УДК 539.376

ОЦЕНКА ПРЕДЕЛЬНЫХ УРОВНЕЙ НАГРУЖЕНИЯ СЛОЖНО АРМИРОВАННЫХ ОБОЛОЧЕК ВРАЩЕНИЯ В УСЛОВИЯХ ПОЛЗУЧЕСТИ[*)]

А.П. Янковский

Институт теоретической и прикладной механики СО РАН, Новосибирск

Сформулирована и решена методом линейного программирования задача определения в условиях ползучести верхней кинематической границы несущей способности сложно армированных металлокомпозитных оболочек вращения. Показано, что для рассматриваемых видов конструкций и типа композиции наибольшую предельную нагрузку, как правило, обеспечивают структуры армирования по меридионально-окружным направлениям; максимально допустимые предельные нагрузки для тонкостенных конструкций, работающих в условиях ползучести, в несколько раз ниже предельно допустимых нагрузок, определенных по критерию кратковременной прочности.

Ключевые слова: оболочки вращения, армирование, предельное нагружение, жесткопластическая модель, жестко-ползучая модель, линейное программирование.

В работах [1, 2] автор исследовал влияние различных структур армирования на несущую способность изгибаемых пластин и оболочек на базе критерия кратковременной прочности. При этом предполагалось: все фазовые материалы тонкостенных конструкций ведут себя идеально-жестко-пластично, что позволяет определить предельный уровень нагружения, выдерживаемый армированными пластинами и оболочками при полном исчерпании несущей способности всеми субструктурными элементами композиции. Однако на практике тонкостенные конструкции зачастую эксплуатируются в условиях длительного нагружения при повышенных температурах [3], поэтому в них могут активно развиваться деформации ползучести. В связи с этим особую актуальность приобретает вопрос об оценке предельных уровней нагружения сложно армированных металлокомпозитных оболочек (которые в последнее время находят все более широкое применение на практике) с учетом развития деформаций ползучести в них.

Так как теория ползучести и длительной прочности сложно армированных тонкостенных конструкций в настоящее время находится в зачаточном состоянии [4], то для проведения оценочных технических расчетов целесообразно использовать приближенную схему жестко-ползучего тела [5, 6]. Полное решение или близкие

[*)] Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 08-01-00046-а).

(верхнюю и нижнюю) границы несущей способности конструкции по жестко-ползучей схеме можно получить лишь для некоторого узкого круга задач [5–7 и др.], поэтому выдвигаемые практикой новые задачи требуют привлечения численных методов решения математической задачи об определении предельного уровня их нагружения в рамках жестко-ползучей модели. Настоящее исследование посвящено определению верхней границы несущей способности металлокомпозитных оболочек вращения различной осесимметричной структуры и геометрии в условиях ползучести с использованием теории линейного программирования.

В силу известного [5] формального сходства определения несущей способности конструкции по жесткопластической и жестко-ползучей схемам, не будем останавливаться на описании метода расчета, который полностью совпадает с подробно изложенным в [2], где нужно лишь заменить пределы текучести $\sigma_s = \sigma_{0,2}$ фазовых материалов на соответствующие пределы ползучести σ_c.

При проведении расчетов по жестко-ползучей схеме предел ползучести σ_c материала выбирается либо из условия предельно допустимой деформации $\varepsilon_{\max}$ ползучести [6], либо из условия предельно допустимой скорости $\dot{\varepsilon}_{\max}$ деформации ползучести [5], которая регламентирована для целого ряда несущих элементов конструкций [3], либо из условия длительной прочности [8].

В случае армированного металлокомпозита значения σ_c для фазовых материалов можно выбрать, исходя, например, из следующих соображений. Рассмотрим степенной закон установившейся ползучести (наиболее характерный для металлов)

$$\dot{\varepsilon} = B\sigma^m \ [\text{ч}^{-1}], \tag{1}$$

где B, m – известные из эксперимента характеристики материалов.

Далее в настоящем исследовании будем изучать поведение оболочек, изготовленных из жесткой меди (Cu) и армированных стальной проволокой У8А. При температуре $T \approx 200\,^{\circ}\text{C}$ законы установившейся ползучести для меди и проволоки У8А подчиняются соотношению (1) с характеристиками:

$$\text{Cu [9]}: m = 2{,}16, \quad B = 5{,}63 \cdot 10^{-9} \ (\text{МПа})^{-m} \cdot \text{ч}^{-1}; \tag{2}$$

$$\text{У8А [10]}: m = 24{,}98, \quad B = 1{,}054 \cdot 10^{-84} \ (\text{МПа})^{-m} \cdot \text{ч}^{-1}. \tag{3}$$

Аппроксимируем степенной закон установившейся ползучести (1), (3) для проволоки У8А двухзвенной кусочно-линейной функцией

$$\sigma = \begin{cases} B_1\dot{\varepsilon}, & 0 \le \dot{\varepsilon} \le \dot{\varepsilon}_1, \\ \sigma_1 + B_2(\dot{\varepsilon} - \dot{\varepsilon}_1), & \dot{\varepsilon} > \dot{\varepsilon}_1, \end{cases} \tag{4}$$

где

$$B_1 = 1{,}611 \cdot 10^{15} \ \text{Па} \cdot \text{ч}, \quad B_2 = 1{,}257 \cdot 10^{12} \ \text{Па} \cdot \text{ч},$$

$$\sigma_1 = 1{,}466 \ \text{ГПа}, \quad \dot{\varepsilon}_1 = 9{,}097 \cdot 10^{-7} \ \text{ч}^{-1}. \tag{5}$$

(Параметры (5) определены на основании зависимости (1), (3) методом наименьших квадратов на интервале $0 \le \dot{\varepsilon} \le 10^{-4}$ ч$^{-1}$, при этом варьировались величины $\sigma_1, \dot{\varepsilon}_1$.)

На рис. 1 кривые *1*, *2* характеризуют степенные зависимости $\sigma \sim \dot{\varepsilon}$ (1) с параметрами (3), (2) соответственно. Двухзвенная ломаная *1′* (штриховая линия) соответствует аппроксимации (4), (5). Сравнение линий *1*, *1′* показывает, что зависимость (4), (5) удовлетворительно аппроксимирует закон установившейся ползучести (1), (3). Из поведения ломаной *1′* следует, что при $\sigma > \sigma_1$ происходит «катастрофическое» нарастание скорости $\dot{\varepsilon}$ деформации установившейся ползучести арматуры, поэтому для проволоки У8А в качестве предела ползучести целесообразно выбрать значение $\sigma_c = \sigma_1 = 1{,}466$ ГПа.

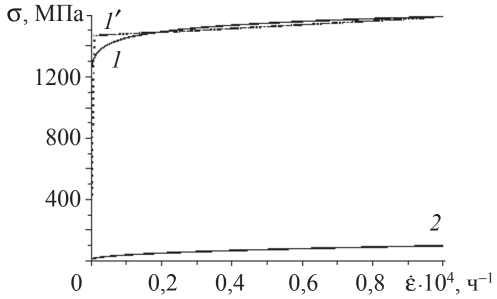


Рис. 1

Согласно (1), (3), этому значению напряжения соответствует скорость деформации $\dot{\varepsilon}_{\max} = 1{,}3034 \cdot 10^{-5}$ ч$^{-1}$. Так как арматура и связующее в оболочке должны деформироваться совместно и при одних и тех же значениях скорости $\dot{\varepsilon}$ деформаций ползучести напряжения σ в меди существенно меньше напряжения в проволоке У8А (ср. поведение кривой *2* с линией *1*), то катастрофическому нарастанию $\dot{\varepsilon}$ в арматуре будет соответствовать и катастрофическое нарастание $\dot{\varepsilon}$ в связующем композиции. Поэтому для рассматриваемого материала связующей матрицы в качестве $\dot{\varepsilon}_{\max}$ можно выбрать то же самое значение, что и для проволоки У8А. Подставив $\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_{\max} = 1{,}3034 \cdot 10^{-5}$ ч$^{-1}$ в соотношение (1), с учетом параметров (2) получим расчетное значение предела ползучести σ_c для твердой меди, которое (наряду с другими физико-механическими характеристиками фазовых материалов) приведено в табл. 1. (Рассуждая подобным образом, можно определить значения σ_c для фазовых материалов при использовании других типов металлокомпозиций.)

Таблица 1

Физико-механические характеристики фазовых материалов [3, 10]

Материал	σ_s, МПа	σ_c, МПа	ρ, кг/м^3
Твердая медь	280	36,11	8940
Проволока У8А	2500	1466	7800

Исследуем на конкретных примерах влияние структуры армирования оболочки вращения на уровень ее предельного нагружения при ползучести и сравним его с уровнем предельного нагружения таких оболочек, определенным по жесткопластической схеме (по критерию кратковременной прочности).

Рассматриваются тонкие оболочки вращения постоянной толщины $H = 1$ см, осесимметрично нагруженные и армированные. Нагрузки в окружном направлении отсутствуют, армирование осуществляется по меридионально-окружным или меридионально-симметричным спиральным траекториям двумя семействами стальной проволоки У8А. При таких структурах армирования, нагружении и геометрии оболочек в них отсутствует скручивание, поэтому направления главных напряжений и скоростей деформаций в связующем и в композиции в целом совпадают с меридиональным и окружным направлениями.

Кромки оболочек задаются значениями $0 \le \theta_* < \theta_{**} < \pi$ ($\theta_* \le \theta \le \theta_{**}$; θ – угол между осью вращения и нормалью к срединной поверхности), угол θ_{**} определяет опорный контур оболочки (в расчетах примем $\theta_{**} = \pi/2$, т.е. срединная поверхность пересекает опорную плоскость под прямым углом), угол θ_* задает полюсное отверстие в вершине оболочки, которое предполагается закрытым абсолютно жесткой круглой пластиной (крышкой), жестко скрепленной с верхней кромкой оболочки.

Исследуем несущую способность сферических и эллипсоидальных оболочек, нагруженных внутренним давлением p. Предполагается, что на крышку может действовать не только внутреннее давление, но и внешняя фиксированная нагрузка G (см. (1) в [2]), не зависящая от p.

Геометрия оболочек определяется следующими размерами: радиус крышки $r_* = 0{,}2$ м; радиус сферической оболочки $R = r_0 = 1$ м; для эллипсоидальных оболочек первого типа (ЭОТ1) – сплющенных – радиус опорного контура $r_0 = 1{,}2$ м, а высота в полюсной точке $h_p = 0{,}694$ м; для эллипсоидальных оболочек второго типа (ЭОТ2) – вытянутых – $r_0 = 0{,}8$ м, $h_p = 1{,}563$ м. (Более подробно геометрия оболочки вращения при заданных r_0, h_p, r_* определяется формулами (1), (22) в [11].) При таком задании размеров оболочек объем пространства, ограниченный ими и опорной поверхностью и определяемый интегралом

$$V_* = \pi \int_{\theta_*}^{\theta_{**}} R_1(\theta) R_2^2(\theta) \sin^3\theta \, d\theta,$$

остается постоянным. (Здесь R_1 – радиус кривизны оболочки в меридиональном направлении; R_2 – расстояние от оси вращения до срединной поверхности.)

Так как арматура предполагается постоянного поперечного сечения и обрывается только на кромках конструкции, то плотность ω_k армирования k-м семейством проволоки при $H = \mathrm{const}$ определяется равенством [12]:

$$\begin{gathered} \omega_k(\theta) = [\omega_{k*} \cos\psi_{k*} R_{2*} \sin\theta_*] / [\cos\psi_k(\theta) R_2(\theta) \sin\theta], \\ \omega_{k*} = \omega_k(\theta_*), \quad \psi_{k*} = \psi_k(\theta_*), \quad R_{2*} = R_2(\theta_*), \; k = 1, 2, \end{gathered} \tag{6}$$

где ψ_k – углы армирования проволокой k-го семейства, отсчитываемые от меридионального направления; ω_{k*} – постоянные, которые можно варьировать. Равенство (6) не выполняется лишь при окружном армировании (так как $\cos\psi_k \equiv 0$), в этом случае $\omega_k(\theta)$ – произвольная функция [12], удовлетворяющая физическим ограничениям

$$\omega_k \geq 0 \quad (k = 1, 2), \quad \omega_1 + \omega_2 \leq \omega_* < 1, \tag{7}$$

где ω_* – предельно допустимая удельная суммарная плотность армирования (на практике обычно $\omega_* \approx 0{,}7$).

В табл. 2 приведены некоторые результаты расчетов изотропных и металлокомпозитных оболочек ($G = 0$), перекрестно армированных по меридиональным ($\psi_1 = 0$) и окружным ($\psi_2 = \pi/2$) направлениям. Структуры армирования оболочек характеризуются следующими значениями плотностей армирования (см. (6)): $\omega_{1*} = 0{,}3$ – для сферического пояса; $\omega_{1*} = 0{,}33$ – для ЭОТ1; $\omega_{1*} = 0{,}26$ – для ЭОТ2; для всех трех типов оболочек $\omega_2(\theta) = 0{,}084$, что в рамках точности используемой теории обеспечивает выполнение ограничений (7) и одинаковый относительный расход арматуры $V_a / V = 0{,}168$ в конструкциях рассматриваемой геометрии, где

$$V_a = 2\pi \int_{\theta_*}^{\theta_{**}} \sum_{k=1}^{2} \omega_k(\theta) R_1 R_2 H \sin\theta \, d\theta, \quad V = 2\pi \int_{\theta_*}^{\theta_{**}} R_1 R_2 H \sin\theta \, d\theta.$$

Таблица 2

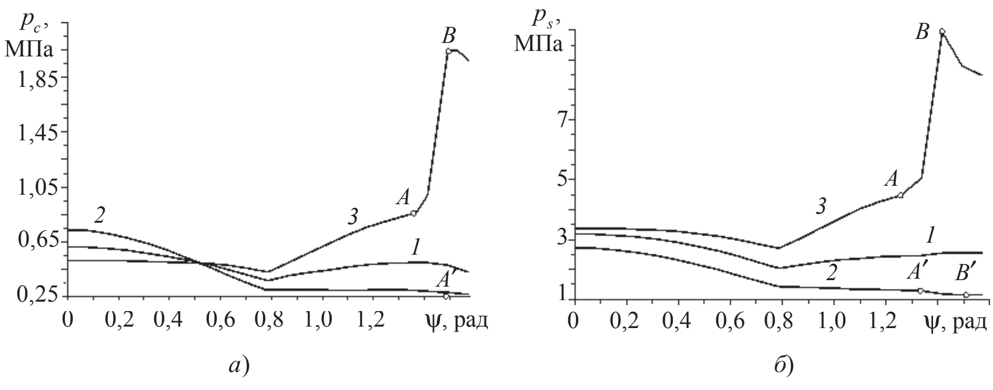
Результаты расчетов предельного состояния оболочек

Характеристика решения, МПа	Материал оболочки	
	Cu (изотропная)	Cu-У8А (композитная)
Сферическая оболочка		
p_c	0,2580	1,8111
p_s	2,0003	4,5448
Эллипсоидальная оболочка первого типа (ЭОТ1)		
p_c	0,1586	1,3426
p_s	1,2215	3,1346
Эллипсоидальная оболочка второго типа (ЭОТ2)		
p_c	0,3606	2,7964
p_s	3,4221	9,1503

В табл. 2 и далее под p_c понимается предельное значение внутреннего давления p при ползучести, а под p_s – предельное значение p, рассчитанное для тех же конструкций по жесткопластической схеме (по критерию кратковременной несущей способности).

Из табл. 2 следует, что при одном и том же объеме V материала конструкции заданной геометрии наибольшее внутреннее давление выдерживают металлокомпозитные оболочки (при этом, согласно табл. 1, масса изотропных оболочек несколько больше массы композитных). Геометрия оболочек также влияет на предельную нагрузку: чем больше вытянута оболочка вдоль оси вращения, тем больше ее несущая способность, поэтому из всех рассмотренных выше оболочек наибольшими значениями p_c, p_s обладают металлокомпозитные ЭОТ2, а наименьшим – медные ЭОТ1 (см. табл. 2).

На рис. 2 изображены зависимости предельных значений p_c (рис. 2,*а*) и p_s (рис. 2,*б*) от угла ψ спирального армирования ($\psi_1(\theta) = -\psi_2(\theta) = \psi = \text{const}$, $\omega_1(\theta) = \omega_2(\theta)$, см. (6)) оболочек разной геометрии: кривые *1* характеризуют несущую способность сферических оболочек ($\omega_{k*} = 0{,}3$); линии *2* – ЭОТ1 ($\omega_{k*} = 0{,}33$); кривые *3* – ЭОТ2 ($\omega_{k*} = 0{,}26$, $k = 1, 2$). (Указанные значения ω_{k*} подобраны таким образом, чтобы относительный объем арматуры в оболочках оставался прежним: $V_a/V = 0{,}168$.)



а) *б)*

Рис. 2

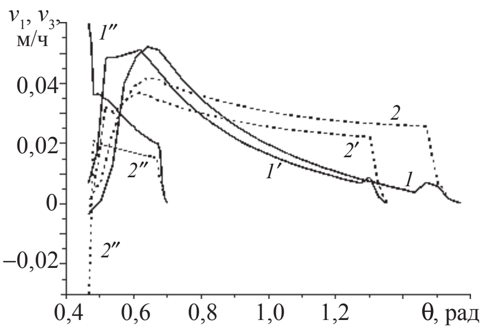
Точкам $\psi = 0$ на рис. 2 соответствует меридиональное армирование оболочек, а

$\psi = \pi/2$ – окружное (при этом $\omega_k(\theta)$ определяется по закону (6) в предположении, что $\cos\psi_{k*}/\cos\psi_k = 1$).

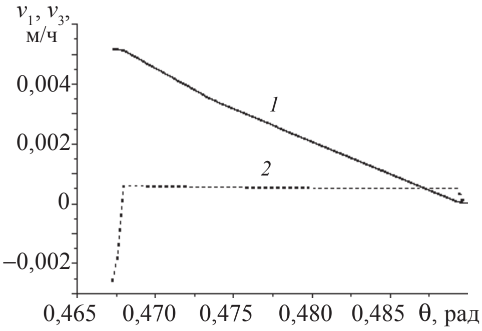
Сравнение кривых с одинаковыми номерами, изображенных на рис. 2,*а* и *б*, а также значений p_c, p_s, приведенных в табл. 2, показывает, что несущая способность оболочек рассматриваемых структур, определенная по жестко-ползучей схеме, далека от полного исчерпания, так как при одних и тех же структурах армирования значения p_s в 3-4 раза больше величин p_c.

Точкам максимумов на кривых рис. 2 соответствуют рациональные проекты на множестве рассматриваемых спиральных структур армирования. Так, для сферического пояса (кривая *1*) и для ЭОТ1 (кривая *2*) рациональным будет меридиональное армирование ($\psi = 0$), для ЭОТ2 – перекрестное армирование под углами $\psi \approx \approx 19\pi/40$ (кривая *3* на рис. 2,*а*) и $\psi \approx 9\pi/20$ (кривая *3* на рис. 2,*б*). Следовательно, не всегда армирование по направлениям главных напряжений (меридиональному или окружному) является наилучшим.

Для сферической оболочки (кривые *1*) при всех углах армирования наблюдается один «механизм» вязко-ползучего и пластического течения: под действием внутреннего давления в предельном состоянии «течет» вся оболочка. Для эллипсоидальных оболочек наблюдается смена «механизмов» вязко-ползучего и пластического течения при изменении углов армирования ψ. Точки A, B на кривых *3* и точки A', B' на линиях *2* характеризуют такую смену «механизмов течения». На рис. 3 изображены кривые, характеризующие скорости смещения точек срединной поверхности в меридиональном (v_1 – штриховые линии с номерами *2*, *2′*, *2″*) и нормальном (v_3 – сплошные линии с номерами *1*, *1′*, *1″*) направлениях и соответствующие разным «механизмам» вязко-ползучего течения ЭОТ2 (см. кривую *3* на рис. 2,*а*). Так, при углах армирования $0 \le \psi \le \psi_A \approx 1{,}38$ рад в предельном состоянии наблюдается вязко-ползучее течение всей ЭОТ2 (на всем ее меридиональном протяжении $\theta_* = 0{,}467 \le \le \theta \le \theta_{**} = \pi/2$); кривые *1*, *2* на рис. 3,*а* характеризуют такой «механизм течения» при $\psi = \psi_A - 0$ (точкам изломов на этих кривых соответствуют вязко-ползучие шарниры).



а)



б)

Рис. 3

При углах армирования $\psi_A < \psi < \psi_B \approx 1{,}492$ рад в предельном состоянии наблюдается частичное вязко-ползучее течение оболочки, когда некоторая ее часть в окрестности опорного контура остается жесткой, а «течение» наблюдается лишь в некоторой окрестности крышки ($\theta_* \le \theta \le \theta_p$, $0{,}7 \le \theta_p \le 1{,}34$ рад); «механизмы» такого вязко-ползучего течения при $\psi = \psi_A + 0$ и $\psi = \psi_B - 0$ на рис. 3,*а* характеризуются кривыми *1′*, *2′* и *1″*, *2″* соответственно. (Аналогичные «механизмы течения» наблюдаются и для ЭОТ1 левее и правее точки *A′* на кривой *2* рис. 2,*а*.)

При углах армирования $\psi_B < \psi \leq \pi/2$ наблюдается «срез» крышки у ЭОТ2, когда вязко-ползучее течение происходит в малой окрестности скрепления оболочки с крышкой, остальная же часть оболочки остается жесткой. На рис. 3,*б* приведены кривые, характеризующие «срез» крышки при $\psi = \psi_B + 0$ (см. точку *B* на рис. 2,*а*). Из рис. 3,*б* видно, что участок вязко-ползучего деформирования составляет $\Delta\theta = 0{,}49 - 0{,}467 = 0{,}023$ рад, т. е. всего 2,08% от всей меридиональной протяженности оболочки (от разности $\theta_{**} - \theta_* = 1{,}104$ рад).

Таким образом, при некоторых входных данных (например, при определенных структурах армирования) задачи предельного состояния оболочки, работающей в условиях ползучести, могут реализоваться несколько «механизмов» их вязко-ползучего течения, обеспечивающих одно и то же значение предельной нагрузки.

Качественно подобные результаты получаются и при рассмотрении предельного равновесия армированных оболочек в условиях идеальной пластичности (см. рис. 2,*б*). При этом смена «механизмов течения» наблюдается также и при варьировании толщины *H* как армированных, так и изотропных оболочек. Неединственность решения в задачах предельного равновесия оболочек вращения ранее была обнаружена автором в [2, 11].

Сравнение точек максимумов на кривых рис. 2 со значениями p_c, p_s, приведенными в табл. 2 для армированных оболочек, показывает, что меридионально-окружное армирование почти всегда является наилучшим из всех рассмотренных структур армирования. Исключение составляет лишь ЭОТ2 в предельном пластическом состоянии, так как ордината точки *B* ($\psi_B \approx 1{,}492 \neq \pi/2$) на рис. 2,*б* имеет значение $p_s = 9{,}914$ МПа, что на 8,3% больше значения $p_s = 9{,}1503$ МПа, приведенного в табл. 2. Последний результат еще раз подтверждает тот факт, что не всегда армирование по направлениям главных напряжений является наилучшим.

При реализации в предельном состоянии «механизмов» частичного вязко-ползучего течения оболочки в окрестности крышки или при «срезе» крышки дополнительно повысить несущую способность конструкции можно за счет ее усиления (например, увеличения плотностей армирования или толщины оболочки) именно в некоторой окрестности крышки. (При этом в ряде случаев можно ослабить оболочку в нижней части – в окрестности опорного контура, где она остается жесткой.)

Точки левого участка кривой *1* на рис. 3,*а* имеют отрицательные ординаты. Это означает, что под действием внутреннего давления в предельном состоянии при «механизме» полного (а в ряде случаев и частичного) вязко-ползучего течения оболочек крышка и окрестная часть оболочки проседают вниз. (Такие же «механизмы» вязко-ползучего течения реализуются, в частности, и в оболочках с меридионально-окружным армированием, приведенных в табл. 2.) Следовательно, чтобы дополнительно повысить несущую способность оболочек с такими «механизмами течения», нужно к крышке приложить внешнюю силу $G = P$ (см. (1) в [2]), растягивающую оболочку в осевом направлении ($P > 0$). Наоборот, ординаты точек кривых *1′*, *1″* на рис. 3,*а* и линии *1* на рис. 3,*б* неотрицательны, т.е. при соответствующих структурах армирования дополнительно повысить несущую способность конструкции можно за счет приложения к крышке внешней силы, сжимающей оболочку в осевом направлении ($P < 0$).

На рис. 4 изображены кривые, характеризующие зависимости $p_c(P)$ для трех оболочек: кривая *1* соответствует сферической оболочке, линии *2*, *3* – ЭОТ2; кривые *1*, *2* характеризуют оболочки с меридионально-окружным армированием (параметры армирования даны при описании табл. 2), линия *3* – оболочки с окружным армированием, соответствующим правой точке на кривой *3* рис. 2,*а*. Кривая *1* на рис. 4 имеет локальный максимум $p_{\max} = 2{,}26$ МПа при $P \approx 0{,}7$ МН, т.е. за счет догружения крышки несущую способность сферической оболочки можно дополнительно повысить на 24,8%. Локальный максимум $p_{\max} = 4$ МПа на кривой *2* реализуется в точке $P \approx 1{,}5$ МН, а значит, за счет догружения крышки несущую способность соответствующей оболочки можно повысить на 17%. Поведение кривой *3* показывает, что наибольшего эффекта можно добиться при догружении крышки в случае ее «среза». Несущую способность оболочки, соответствующей линии *3*, за счет догружения крышки силой $P = -0{,}248$ МН можно увеличить вдвое. (Дальнейшее увеличение внешней нагрузки P по модулю в этом случае на практике невозможно, так как при $P = -0{,}2481$ МН происходит «срез» крышки от этой силы при отсутствии внутреннего давления в оболочке: $p = 0$.)

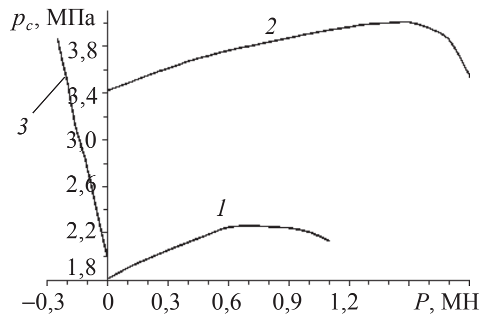


Рис. 4

Таким образом, проведенные в настоящей работе исследования позволяют заключить, что уровни предельно допустимого нагружения оболочек вращения в условиях ползучести существенно (в разы) ниже уровней предельных нагрузок, при которых происходит переход в пластическое состояние всех фаз композиции оболочки. Из всех рассмотренных структур армирования наибольшую несущую способность таким конструкциям, как правило, обеспечивает армирование по меридионально-окружным направлениям.

З а м е ч а н и е 1. Наиболее известные и распространенные на сегодняшний день теории ползучести металлов [5, 13] не учитывают такого явления, как разносопротивляемость материалов растяжению–сжатию в условиях ползучести, которое наблюдается в экспериментах для целого ряда металлов [14, 15 и др.]. В рамках использованной в настоящем исследовании жестко-ползучей схемы это явление может быть легко учтено и использовано в расчетах. (Описание учета такой особенности поведения материалов на базе жесткопластической модели дано в [11], поэтому не будем здесь останавливаться на обсуждении этого вопроса.)

З а м е ч а н и е 2. В настоящем исследовании крышка оболочки предполагалась абсолютно жесткой. В действительности же следовало бы оценить и несущую способность крышки в предположении об абсолютной жесткости оболочки. Для круглых изотропных и металлокомпозитных пластин (каковой и предполагается крышка) это можно сделать методами, изложенными в [1, 7]. Изучение этого вопроса выходит за рамки настоящего исследования.

Литература

1. *Немировский, Ю.В.* Влияние структуры армирования и формы профиля на предельное равновесие поперечно изгибаемых кольцевых пластин / Ю.В. Немировский, А.П. Янковский // Вестник ННГУ. Серия: Механика. – 2006. – Вып. 1 (7). – С. 123–133.
2. *Немировский, Ю.В.* Влияние структуры армирования на предельную нагрузку металлокомпозитных оболочек вращения / Ю.В. Немировский, А.П. Янковский // Вестник Чувашского гос. пед. ун-та им. И.Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. – 2008. – №1 (4). – С. 108–116.
3. *Безухов, Н.И.* Расчеты на прочность, устойчивость и колебания в условиях высоких температур / Н.И. Безухов и [др.] / Под ред. И.И. Гольденблата. – М.: Машиностроение, 1965. – 568 с.
4. *Немировский, Ю.В.* Ползучесть однородных и композитных оболочек / Ю.В. Немировский // Актуальные проблемы механики оболочек. Тр. Междунар. конф., посвященной 100-летию проф. Х.М. Муштари, 90-летию проф. К.З. Галимова и 80-летию проф. М.С. Корнишина. Казань, 26–30 июня 2000 г. – Казань: Новое знание, 2000. – С. 42–49.
5. *Качанов, Л.М.* Теория ползучести / Л.М. Качанов. – М.: Физматгиз, 1960. – 456 с.
6. *Немировский, Ю.В.* О времени эксплуатации цилиндрических оболочек в условиях ползучести / Ю.В. Немировский // Строительная механика корабля. – 1967. – Вып. 92. – С. 107–113.
7. *Ерхов, М.И.* Теория идеально пластических тел и конструкций / М.И. Ерхов. – М.: Наука, 1978. – 352 с.
8. *Никитенко, А.Ф.* Предельное состояние элементов конструкций в процессе неупругого деформирования их материала / А.Ф. Никитенко, Б.С. Резников // ПМТФ. – 2010. – Т. 51, №1. – С. 147–152.
9. *Писаренко, Г.С.* Уравнения и краевые задачи теории пластичности и ползучести: Справочное пособие / Г.С. Писаренко, Н.С. Можаровский. – Киев: Наукова думка, 1981. – 496 с.
10. Композиционные материалы: Справочник / Под ред. Д. М. Карпиноса. – Киев: Наукова думка, 1985. – 592 с.
11. *Немировский, Ю.В.* Предельное равновесие железобетонных куполов вращения / Ю.В. Немировский, А.П. Янковский // Изв. вузов. Строительство. – 2005. – №8. – С. 4–11.
12. *Немировский, Ю.В.* О некоторых особенностях уравнений оболочек, армированных волокнами постоянного поперечного сечения / Ю.В. Немировский, А.П. Янковский // Механика композиционных материалов и конструкций. – 1997. – Т. 3, №2. – С. 20–40.
13. *Радченко, В.П.* Ползучесть и релаксация остаточных напряжений в упрочненных конструкциях / В.П. Радченко, М.Н. Саушкин. – М.: Машиностроение, 2005. – 226 с.
14. *Соснин, О.В.* О ползучести материалов с разными характеристиками на растяжение и сжатие / О.В. Соснин // ПМТФ. – 1970. – №5. – С. 136–139.
15. *Горев, Б.В.* К расчету на неустановившуюся ползучесть изгибаемого бруса с разрывными характеристиками на растяжение и сжатие / Б.В. Горев // Динамика сплошной среды: Сб. научн. тр. / Новосибирск, ИГ СО АН СССР. – 1973. – Вып. 14. – С. 44–51.

[19.08.2010]

ASSESSING ULTIMATE LOADING LEVELS OF SHELLS OF REVOLUTION WITH COMPLEX REINFORCEMENT UNDER CREEP

A.P. Yankovsky

The problem of determining the upper cinematic limit of the carrying capacity of metal-composite shells of revolution with complex reinforcement under creep is formulated and solved using the linear programming method. For the structures and composite types considered, structures with meridian-circumferential reinforcement are shown to provide the highest ultimate loading levels; limiting ultimate loads for thin-walled structures working under the conditions of creep are several times lower than those determined using the short-time strength criterion.

Key words: shells of revolution, reinforcement, ultimate loading, rigid-plastic model, linear programming.