

УДК 629.7.015.4: 629.7.023

## **ПОВЫШЕНИЕ ТОЧНОСТИ МЕТОДОВ РАСЧЕТА ПОДКРЕПЛЕННЫХ СФЕРИЧЕСКИХ СЕГМЕНТОВ НА УСТОЙЧИВОСТЬ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ РЕЗУЛЬТАТОВ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ**

**В.Г. Дегтярь, В.В.Чеканин**

*ОАО «Государственный ракетный центр им. В.П. Макеева», Миасс*

Для улучшения согласия теоретических и экспериментальных данных репрезентативной выборки предложена корректирующая функция. Степени параметров этой функции определяются по результатам последовательной минимизации стандартного отклонения случайной величины, выраженной через отношение опытного и теоретического критических давлений. Показано, что стандартные отклонения случайной величины выборки для двух расчетных зависимостей, уточненных соответствующими корректирующими функциями, существенно уменьшаются и достигают практически одинаковых значений. Получена расчетная зависимость, содержащая произведение проектных параметров в степенях, обеспечивающая наиболее быстрый синтез проектных вариантов подкрепленных сферических сегментов. Для одинаковой надежности оболочки демонстрируются возможности относительного снижения ее массы при проектировании на основе расчетной зависимости с минимальным значением стандартного отклонения случайной величины.

*Ключевые слова:* повышение точности методов расчета, устойчивость, корректирующая функция, подкрепленные сферические сегменты.

### **Введение**

В практике проектирования подкрепленных оболочечных конструкций (оболочек корпуса жидкостных ракет) на устойчивость широкое распространение получили упрощенные методы расчета критических нагрузок, обеспечивающие быстрый синтез проектных вариантов.

Однако, как показано в работе [1], эти методы характеризуются увеличенным рассогласованием с экспериментальными данными. Поэтому, как правило, при проектировании в ракетной технике для получения заданной надежности результатов назначается коэффициент безопасности, увеличивающий эксплуатационную нагрузку. Кроме этого, в работе [2] диапазоном значений задается коэффициент устойчивости расчетной зависимости, так как предполагается, что его величина зависит от проектных параметров, уровня критических напряжений и условий закрепления опорных контуров оболочек. Подтверждение уровня критических нагрузок и значения коэффициента устойчивости осуществляется при экспериментальных исследованиях устойчивости оболочек в процессе разработки конструкции и при периодических испытаниях в процессе их серийного изготовления.

## 1. Постановка задачи и методика уточнения

К настоящему времени сформирован большой массив экспериментальных данных по устойчивости подкрепленных сферических сегментов, изготовленных механическим фрезерованием, на наружное давление (см. приложение на стр. 92). Оболочки массива отличаются габаритными размерами и характеристиками ортогональных сечений, сроками и заводами изготовителями, а количество опытных оболочек в массиве существенно (почти в 2 раза) превышает 50. Указанные обстоятельства позволяют отнести этот массив экспериментальных данных к репрезентативной выборке, характеризующей соответствующую генеральную совокупность. В качестве случайной величины выборки принимается отношение критического давления, полученного при испытании оболочки, к его теоретическому значению.

Учитывая стабильную технологию изготовления подкрепленных оболочек, можно использовать накопленный объем экспериментальных данных для уточнения методов расчета и определения числового коэффициента (коэффициента устойчивости) расчетной зависимости из условия равенства единице выборочного среднего значения случайной величины. При этом основная задача заключается в достижении минимально возможного уровня стандартного отклонения или стандарта  $\sigma$  случайной величины

$$\sigma = \sqrt{\sum_{l=1}^n (K_l - K_{\text{ср}})^2 / (n-1)},$$

где  $K_{\text{ср}} = 1$  – выборочное среднее значение случайной величины;  $K_l = \rho_q^{\exists} / \rho_q^{\text{T}}$  – значение  $l$ -й случайной величины;  $\rho_q^{\exists} = q^{\exists} / E$  – адекватно нормализованный параметр экспериментального критического давления;  $\rho_q^{\text{T}} = q^{\text{T}} / E$  – адекватно нормализованный параметр теоретического критического давления;  $q^{\exists, \text{T}}$  – экспериментальное или теоретическое значение критического давления;  $E$  – модуль упругости материала оболочки;  $n$  – количество опытных данных.

В работе [3] для повышения точности методов расчета предложена универсальная корректирующая функция, в состав которой входят в соответствующих степенях габаритные размеры оболочки, толщина обшивки и дополнительно параметры  $\lambda_i$ , характеризующие подкрепление оболочки. Уточненную таким образом зависимость для подкрепленного сферического сегмента можно записать в следующем виде:

$$\rho_q = f(X_j^{k_j}) F(X_v),$$

где  $f(X_j^{k_j}) = \prod_{j=1}^3 X_j^{k_j}$  – корректирующая функция;  $F(X_v)$  – функция критического давления;  $X_j$  – параметры  $\delta_r$  и  $\lambda_i$  корректирующей функции;  $\delta_r = \delta / r$ ,  $\delta$  – толщина обшивки между ребрами;  $r$  – радиус оболочки;  $\lambda_i = c_i h / (l_i \delta)$ ,  $c_i$ ,  $l_i$  – ширина ребер и расстояние между ними в одном из ортогональных направлений;  $i = 1$  – осевое направление,  $i = 2$  – кольцевое направление;  $h$  – одинаковая высота ребер в двух ортогональных направлениях;  $X_v$  – проектные параметры оболочки;  $k_j$  – показатель степени  $j$ -го параметра корректирующей функции.

Степень  $k_j$  каждого из параметров корректирующей функции определяется при последовательной минимизации стандарта  $\sigma$  случайной величины.

Кроме универсальной корректирующей функции, ниже представлены аналогичные функции, адаптированные к уточняемой расчетной зависимости и обеспечиваю-

щие дополнительное снижение разброса случайной величины. В состав этих функций входят параметры, характеризующие, как и параметры  $\lambda_i$ , подкрепление оболочки.

## 2. Уточнение методов расчета критического наружного давления подкрепленного сферического сегмента

В работе [2], используемой при практическом проектировании, приведена расчетная зависимость для критического давления подкрепленного сферического сегмента, которую можно представить в безразмерном виде:

$$\rho_q^T = k \delta_r^2 \omega, \quad (1)$$

где  $\omega = 1 + \Phi\beta(\Psi - 1)^2$ ,  $k$  – числовой коэффициент;  $\beta = 0,4/\Phi^{0,333} + 1,3/\Psi^{0,5} - 0,54$ ;  $\Phi = (\Phi_1\Phi_2)^{0,5}$ ;  $\Phi_1 = 2\pi c_1/l_1$ ;  $\Phi_2 = 2\pi c_2/l_2$ ;  $\Psi = \delta_{исх}/\delta$ ;  $\delta_{исх} = h + \delta$  – исходная толщина стенки оболочки. В приложении обозначено:

$$\beta_\delta = \frac{h}{\delta} = \Psi - 1; \quad \lambda_1 = \frac{\Phi_1(\Psi - 1)}{2\pi}; \quad \lambda_2 = \frac{\Phi_2(\Psi - 1)}{2\pi}.$$

Величина числового коэффициента  $k$  расчетной зависимости, определенная в результате статистической обработки выборки, состоящей из 94 экспериментальных данных, равна 0,32. Стандартное отклонение  $\sigma$  этой выборки составляет 19,75%.

Для расчетной зависимости из работы [4]

$$\rho_q^T = k \delta_r^2 \left\{ \frac{1 + 2\lambda_1 + 0,91\lambda_1^2}{2 + 2,12\lambda_1 + 1,18\lambda_1^2} \left[ 1 + 0,91\lambda_2 \left( \beta_\delta^2 + 3 \frac{(\beta_\delta + 1)^2}{(1 + \lambda_2)^2} \right) \right] \right\}^{0,5} \quad (2)$$

аналогичные результаты составляют соответственно  $k = 0,543$  и  $\sigma = 16,17\%$ .

После уточнения корректирующей функцией, содержащей в этом случае параметры  $\delta_r$  и  $\omega$ , расчетная зависимость (1) принимает следующий вид:

$$\rho_q^T = \frac{k}{\delta_r^{0,75} \omega^{0,25}} \delta_r^2 \omega = k \delta_r^{1,25} \omega^{0,75}, \quad (3)$$

где  $k = 0,522 \cdot 10^{-2}$ . Стандарт выборки для этой зависимости 8,58%.

Уточненная корректирующей функцией расчетная зависимость работы [4]

$$\rho_q^T = k \frac{\lambda_1^{0,16}}{\lambda_2^{0,10}} \delta_r^{1,28} \left\{ \frac{1 + 2\lambda_1 + 0,91\lambda_1^2}{2 + 2,12\lambda_1 + 1,18\lambda_1^2} \left[ 1 + 0,91\lambda_2 \left( \beta_\delta^2 + 3 \frac{(\beta_\delta + 1)^2}{(1 + \lambda_2)^2} \right) \right] \right\}^{0,5} \quad (4)$$

обеспечивает снижение стандарта выборки до 8,53%,  $k = 0,133 \cdot 10^{-2}$ .

Небольшое отличие полученных стандартов позволяет сделать заключение, что применение корректирующих функций обеспечивает практически одинаковую точность расчетных зависимостей [2, 4].

Для наглядности сравнение неуточненной и уточненной расчетных зависимостей работ [2, 4] осуществляется по результатам решения обратной задачи проектирования [1] для разных величин наружного давления и фиксированных значений ширины ребер.

На рис. 1 в координатах безразмерных параметров «массовой» толщины (ось абсцисс)

$$m = \frac{\delta}{r} \left[ 1 + \frac{\Psi - 1}{2\pi} (\Phi_1 + \Phi_2) \right]$$

и исходной толщины стенки оболочки (ось ординат)  $\bar{\delta} = \delta_{\text{исх}} / r$  построены для давления  $q = 0,3$  МПа и ширины ребер  $c = 0,002$  м кривые 1, 2, соответствующие неутонченным зависимостям, и кривые 3, 4 – уточненным зависимостям работ [2, 4].

На рис. 2 аналогичные кривые построены для давления  $q = 0,6$  МПа и ширины ребер  $c = 0,002$  м, а на рис. 3 – для давления  $q = 0,9$  МПа и ширины ребер  $c = 0,004$  м.

Как видно, на рис. 1–3 кривые 1, 2 существенно отличаются, особенно параметрами исходной толщины, кривые 3, 4 практически совпадают. Кроме того, на рис. 1 кривые 1, 2 расположены над кривыми 3, 4 и смещены относительно их минимальных значений вправо. Это указывает на занижение критического давления расчетными зависимостями (1), (2) при проектировании оболочки на величины давления, близкие к 0,3 МПа, и позволяет в рассматриваемом случае при использовании для проектирования расчетных зависимостей (3), (4) снизить массу оболочки от ~3,3 до 8,6% в зависимости от толщины обшивки. Расположение кривых 1, 2 на рис. 3 ниже кривых 3, 4 правее участков с минимальной массой свидетельствует о завышении критического давления расчетными зависимостями (1), (2) при проектировании оболочки на величины давления, близкие к 0,9 МПа.

Кроме расчетной зависимости (3), возможны также следующие варианты зависимостей, содержащих параметры проектирования  $\varphi_1, \varphi_2, \psi, \beta_\delta$  в соответствующих степенях:

1. Расчетная зависимость

$$\rho_q^T = k \delta_r^{1,32} \varphi_1^{0,20} \varphi_2^{0,18} \beta_\delta^{1,05}. \quad (5)$$

Обеспечивает стандарт  $\sigma = 8,4\%$  и  $k = 1,04 \cdot 10^{-2}$ .

2. В работе [1] для улучшения согласия теоретических и практических результатов предложена модификация расчетных зависимостей трехчленом первой степени, позволившая снизить стандарт выборки для зависимостей (1), (2) ~ до 14%.

Эффективность этой модификации повышается, если рассмотренным выше методом провести уточнения степени переменной и коэффициентов трехчлена, дополнить его произведением переменных проектирования в степенях, а также выполнить соответствующую коррекцию выражения для параметра  $\beta$ . Полученная в результате расчетная зависимость

$$\rho_q^T = ks(1 - 67s^{0,472} + 950s) \frac{\beta_\delta^{0,12} \delta_r^{0,08}}{\varphi_1^{0,07} \varphi_2^{0,07}}, \quad (6)$$

где

$$s = \delta_r^2 \omega_5, \quad \beta = \frac{0,40 \varphi_1^{0,285} \delta_r^{0,028}}{\varphi_2^{0,235}} + \frac{1,30}{\psi^{0,27}} - 0,54, \quad k = 0,693,$$

снижает стандарт  $\sigma$  выборки до 7,45%.

На рис. 1–3 расчетной зависимости (6) соответствуют кривые 5. Как можно видеть на рисунках, отклонение этих кривых от кривых 3, 4, несмотря на некоторое отличие формы, существенно меньше, чем кривых 1, 2.

Рисунок 4 иллюстрирует сглаживание экспериментальной зависимости уточненной зависимостью (6), где  $\rho_q^{\exists, T}$  – экспериментальное (точки) или теоретическое (сплошная линия) значение параметра критического давления.

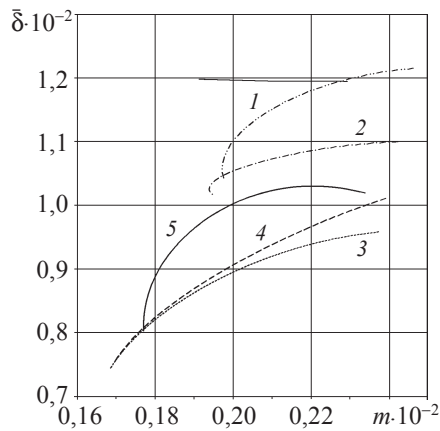


Рис. 1

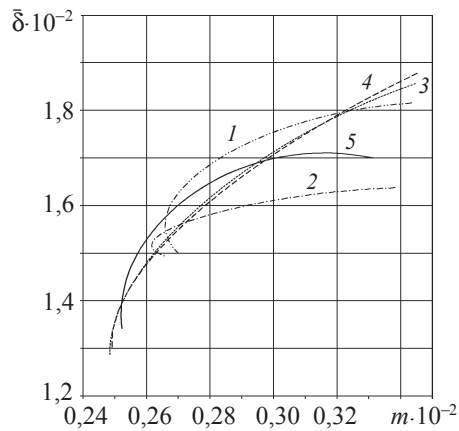


Рис. 2

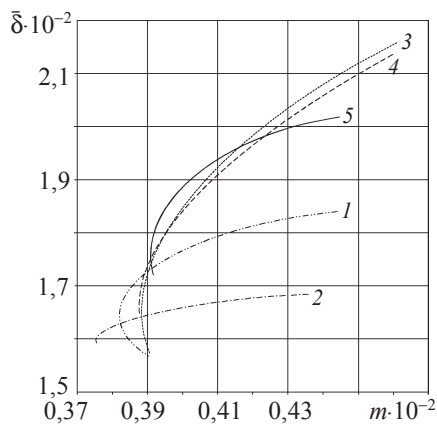


Рис. 3

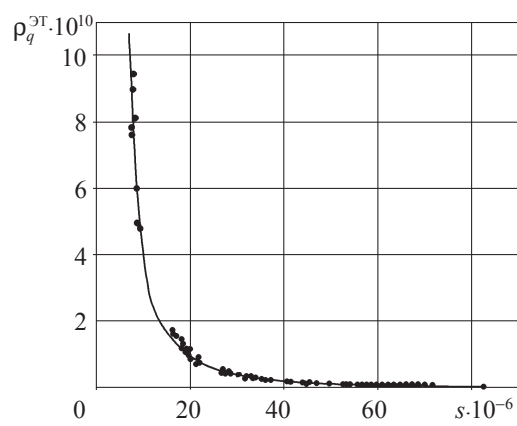


Рис. 4

Необходимо отметить, что часть опытных данных 64–90 выборки приложения наиболее точно соответствует теоретическим результатам зависимости (1). Их стандартное отклонение  $\sigma = 7,7\%$ . При этом минимальное значение случайной величины  $k_{l_{\min}} = 0,832$ .

Для расчетной зависимости (6) стандартное отклонение опытных данных 64–90 составляет 5,4%. В этом случае минимальное значение случайной величины  $k_{l_{\min}} = 0,895$ .

На практике для получения проектных вариантов оболочек с вероятностью безотказной работы, близкой к единице, характерной для изделий ракетной техники одноразового применения, принято обеспечивать расположение экспериментальных результатов выше теоретических. Для достижения этой цели осуществляется увеличение коэффициента безопасности делением его директивного значения 1,3 на минимальное значение случайной величины  $k_{l_{\min}}$  (64–90). В результате для зависимости (1) коэффициент безопасности  $k_{\sigma} = 1,563$ , и тогда расчетное давление равно 0,625 МПа при эксплуатационном 0,4 МПа; для зависимости (6)  $k_{\sigma} = 1,453$  и расчетное давление равно 0,581 МПа.

Такая разница в давлениях обуславливает снижение расчетной зависимостью (6) массы оболочки на 3,4%.

## **Заключение**

Предложенный метод уточнения расчетных зависимостей степенными значениями параметров проектирования, определенными в результате минимизации стандартного отклонения опытных данных репрезентативной выборки, обеспечивает единый числовой коэффициент для каждой теоретической зависимости и существенное улучшение их согласия с экспериментальной зависимостью.

Расчетная зависимость с наименьшим значением стандартного отклонения репрезентативной выборки позволяет снизить массу проектных вариантов подкрепленных сферических сегментов.

Расчетная зависимость, состоящая из произведения проектных параметров в соответствующих степенях, полезна для проведения экспресс-синтеза различных вариантов оболочки на стадии эскизного проектирования.

## *Литература*

1. *Чеканин, В.В.* Интегральное повышение эффективности метода оптимизации конструктивно-анизотропных оболочек / В.В. Чеканин // *Технология. Сер. Конструкции из композиционных материалов.* – 1995. – № 1. – С. 37–49.
2. *Лизин, В.Т.* Проектирование тонкостенных конструкций / В.Т. Лизин, В.А. Пяткин. – М.: Машиностроение, 1994. – 384 с.
3. *Чеканин, В.В.* Синтез расчетных методов по устойчивости подкрепленных оболочек с предельным уровнем качества / В.В. Чеканин // *Авиация и космонавтика – 2007: Тез. докл. 6-й междунар. конф., Москва, 1–4 окт. 2007 г.* – М.: МАИ, 2007. – С. 37–38.
4. *Кроуфорд, Р.Ф.* Общая неустойчивость и оптимальное проектирование сферических днищ с «вафельным» подкреплением: Пер. с англ. / Р.Ф. Кроуфорд, Д.Б. Шварц // *Ракетная техника и космонавтика.* – 1965. – №3. – С. 164–170.

[16.07.2010]

## **IMPROVING THE ACCURACY OF COMPUTATIONAL METHODS FOR ANALYZING THE STABILITY OF STIFFENED SPHERICAL SEGMENTS USING EXPERIMENTAL RESULTS**

**V.G. Degtyar, V.V. Chekanin**

A correction function is introduced to improve the agreement between the theoretical and experimental data of representative sampling. The powers of the parameters of the function are determined based on the results of sequential minimization of standard deviation of a random value expressed as a ratio of the experimental critical pressure to the theoretical one. The standard deviations of a random value of a sampling for two design formulae, refined using the related correction functions, are shown to significantly decrease and reach practically the same values. A design formula comprising the product of raised design parameters is obtained that provides a substantial acceleration in synthesizing design variants of stiffened spherical segments. Several possible designs are remonstrated for relatively reducing the mass of the shell without affecting its reliability when using the design formula involving a minimum standard deviation value.

*Key words:* improving the accuracy of computational methods, stability, correction function, stiffened spherical segments.

Приложение

$n$	$\delta_r \cdot 10^3$	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\beta_\delta$	$\rho_q^3 \cdot 10^6$	$n$	$\delta_r \cdot 10^3$	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\beta_\delta$	$\rho_q^3 \cdot 10^6$
1	2,981	0,374	0,236	5,157	13,570	48	2,352	0,224	0,196	5,579	10,060
2	3,038	0,558	0,178	4,768	13,570	49	3,029	0,548	0,142	4,786	14,070
3	2,952	0,594	0,175	4,903	12,640	50	1,762	0,400	0,400	7,703	10,830
4	3,286	0,423	0,185	4,470	13,570	51	3,086	0,545	0,139	4,772	13,610
5	2,152	0,253	0,154	4,730	9,290	52	2,029	0,222	0,171	5,033	8,300
6	2,343	0,268	0,217	5,480	9,860	53	3,095	0,392	0,168	4,569	13,490
7	2,952	0,560	0,178	4,860	13,500	54	2,029	0,234	0,171	5,033	7,230
8	2,352	0,225	0,195	5,580	10,140	55	1,276	0,235	0,168	6,388	3,360
9	3,219	0,302	0,189	4,118	14,200	56	1,190	0,204	0,152	6,320	3,900
10	2,962	0,426	0,188	5,045	13,660	57	1,305	0,214	0,158	5,788	4,390
11	3,000	0,412	0,174	5,000	13,290	58	1,403	0,211	0,133	5,375	3,800
12	2,848	0,445	0,196	5,064	12,930	59	1,267	0,250	0,171	6,774	3,870
13	2,971	0,413	0,175	4,917	12,340	60	1,067	0,279	0,199	7,125	3,330
14	2,114	0,249	0,170	4,776	7,090	61	1,314	0,174	0,170	6,101	3,600
15	3,190	0,715	0,176	4,134	13,290	62	1,238	0,233	0,153	6,077	4,260
16	2,257	0,286	0,198	4,506	8,790	63	1,333	0,187	0,152	5,571	4,310
17	2,248	0,245	0,219	6,288	10,290	64	2,128	0,248	0,255	6,336	10,000
18	2,914	0,432	0,229	4,618	13,960	65	2,569	0,655	0,212	5,089	13,710
19	2,143	0,204	0,145	4,733	7,230	66	2,229	0,246	0,248	6,156	11,140
20	2,971	0,387	0,161	4,753	13,430	67	2,624	0,432	0,161	4,993	12,860
21	2,838	0,597	0,155	5,067	12,930	68	2,128	0,228	0,275	6,371	9,970
22	1,949	0,289	0,203	5,202	7,710	69	2,663	0,423	0,146	4,923	12,710
23	2,095	0,223	0,163	4,909	6,730	70	2,110	0,235	0,255	6,391	9,060
24	1,867	0,223	0,191	5,102	7,570	71	2,587	0,445	0,184	5,043	13,400
25	3,238	0,243	0,177	3,781	9,770	72	2,110	0,235	0,255	6,391	9,200
26	2,829	0,329	0,170	4,010	11,060	73	2,606	0,427	0,154	5,004	12,110
27	1,876	0,264	0,228	5,020	7,570	74	2,018	0,166	0,145	6,800	7,140
28	3,019	0,270	0,144	4,268	10,860	75	2,541	0,477	0,257	5,209	13,370
29	3,143	0,329	0,188	4,545	12,510	76	2,633	0,565	0,204	4,976	13,240
30	1,781	0,429	0,429	7,663	11,000	77	1,908	0,151	0,153	7,269	7,330
31	2,046	0,261	0,170	5,006	8,640	78	2,028	0,169	0,146	6,769	8,360
32	1,857	0,367	0,367	7,256	11,570	79	2,248	0,231	0,184	5,976	10,790
33	3,076	0,512	0,131	4,728	14,030	80	2,651	0,431	0,171	4,962	14,000
34	1,810	0,408	0,408	7,474	10,540	81	1,963	0,140	0,155	7,014	6,960
35	3,038	0,508	0,128	4,643	13,710	82	2,248	0,224	0,227	5,955	9,710
36	1,733	0,411	0,411	7,912	10,330	83	2,202	0,223	0,247	6,146	9,970
37	2,943	0,410	0,187	4,853	12,570	84	2,661	0,442	0,164	4,966	12,750
38	1,810	0,391	0,391	7,526	11,670	85	2,661	0,584	0,194	4,931	13,290
39	2,871	0,554	0,154	5,007	13,090	86	2,128	0,241	0,261	6,328	10,490
40	1,733	0,410	0,410	7,901	10,740	87	2,197	0,236	0,229	6,111	10,110
41	2,952	0,396	0,160	4,866	14,140	88	2,110	0,248	0,245	6,457	9,910
42	2,048	0,227	0,170	5,000	7,640	89	2,633	0,628	0,209	5,118	12,790
43	2,952	0,536	0,183	4,755	13,070	90	2,128	0,167	0,144	6,478	8,890
44	2,086	0,159	0,217	4,886	8,640	91	3,792	0,172	0,142	5,154	14,340
45	2,962	0,568	0,149	5,045	13,660	92	3,896	0,147	0,121	4,401	14,010
46	1,771	0,436	0,436	7,978	11,770	93	3,813	0,162	0,138	4,585	12,860
47	2,971	0,449	0,145	4,808	13,500	94	5,146	0,102	0,084	2,834	14,270