

УДК 539.3

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНО-ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ И ПОТЕРИ УСТОЙЧИВОСТИ ОБОЛОЧЕК ВРАЩЕНИЯ ПРИ ИЗГИБЕ^{*)}

**В.Г. Баженов¹, А.И. Кибец¹, М.В. Петров², Т.Г. Федорова²,
Д.В. Шошин¹, А.А. Артемьева¹**

¹НИИ механики Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского

²Чувашский государственный университет им. И.Н. Ульянова, Чебоксары

Экспериментально исследованы деформирование и потеря устойчивости тонкостенной оболочки вращения при изгибе. Экспериментальные данные сопоставлены с результатами численного решения задачи, полученными на основе метода конечных элементов и явной схемы интегрирования по времени типа «крест».

Ключевые слова: оболочка вращения, устойчивость, изгиб, расчет, эксперимент.

Исследование нелинейных процессов выпучивания и закритического деформирования упругопластических оболочек является сложной и важной научно-технической проблемой. Потеря устойчивости тонких оболочек вращения (цилиндрических, конических) при продольном сжатии (изгибе), как правило, сопровождается образованием глубоких, регулярно расположенных вмятин, обращенных к центру кривизны. По свидетельству многочисленных опытов [1], формы потери устойчивости оболочек и величина критической нагрузки очень чувствительны к несовершенствам различного вида. Если исследуемые в эксперименте образцы изготовлены недостаточно тщательно и из плоских листов, то рассогласование экспериментальных и расчетных данных по величине критической нагрузки может достигать двух и более раз. Расхождение результатов натурных и вычислительных экспериментов может быть обусловлено также свойствами принятой математической модели или метода решения, грубой дискретизацией исходной задачи и др. В силу этого представляются актуальными экспериментальные и теоретические исследования, позволяющие оценить точность методов численного анализа нелинейных задач деформирования тонких оболочек при различных видах нагружения, а также исследование влияния начальных несовершенств на результаты решения.

В [2] изложена конечно-элементная методика моделирования деформирования, потери устойчивости и закритического поведения большегрузной емкости для авто-

^{*)} Выполнено в рамках реализации ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы, Программы государственной поддержки ведущих научных школ России (проект НШ- 4807.2010.8), а также при поддержке РФФИ (проекты 08-08-00560-а, 09-08-97034-р_поволжье_а).

мобильной транспортировки сыпучих грузов, представляющей собой тонкостенную цилиндрическую оболочку с полусферическими днищами. Для верификации методики были проведены теоретические и экспериментальные исследования потери устойчивости при изгибе тонкостенной оболочки вращения, заполненной металлическим порошком. Проведен анализ влияния наполнителя на форму потери устойчивости и величину критической нагрузки. Результаты этих исследований приводятся ниже.

1. Экспериментальный метод исследования устойчивости тонкостенной оболочки

Эксперименты выполнялись на замкнутых тонкостенных оболочках вращения (рис. 1), вклеенных одним торцом в лист ДСП, закрепленный на неподвижной стальной раме, и нагружаемых на другом торце вертикальным усилием. Толщина стенки оболочки $h = 0,1$ мм, отношение длины оболочки к толщине $L/h = 1650$, радиусы оболочки на нагружаемом и закрепленном торцах составляют $R_1 = 266 h$ и $R_2 = 328 h$ соответственно ($R_1/R_2 = 0,81$). Оболочка выполнена из алюминиевого сплава, плотность которого равна $2,65$ г/см³. Для определения механических характеристик сплава на универсальной испытательной машине ZWICK-Z030 была получена диаграмма деформирования в соответствии с ГОСТом 1497-84. Согласно этой диаграмме модуль сдвига сплава равен $23,86$ ГПа, модуль объемного сжатия – $58,33$ ГПа, предел текучести – $0,3$ ГПа, предел прочности – $0,317$ ГПа. Нагружение осуществлялось пошаговым методом посредством увеличения веса груза, подвешенного на шнуре к образцу. Проводились испытания: а) полый оболочки; б) оболочки, заполненной железным порошком плотностью $2,66$ г/см³ и общим весом $P_0 = 1150$ г. Перемещение нагружаемого торца оболочки измерялось индикатором часового типа ИЧ-10. В экспериментах строилась зависимость прогиба образца от нагружающего усилия, фиксировались величина критической нагрузки и остаточная форма образца.

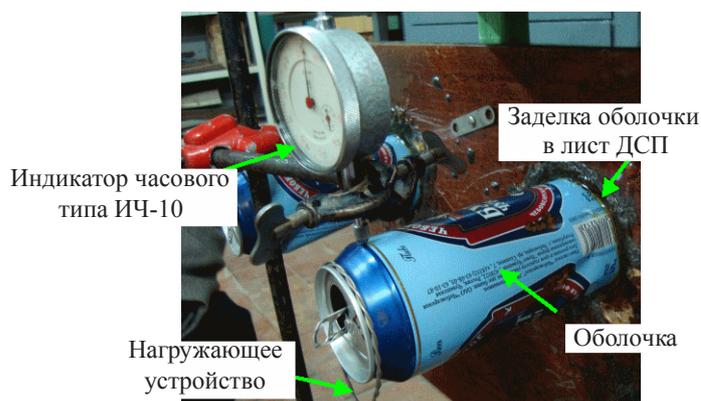


Рис. 1

2. Постановка задачи. Метод решения

Для описания движения оболочки применялась текущая лагранжева формулировка [3]. Уравнение движения получалось из баланса виртуальных мощностей. В качестве уравнений состояния использовались соотношения теории течения с изотропным упрочнением [3].

Нагрузка от веса наполнителя задавалась в расчетах аналитической функцией, зависящей от пространственных переменных и времени. Распределение весовой нагрузки вдоль образующей оболочки предполагалось равномерным. В поперечном сечении изменение давления P по повороту задавалось формулой [2]:

$$P = P_T \sin(\varphi/2), \quad 0 \leq \varphi \leq 2\pi, \quad (1)$$

$$P_T = \begin{cases} P_1 t/t_0, & t \leq t_0, \\ P_1, & t > t_0, \end{cases} \quad P_1 = P_0 / \int_0^{L/2} \int_0^{2\pi} \sin(\varphi/2) d\varphi dx,$$

где P_0 – вес наполнителя, L – длина оболочки. Чтобы уменьшить вклад динамической составляющей в решение задачи, время нарастания нагрузки t_0 задавалось не менее двух-трех периодов колебаний оболочки по низшей форме. Контактное взаимодействие заполнителя и оболочки моделировалось внутренним давлением, величина которого выбиралась в соответствии с результатами вычислительных экспериментов. Для решение задачи применялись метод конечных элементов и явная схема интегрирования по времени типа «крест» [3, 4], реализованные в рамках вычислительной системы «Динамика-3» [5]. Образующая оболочки, рассматриваемой в расчетах, изображена на рис. 2.

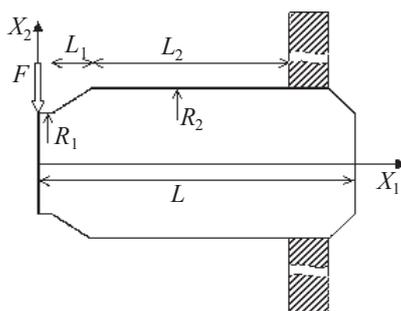


Рис. 2

Отношение приведенных на рис. 2 геометрических параметров L_1 , L_2 к длине оболочки L составило 0,067 и 0,72 соответственно. На торце $X_1 = L$ оболочка закреплялась в прямоугольной пластине $2 \times 20 \times 20$ см, контур которой был жестко заделан. Деформирование пластины предполагалось упругим. Для характеристик материала пластины были приняты следующие значения: плотность – $0,7 \text{ г/см}^3$, модуль сдвига – $0,885 \text{ ГПа}$, модуль объемного сжатия – $1,92 \text{ ГПа}$. Для сокращения вычислительных затрат расчеты проводились на части оболочки $X_3 \geq 0$ (система координат приведена на рис. 2, ось X_3 перпендикулярна осям X_1 , X_2) с заданием на граничной поверхности $X_3 = 0$ условий симметрии. Оболочка и пластина разбивались сетками из 2816 и 1056 конечных элементов соответственно. Для определения момента потери устойчивости и величины критической нагрузки анализировались графики изменения во времени перемещений узлов конечно-элементной сетки расчетной области, контактной силы на нагружающем устройстве и интегральных параметров, характеризующих движение оболочки.

3. Сопоставление и анализ результатов расчетов и экспериментов

Результаты численного решения задачи представлены на рис. 3–5. На рис. 3, 4 приведены графики зависимости прогиба оболочки u от нагружающей силы F в зоне ее приложения (сплошной линией отмечены данные эксперимента, штриховой

линией – результаты решения задачи на основе вычислительного комплекса «Динамика-3»). Результаты на рис. 3 соответствуют первому варианту задачи (изгиб полой оболочки), на рис. 4 – второму варианту задачи (нагружаемая оболочка заполнена железным порошком). На рис. 5 изображена полученная в расчетах кинограмма потери устойчивости оболочки (второй вариант задачи).

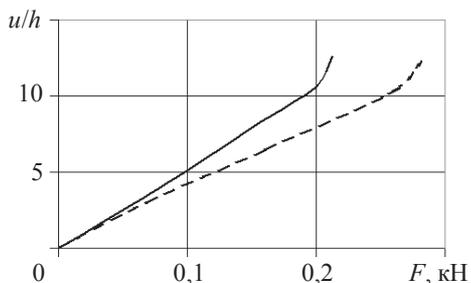


Рис. 3

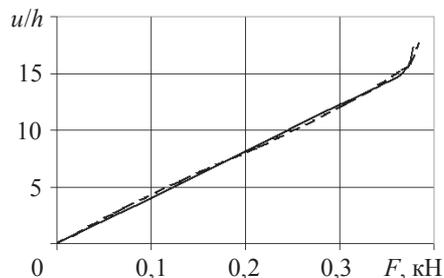


Рис. 4

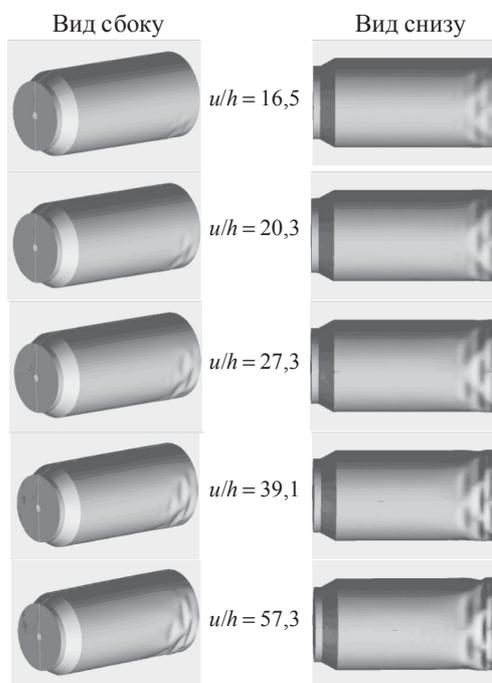


Рис. 5

В таблице сравниваются значения критической силы и прогибов оболочки в момент потери устойчивости, а также расхождение δ экспериментальных F_{exp} и расчетных F_{num} данных по критической нагрузке ($\delta = (F_{\text{num}} - F_{\text{exp}}) \cdot 100 / F_{\text{exp}}$).

Таблица

Объект исследования	Прогиб, см эксперимент/расчет	Критическая нагрузка, кН эксперимент/расчет	$\delta, \%$
Полая оболочка	0,1/0,1	19,4/26	34
Оболочка с наполнителем	0,146/0,153	36,7/37,4	2

Анализ результатов расчетов и экспериментов показывает, что при достижении нагрузкой критического значения в нижней части оболочки в области ее крепления к опорной пластине образуются локальные вмятины ромбического типа, вытянутые в окружном направлении. При дальнейшем нагружении размер вмятин в окружном направлении увеличивается, пока не достигнет, приблизительно, половины радиуса оболочки R_2 . Последующее нагружение приводит к увеличению их глубины и образованию новых вмятин, располагающихся на оболочке в шахматном порядке (см. рис. 5). По длине оболочки зона потери устойчивости в рассмотренном диапазоне нагружения не превышает R_2 , а по высоте – $3R_2/4$, что подтверждается экспериментальными данными. Вычислительный комплекс «Динамика-3» и эксперимент дают также близкие результаты (расхождение не превышает 5%) по величине смещения нагружающего устройства, при котором оболочка теряет устойчивость. Экспериментальное значение критической нагрузки, полученное для полой оболочки, на 34% меньше расчетного, что связано с возможными несовершенствами при проведении эксперимента (в частности, с нарушением условий закрепления), упрощениями в расчетной схеме и грубостью конечно-элементной сетки расчетной области (отношение размера конечного элемента в продольном направлении к толщине оболочки приблизительно равно 10). Применение заполнителя увеличивает значение критической нагрузки и уменьшает влияние несовершенств на поведение оболочки.

Анализ напряженно-деформированного состояния оболочки показал, что в докритической стадии ее деформирование происходит в упругой зоне. После потери устойчивости в зоне гофров образуются пластические деформации порядка 4–7%, что соответствует экспериментальным данным.

В целом полученные результаты численных и экспериментальных исследований позволяют сделать вывод, что вычислительная модель [2] качественно правильно и количественно удовлетворительно описывает деформирование и потерю устойчивости тонкостенных оболочек при изгибе.

Литература

1. *Вольмир, А.С.* Устойчивость деформируемых систем / А.С. Вольмир. – М.: Наука, 1967. – 984 с.
2. Численный анализ деформирования, потери устойчивости и закритического поведения большогогабаритных емкостей для автомобильной транспортировки сыпучих грузов / В.Г. Баженов [и др.] // Проблемы прочности и пластичности: Межвуз. сб. / Нижегород. ун-т. – 2008. – Вып. 70. – С. 88–96.
3. Верификация конечно-элементного решения трехмерных нестационарных задач упругопластического деформирования, устойчивости и закритического поведения оболочек / А.А. Артемьева [и др.] // Вычислительная механика сплошных сред. – 2010. – Т. 3, №2. – С. 5–14.
4. *Баженов, В.Г.* Численное моделирование нестационарных процессов ударного взаимодействия деформируемых элементов конструкций / В.Г. Баженов, А.И. Кибец, И.Н. Цветкова // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 1995. – № 2. – С. 20–26.
5. Программный продукт «Пакет прикладных программ для решения трехмерных задач нестационарного деформирования конструкций, включающих массивные тела и оболочки, «Динамика-3» (ППП «Динамика-3»). Сертификат соответствия Госстандарта России № РОСС RU.МЕ.20.Н00338.

[28.09.2010]

**THE EXPERIMENTAL-THEORETICAL STUDY
OF NONLINEAR DEFORMATION AND LOSS OF STABILITY IN SHELLS
OF REVOLUTION LOADED IN BENDING**

**V.G. Bazhenov, A.I. Kibets, M.V. Petrov, T.G. Fyodorova,
D.V. Shoshin, A.A. Artemyeva**

Deformation and loss of stability of a thin-walled shell of revolution loaded in bending is experimentally studied. The experimental data is compared with the numerical solution of the problem obtained using FEM and the explicit cross-type time-integration scheme.

Key words: shell of revolution, stability, bending, computation, experiment.