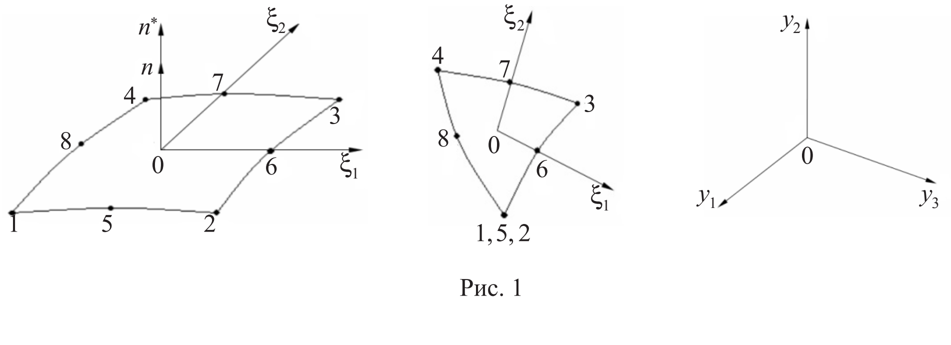

Рис. 1

Неизвестные граничные поля (υ, t) также интегрируются через узловые значения $\upsilon^k = \upsilon(z^k)$ и $t^k = t(z^k)$ в интерполяционных узлах z^k. Множество интерполяционных узлов отличается от множества геометрических узлов, а множество интерполяционных функций не совпадает с множеством функций формы. Рассмотрим случай, называемый согласованным интерполированием, где для аппроксимации обобщенных граничных перемещений применим билинейные элементы, а для аппроксимации обобщенных поверхностных сил – постоянные элементы. При этом для расчетного значения параметра p будем иметь следующие выражения граничных перемещений и поверхностных сил внутри элемента S_k:

$$\upsilon_i(y) = \sum_{l=1}^{4} R^l(\xi)\upsilon_i^{\chi(k,l)}, \quad i = 1,2,3; \ y \in S_k,$$

$$t_i(y) = t_i^{\chi(k,l)}, \quad i = 1,2,3; \ y \in S_k.$$

Здесь $R^l(\xi)$ – функции формы для линейного четырехугольного элемента.

Для получения дискретного аналога ГИУ применим метод коллокации. В качестве узлов коллокации y^m будем выбирать узлы аппроксимации исходных граничных функций. В итоге формируется система линейных алгебраических уравнений. Специфику вычислительного процесса определяют особенности в коэффициентах дискретного аналога. Рассматриваются два случая. Первый – интеграл по элементу регулярный и интегрирование по элементу сведено к повторному интегрированию по локальным координатам. По каждой из координат используются квадратурные формулы Гаусса. Второй случай – интеграл сингулярный, предварительно используются дополнительные преобразования, а затем уже формулы Гаусса.

Заключение

С учетом известной аналогии задач термоупругости и пороупругости результаты гранично-элементного моделирования соответствующих решений ГИУ можно найти в работах [16–18], которые посвящены применению МГЭ к динамическим задачам пороупругости. Кроме того, эта же аналогия позволяет рекомендовать применение приведенных ГИУ к задачам рассеяния экраном, помещенным в трехмерное пороупругое пространство.

Литература

1. Трехмерные задачи математической теории упругости и термоупругости / В.Д. Купрадзе [и др.]; Под ред. В.Д. Купрадзе. – М.: Наука, 1976. – 664 с.

2. *Leis, R.* Initial boundary value problems in mathematical physics / R. Leis. – New York: Wiley, 1986.

3. *Новацкий, В.* Динамические задачи термоупругости / В. Новацкий. – М.: Мир, 1970. – 256 с.

4. *Biot, M.* Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. I. Low-frequency range / M. Biot // J. Acoust. Soc. Am. – 1956. – V. 28, № 2. – P. 168–178.

5. *Biot, M.* Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. II. Higher-frequency range / M. Biot // J. Acoust. Soc. Am. – 1956. – V. 28, № 2. – P. 179–191.

6. *Jentsch, L.* Thermoelastic oscillations of anisotropic bodies / L. Jentsch, D. Natroshvili // Preprint 96-1, Technische Universitat Chemnitz, Fakultat fur Mathematik, 1996.

7. *Jentsch, L.* Interaction between thermoelastic and scalar oscillation fields / L. Jentsch, D. Natroshvili // Integral Equations Operator Theory. –1997. – №28. – P. 261–288.

8. *Угодчиков, А.Г.* Метод граничных элементов в механике деформируемого твердого тела / А.Г. Угодчиков, Н.М. Хуторянский. – Казань: Изд-во КГУ, 1986. – 296 с.

9. *Beskos, D.E.* Boundary element methods in dynamic analysis: Part II,1986–1996 / D.E. Beskos // Appl. Mech. Reviews. – 1997. – Vol. 50. – P. 149–197.

10. *Mackerli, J.* FEM and BEM in the context of information retrieval / J. Mackerli // Computers and Structures. – 2002. – № 80. – P. 1595–1604.

11. *Gaul, L.* Boundary element methods for engineers and scientists / L. Gaul, M. Kogl, M. Wagner. – Berlin: Springer, 2003. – 488 p.

12. *Lubich, C.* Time discretization of parabolic boundary integral equations / C. Lubich, R. Schneider // Numerische Mathematik. – 1992. – V. 63. – P. 455–481.

13. *Дунин, С.З.* Продольные волны в частично насыщенных пористых средах. Влияние газовых пузырьков / С.З. Дунин, Д.Н. Михайлов, В.Н. Николаевский // ПММ.– 2006. – Т. 70. – Вып. 2. – С. 282–294.

14. *Schanz, M.* Wave propogation in viscoelastic and poroelastic continua / M. Schanz. – Berlin: Springer, 2001. – 170 p.

15. *Schanz, M.* Wave propagation in a simplified modelled poroelastic continuum: Fundamental solutions and a time domain boundary element formulation / M. Schanz, V. Struckmeier // Int. J. Numer. Meth. Engng. – 2005. – V. 64. – P. 1816–1839.

16. Граничные интегральные уравнения для решения динамических задач трехмерной теории пороупругости / А.В. Аменицкий [и др.] // Проблемы прочности и пластичности: Межвуз. сб. / Нижегород. ун-т. – 2009. – Вып. 71. – С. 164–171.

17. Модификация методики численного решения регулярных граничных интегральных уравнений трехмерной динамической теории упругости / А.А. Белов [и др.] // Проблемы прочности и пластичности: Межвуз. сб. / Нижегород. ун-т. – 2009. – Вып. 71. – С. 172–177.

18. *Аменицкий, А.В.* Развитие метода граничных элементов для решения проблемы распространения волн в пористых средах / А.В. Аменицкий, Л.А. Игумнов, И.С. Карелин // Проблемы прочности и пластичности: Межвуз. сб. / Нижегород. ун-т. – 2008. – Вып. 70. – С. 71–78.

19. *Cakoni, F.* The coated thermoelastic body within a low-frequency elastodynamic field / F. Cakoni, G. Dassios // Int. J. Engng. Sci. –1998. – №36. – P. 1815–1838.

20. *Cakoni, F.* Boundary integral method for thermoelastic screen scattering problem in R3 / F. Cakoni // Matematical methods in the applied sciences. Math. Meth. Appl. Sci. – 2000. – №23. – P. 441–466.

21. *Dassios, G.* The scattering amplitudes and cross-sections in the theory of thermoelasticity / G. Dassios, V. Kostopoulos // SIAM J. Appl. Math. – 1988. – №48. – P. 79–98.

22. *Costabel, M.* An improved boundary element Galerkin method for three-dimensional crack problems / M. Costabel, E.P. Stephan // Integral Equations Operator Theory. – 1987. – №10. – P. 467–505.

23. *Stephan, E.P.* Boundary integral equations for mixed boundary value problems, screen and transmission problems in R3, Habilitationsschrift / E.P. Stephan. THD-Preprint 848, Math. Dept., TH Darmstadt, 1984.

24. *Stephan, E.P.* A boundary integral equation method for three-dimensional crack problems in elasticity / E.P. Stephan // Math. Meth. in Appl. Sci. – 1986. – №8. – P. 609–623.

25. *Stephan, E.P.* Boundary integral equations for screen problems in R3 / E.P. Stephan // Integral Equations Operator Theory. –1987. – №10. – P. 236–257.

26. *Wendland, W.L.* Boundary element methods and their asymptotic convergence / W.L. Wendland // Theoretical Acoustics and Numerical Techniques / Ed. P. Filippi. – Vienna: Springer-Verlag, 1983. – Vol. 277. – P. 135–215.

27. *Wendland, W.L.* A hypersingular boundary integral method for two-dimensional screen and crack problems / W.L. Wendland, E.P. Stephan // Arch. Rat. Mech. Anal. –1990. – №112. – P. 363–390.

28. *Wendland, W.L.* The boundary element method of three-dimensional Stokes flows exterior to an open surface / W.L. Wendland, J. Zhu // Math. Comput. Modelling. – 1991. – №15. – P. 19–42.

29. *Chapko, R.* On the numerical solution of a hypersingular integral equation for elastic scattering from a planar crack / R. Chapko, R. Kress, L. Monch // IMA J. of Num. Anal. – 2000. – №20. – P. 601–619.

30. *Duduchava, R.* The Wiener-Hopf method for systems of pseudodiferential equations with an application to crack problems / R. Duduchava, W.L. Wendland // Integral Equations Operator Theory. – 1995. – № 23. – P. 295–335.

31. *Cakoni, F*. Boundary integral method for thermoelastic screen scattering problem in R^3 / F. Cakoni // Math. Meth. Appl. Sci. – 2000. – № 23. – P. 441–466.

32. *Баженов, В.Г.* Методы граничных интегральных уравнений и граничных элементов в решении задач трехмерной динамической теории упругости с сопряженными полями / В.Г. Баженов, Л.А. Игумнов. – М.: Физматлит, 2008. – 352 с.

[21.09.2010]

USING OF THE METHOD OF BOUNDARY INTEGRAL EQUATIONS FOR ANALYZING THE PROBLEMS OF 3-D DYNAMIC THERMAL ELASTICITY

L.A. Igumnov, S.Yu. Litvinchuk, V.P. Pazin

The 3-D mathematical theory of thermal elasticity is considered. To analyze the related initial boundary-value problems, boundary integral equations and a BE-scheme for analyzing them are written. Special attention is paid to the boundary integral equations for analyzing the problem of scattering from an open surface of a thermal elastic field in a 3-D space.

Key words: 3-D thermal elasticity, dynamics, boundary integral equations, boundary element, scattering of waves.