

УДК 539.3

## ОЦЕНКА ДОЛГОВЕЧНОСТИ КОНСТРУКЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ ПРИ СОВМЕСТНЫХ ПРОЦЕССАХ МАЛОЦИКЛОВОЙ И МНОГОЦИКЛОВОЙ УСТАЛОСТИ<sup>\*)</sup>

**М.А. Большухин, Д.Л. Зверев, В.Б. Кайдалов, Ю.Г. Коротких,  
В.А. Панов, В.А. Пахомов**

*ОАО «ОКБМ Африкантов», Нижний Новгород*

Представлена совместная (объединенная) модель накопления усталостных повреждений в конструкционных материалах в областях малоциклового (МЦУ) и многоциклового (МнЦУ) усталости при неизотермических нагружениях. Показано, что при регулярном циклическом нагружении материала уменьшение амплитуды деформации цикла при экспериментальном построении одноосной кривой усталости (переход от малоциклового усталости материала к многоциклового) происходит постепенно и зависит от физического взаимодействия механизмов МЦУ и МнЦУ в переходной зоне. Верификация модели выполнена путем сопоставления расчетной кривой усталости для материала 08X18H10T с экспериментальной усталостной кривой. Результаты сопоставления расчетных и экспериментальных данных показали, что разработанная математическая модель адекватно описывает совместное действие механизмов мало- и многоциклового усталости.

*Ключевые слова:* конструкционный материал, накопление усталостных повреждений, малоцикловая усталость, многоцикловая усталость, математическая модель.

Экспериментальные и теоретические исследования процессов накопления усталостных повреждений в конструкционных материалах при переменных нагружениях и отсутствии влияния ползучести на долговечность материала показывают, что усталость охватывает две отличающиеся друг от друга области циклического нагружения [1–3].

Процесс накопления повреждений в конструкционном материале в области малоциклового усталости (МЦУ) обусловлен макроскопической пластической деформацией материала. В области многоциклового усталости (МнЦУ) макроскопическая деформация принимается обратимой (упругой), пластические деформации малы по сравнению с ней, и в инженерных расчетах ими пренебрегают. Между этими областями при напряжениях, изменяющихся в окрестности предела текучести материала, лежит практически важная для инженерных расчетов долговечности конструкций зона, в которой усталостная долговечность конструкционного материала

---

<sup>\*)</sup> Выполнено в рамках реализации ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы, Программы государственной поддержки ведущих научных школ России (проект НШ-4807.2010.8).

определяется совместным действием обоих физических механизмов: МЦУ и МнЦУ. При регулярном циклическом деформировании материала уменьшение амплитуды деформации цикла при экспериментальном построении одноосной кривой усталости (переход от малоциклового усталости материала к многоциклового) происходит постепенно и зависит от физического взаимодействия механизмов МЦУ и МнЦУ в переходной зоне [1].

Долговечность при малоциклового усталости в значительной степени определяется характеристиками процессов упругопластического деформирования конструкционных материалов и историей нагружения [1]. Многоциклового усталость металла, несмотря на его квазиупругое макроскопическое поведение, является следствием микроскопической деформации, вызывающей совокупность необратимых процессов на микро- и мезоуровнях (циклическая вязкость, внутреннее трение, рассеяние энергии и т.д.) [2].

Моделирование взаимодействия малоциклового и многоциклового усталости особенно важно при многочастотном нагружении, например при двухчастотном, когда на цикл низкой частоты упругопластической деформации большей амплитуды накладываются циклы высокой частоты упругой деформации малой амплитуды. В литературе достаточно мало работ, посвященных этой проблеме.

В монографии [3] изложены основные положения формулирования математической модели малоциклового усталости конструкционных сталей и результаты ее верификации. В работе [2] изложена модель многоциклового усталости, основанная на энергетическом критерии, и приведены основные результаты ее экспериментального обоснования. В настоящей работе излагается совместная (объединенная) модель МЦУ и МнЦУ.

Для формулировки объединенной модели накопления усталостных повреждений для моделирования МнЦУ за основу принят критерий, экспериментально обоснованный для большого класса конструкционных сталей в случае симметричного регулярного циклического нагружения [2]:

$$\sum_1^{N_f} \Delta W_{\text{оц}} = \sum_1^{N_f} \left[ \Delta W_{\text{ец}} - \Delta W_{\text{уц}} (\Delta W_{\text{ец}} / \Delta W_{\text{уц}})^{\alpha^*} \right] = \text{const}, \quad (1)$$

где

$$\sum_1^{N_f} \Delta W_{\text{оц}} = W_f = \text{const}$$

– критическая удельная работа, соответствующая зарождению усталостной трещины на данном объеме материала;

$$\sum_1^{N_f} \Delta W_{\text{ец}} = \sum_1^{N_f} \sigma'_{ij} \Delta e'_{ij}$$

– полная удельная работа девиаторов напряжений на девиаторах упругих деформаций, накопленная за  $N_f$  циклов;

$$W_{\text{ен}} = \sum_1^{N_f} \left[ \Delta W_{\text{уц}} (\Delta W_{\text{ец}} / \Delta W_{\text{уц}})^{\alpha^*} \right]$$

– неопасная часть полной накопленной удельной работы;

$$\Delta W_{\text{yc}} = \oint \sigma_{uy} de_{ue}$$

– удельная работа девиаторов напряжений за цикл нагружения, соответствующая пределу выносливости материала.

Для нерегулярного циклического нагружения на этапе нагружения соотношение (1) записывается в виде:

$$\Delta W_0 = \Delta W_e [1 - f_1(\gamma)], \quad \gamma = \frac{\sigma_u}{\sigma_{uy}}, \quad \Delta W_e = \frac{\sigma'_{ij} \Delta e_{ij}^e}{2}, \quad (2)$$

где  $\sigma_u = (\sigma'_{ij} \sigma'_{ij})^{1/2}$  – интенсивность тензора напряжений,  $\Delta e_{ue} = (e_{ij}^e e_{ij}^e)^{1/2}$  – приращение интенсивности упругих деформаций,  $\sigma_{uy}$  – интенсивность тензора напряжений, соответствующая пределу выносливости материала,  $\Delta W_0$  – опасная часть удельной энергии  $\Delta W_e$ ;  $\Delta W_{en} = \Delta W_e \cdot f_1(\gamma)$  – неопасная часть удельной энергии  $\Delta W_e$  на этапе нагружения.

Функция  $f_1(\gamma)$  может быть аппроксимирована зависимостью

$$f_1(\gamma) = \begin{cases} 1 & \text{при } \gamma \leq 1, \\ 1 - b^* \left( \frac{\gamma - 1}{\gamma^* - 1} \right)^m & \text{при } 1 \leq \gamma \leq \gamma^*, \\ 1 - b^* & \text{при } \gamma \geq \gamma^*, \end{cases} \quad (3)$$

где  $b^*$  – асимптотическое значение  $f_1(\gamma)$  при  $\gamma \rightarrow \gamma^*$ ,  $\sigma_u \rightarrow \sigma_u^*$  ( $0 < b^* < 1$ ).

Структуру эволюционного уравнения в области МнЦУ можно представить в следующем виде (по аналогии с эволюционным уравнением накопления усталостных повреждений при МЦУ) [3]:

$$d\omega_e = \frac{\alpha + 1}{r + 1} f(\beta) z_e^\alpha (1 - \omega_e)^{-r} dz_e, \quad (4)$$

$$\Delta \omega_e = \frac{\alpha + 1}{r + 1} f(\beta) z_e^\alpha (1 - \omega_e)^{-r} \Delta z_e, \quad (5)$$

$$z_e = \sum_i \Delta z_{ei}, \quad \Delta z_{ei} = \frac{\Delta W_{ei}}{W_{fe}} [1 - f_1(\gamma_i)], \quad (6)$$

где  $\alpha$  и  $r$  – материальные параметры модели;  $\beta$  – параметр вида напряженного состояния материала:  $\beta = \sigma/\sigma_u$ ,  $\sigma_u = (\sigma'_{ij} \sigma'_{ij})^{1/2}$ ,  $\sigma = \sigma_{ii}/3$ ;  $f(\beta)$  – функция, характеризующая объемность напряженного состояния материала;  $W_e = \sum_i \Delta W_{ei}$ ;  $W_{fe}$  – критическое значение опасной энергии МнЦУ,  $\Delta W_{ei}$  – приращение удельной энергии на шаге нагружения.

Параметры материала  $f(\beta)$ ,  $\alpha$  и  $r$  имеют те же значения, что и в области малоциклового усталости [3].

Интегрируя уравнение (4), получим:

$$\int_0^{\omega} (1 - \omega)^r d\omega_e = \frac{\alpha + 1}{r + 1} \int_0^z f(\beta) z_e^\alpha dz_e \quad (7)$$

или

$$\omega_e = 1 - \left\{ 1 - (\alpha + 1) \int_0^z f(\beta) z_e^\alpha dz_e \right\}^{1/(r+1)}. \quad (8)$$

При  $f(\beta) = \text{const}$  уравнение (8) принимает вид:

$$\omega_e = 1 - [1 - f(\beta)z_e^{\alpha+1}]^{1/(r+1)}. \quad (9)$$

Рассмотрим случай циклического симметричного деформирования цилиндрического образца при одноосном растяжении–сжатии с амплитудой интенсивности напряжений  $\sigma_{ua}$  (соответствующей амплитуде интенсивности деформации  $e_{ua} = \sigma_{ua}/(2G)$ ,  $G$  – модуль сдвига).

Удельная энергия за цикл  $\Delta W_{\text{ец}}$  такова:

$$\Delta W_{\text{ец}} = \frac{\sigma_{ua}e_{ua}}{2} \cdot 4 = \frac{\sigma_{ua}^2}{G} \left[ \frac{\text{МДж}}{\text{м}^3} \right]. \quad (10)$$

Опасная часть удельной энергии за цикл  $\Delta W_{\text{оц}}$ :

$$\Delta W_{\text{оц}} = \Delta W_{\text{ец}}(1 - f_1(\gamma_a)) = \frac{\sigma_{ua}^2}{G} b^* \left( \frac{\gamma_a - 1}{\gamma^* - 1} \right)^m, \quad (11)$$

где  $\gamma_a = \sigma_{ua}/\sigma_{uy}$ ,  $\gamma^* = \sigma_u^*/\sigma_{uy}$ .

Приращение относительной опасной энергии за цикл  $\Delta z_{\text{ец}}$ :

$$\Delta z_{\text{ец}} = \frac{\Delta W_{\text{оц}}}{\Delta W_{fe}} (1 - f_1(\gamma_a)) = \frac{\sigma_{ua}^2}{GW_{fe}} b^* \left( \frac{\gamma_a - 1}{\gamma^* - 1} \right)^m. \quad (12)$$

Накопленная относительная опасная энергия за  $N$  циклов:

$$z_e = \sum_1^N \Delta z_{\text{ец}} = \frac{\sigma_{ua}^2}{GW_{fe}} b^* \left( \frac{\gamma_a - 1}{\gamma^* - 1} \right)^m N. \quad (13)$$

Среднее значение функции  $f(\beta)$  за цикл:

$$f_{\text{ц}}(\beta) \approx \frac{f(\beta_c) + f(\beta_p)}{2}, \quad (14)$$

где  $\beta_c = \sigma_{сжа}/\sigma_{ua}$ ,  $\beta_p = \sigma_{ра}/\sigma_{ua}$ .

Величина накопленной поврежденности за  $N$  циклов

$$\begin{aligned} \omega_e(N) &= 1 - \{1 - f_{\text{ц}}(\beta)z_e^{\alpha+1}\}^{1/(r+1)} = \\ &= 1 - \left\{ 1 - f_{\text{ц}}(\beta) \frac{\sigma_{ua}^{2(\alpha+1)}}{(GW_{fe})^{\alpha+1}} b^{*(\alpha+1)} \left( \frac{\gamma_a - 1}{\gamma^* - 1} \right)^{m(\alpha+1)} N^{(\alpha+1)} \right\}^{1/(r+1)}. \end{aligned} \quad (15)$$

При  $N = N_f$  происходит образование макроскопической трещины в рабочей части лабораторного образца,  $\omega_{fe}(N_f) \approx 1$ , и из (15) следует:

$$1 - f_{\text{ц}}(\beta) \left[ \frac{\sigma_{ua}^2}{GW_{fe}} \cdot b^* \left( \frac{\gamma_a - 1}{\gamma^* - 1} \right)^m \cdot N_f \right]^{\alpha+1} = 0. \quad (16)$$

Из (16) получаем уравнение кривой многоциклового усталости:

$$N_f = \left( \frac{1}{f_{\text{ц}}(\beta)} \right)^{1/(\alpha+1)} \frac{GW_{fe}}{\sigma_{ua}^2} \frac{1}{b^*} \left( \frac{\gamma^* - 1}{\gamma_a - 1} \right)^m, \quad \gamma_a = \frac{\sigma_{ua}}{\sigma_{uy}}. \quad (17)$$

Экспериментально определяемыми материальными параметрами в уравнении (17) являются:  $W_{fe}$  – предельное значение опасной удельной энергии при МнЦУ;  $\sigma_{uy}$  – интенсивность тензора напряжений, соответствующая пределу выносливости материала;  $b^*$  – асимптотическое значение относительной удельной опасной энергии за цикл:

$$b^* = \frac{W_{oc}^*}{W_{ec}}; \quad (18)$$

$\gamma^*$  – относительное значение амплитуды интенсивности напряжений  $\sigma_{ua}$ , соответствующее  $b^*$ :

$$\gamma^* = \frac{\sigma_{ua}^*}{\sigma_{uy}}.$$

Параметры  $r$ ,  $\alpha$  и функция  $f(\beta)$  в уравнениях (4), (5) принимаются такими же, как в эволюционном уравнении накопления усталостных повреждений в малоцикловой области [3].

В работе [2] на основании экспериментальной информации для большого количества конструкционных сталей показано, что зависимость неопасной части энергии за цикл  $\Delta W_{nc}$  от величины полной энергии за цикл  $12,5 \Delta W_{ec}$  достаточно хорошо описывается выражением:

$$\Delta W_{nc} = \Delta W_{yc} \left( \frac{\Delta W_{ec}}{\Delta W_{yc}} \right)^{\alpha_1}, \quad (19)$$

где показатель степени  $\alpha_1$  лежит в диапазоне

$$0,7 \leq \alpha_1 \leq 0,95. \quad (20)$$

Из (20) и (3) следует

$$\frac{\Delta W_{nc}}{\Delta W_{ec}} = \left( \frac{\Delta W_{yc}}{\Delta W_{ec}} \right)^{1-\alpha_1} = 1 - b^* \left( \frac{\gamma - 1}{\gamma^* - 1} \right)^m, \quad (21)$$

$$\gamma^* = \frac{\sigma_{ua}^*}{\sigma_{uy}}, \quad (1 - \alpha_1) \approx 0,2,$$

или

$$\left( \frac{\sigma_{ua}^2}{\sigma_{uy}^2} \right)^{1-\alpha_1} = 1 - b^* \left( \frac{\sigma_{ua}/\sigma_{uy} - 1}{\sigma_{ua}^*/\sigma_{uy} - 1} \right)^m, \quad (22)$$

$$(1 - \alpha_1) \approx 0,2, \quad \alpha_1 \approx 0,8.$$

Принимая в уравнении (21) в качестве параметра  $\gamma^*$  его значение при  $\sigma_{ua}^* = \sigma_{um}$ , где  $\sigma_{um}$  – интенсивность тензора напряжений, соответствующая техническому пределу текучести материала  $\sigma_{0,2}$ , из (22) можно получить:

$$b_m^* = 1 - \left( \frac{\sigma_{uy}^2}{\sigma_{um}^2} \right)^{1-\alpha_1} > 0, \quad 1 - \alpha_1 > 0. \quad (23)$$

Параметр  $m$  в (22) выбирается из условия наилучшего описания левой части уравнения (22).

Значение  $\sigma_{uy}$  выбирается соответствующим значению  $N_f \approx (10^8 \div 10^{12})$  циклов.

Значение  $W_{fe}$  в (17) (предельное значение опасной энергии  $W_{oe}$ ) определяется по экспериментальной информации  $\sigma_{ua}^{**} \sim N_f^{**}$  для середины интервала  $\sigma_u^* < \sigma_{ua}^{**} < \sigma_{uy}$ .

В работе [2] на базе критерия (1) для симметричного циклического деформирования сформулирован энергетический критерий многоциклового усталости:

$$D_c = \left( \frac{\sigma_p}{\sigma_a} \right)^\theta D_f, \quad (24)$$

где  $D_c$  – количество энергии, рассеянное за  $N_f$  циклов, соответствующее зарождению усталостной трещины,  $\sigma_p$  – истинный предел прочности материала,  $\sigma_a$  – амплитуда напряжений,  $\theta$  – параметр, характеризующий интенсивность увеличения суммарной рассеянной энергии по сравнению с критической величиной энергии  $D_f$  при уменьшении амплитуды напряжений в цикле  $\sigma_a$ .

Уравнение (24) можно представить в виде

$$D_c = N_f D = N_f 2D_f \left( \frac{\sigma_a}{\sigma_p} \right)^{m_1}, \quad (25)$$

где  $D = 2D_f (\sigma_a / \sigma_p)^{m_1}$  – рассеянная энергия за цикл.

Экспериментальная проверка критерия (25) показала, что для большого количества исследованных материалов в диапазоне  $10^4 \leq N_f \leq 10^7$  циклов величина параметра  $\theta$  в (24) и (25) слабо зависит от амплитуды напряжений и может быть принята постоянной для каждого материала.

На основании (24) и (25) в [2] получено следующее уравнение кривой усталости:

$$\left( \frac{\sigma_p}{\sigma_a} \right)^{\theta+m_1} = 2N_f, \quad (26)$$

которое достаточно адекватно описывает экспериментальные зависимости для большого количества исследованных конструкционных сталей.

Уравнение (17) также можно привести к виду:

$$\frac{B}{(\sigma_{ua} - \sigma_{uy})^m \sigma_{ua}^2} = 2N_f, \quad (27)$$

где

$$B = \frac{2GW_{fe}(\gamma^* - 1)^m \sigma_{uy}^m}{b^* (f_{\alpha}(\beta))^{1/(\alpha+1)}}.$$

Из сравнения (26) и (27) видно, что (26) является частным случаем (27) и, следовательно, (17) является более общим выражением для кривой многоциклового усталости.

С целью верификации уравнений совместной модели малоциклового и многоциклового усталости проведено расчетное построение кривой усталости стали 08X18H10T при одноосном циклическом растяжении-сжатии лабораторного образца при  $T = 20^\circ\text{C}$  (рис. 1).

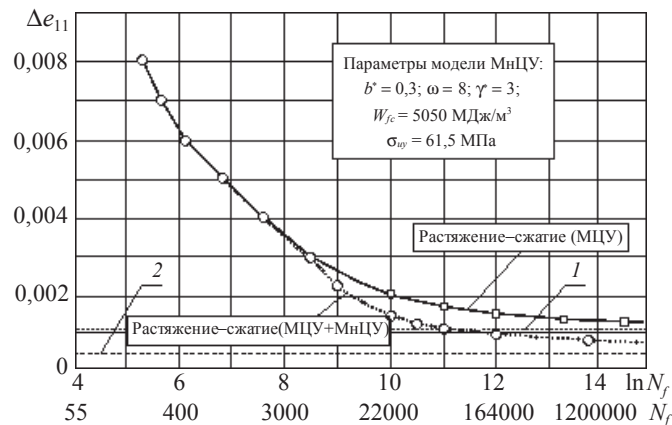


Рис. 1

Экспериментальные значения параметров кривой усталости для стали 08X18H10T принимались равными:

$$N_{f*} \approx 10^5 (\ln N_{f*} = 11) \text{ при } \Delta e_{11T} = 0,0011;$$

$$N_{fy} \approx 10^{12} (\ln N_{fy} = 12) \text{ при } \Delta \sigma_{uy} = \sigma_{uT} / 3.$$

Рассчитанные по этим значениям параметры  $b^*$  и  $W_{fe}$  равнялись:

$$b^* = 0,3, \quad W_{fe} = 5050 \text{ МДж/м}^3.$$

Значение параметра  $m$  принималось равным 8 из условия наилучшего приближения расчетной кривой усталости к экспериментальной кривой.

На рис. 1 показаны расчетные кривые усталости стали 08X18H10T для одноосного симметричного растяжения–сжатия цилиндрического образца осевой деформацией  $\Delta e_{11}$  заданной амплитуды. По оси абсцисс отложены значения  $N_f$  ( $\ln N_f$ ), где  $N_f$  – количество циклов до зарождения усталостной трещины длиной  $1 \div 2$  мм в рабочей части образца.

Усталостная кривая, изображаемая сплошной линией на рис. 1, получена без учета влияния многоциклового усталости; усталостная кривая, показанная пунктиром, – с учетом влияния многоциклового усталости.

Данная кривая в области малоциклового усталости хорошо согласуется с экспериментальной кривой усталости [3]. Видно, что первая кривая усталости с ростом  $N_f$  асимптотически приближается к деформации  $\Delta e_{11} = 0,0011$ , соответствующей пределу текучести материала (прямая 1), а вторая – к деформации  $\Delta e_{11} = 0,00037$ , соответствующей пределу усталости (прямая 2). Влияние механизма многоциклового усталости начинается при амплитуде деформации  $\Delta e_{11} \approx 0,0035$ , что соответствует числу циклов до образования усталостной трещины  $N_f \approx 3000$  циклов.

### Заключение

Разработан и реализован в виде программы алгоритм объединенной математической модели МЦУ и МнЦУ для проведения совместных расчетов усталостной долговечности материала как в зонах с развитыми нестационарными пластическими деформациями, так и в зонах упругой работы материала при циклическом нагружении. Проведен расчет кривой усталости материала рабочей части лабораторного образца, выполненного из стали 08X18H10T.

Сопоставление расчетных кривых усталости с экспериментальными показало, что разработанные математическая модель, алгоритм и программа адекватно описывают совместное действие механизмов мало- и многоциклового усталости.

*Литература*

1. Коллинз, Дж. Повреждение материалов в конструкциях. Анализ. Предсказание. Предотвращение / Дж. Коллинз. – М.: Мир, 1984. – 530 с.
2. Троценко, В.Т. Энергетический критерий усталостного разрушения / В.Т. Троценко, Л.А. Фомичев // Проблемы прочности. – 1993. – №1. – С. 3–10.
3. Методы обоснования ресурса ЯЭУ / Ф.М. Митенков [и др]. – М: Машиностроение, 2007. – 445 с.

[27.08.2010]

**ASSESSING THE SERVICE LIFE OF STRUCTURAL MATERIALS  
UNDER COMBINED PROCESSES OF LOW-CYCLE AND HIGH-CYCLE FATIGUE**

**M.A. Bol'shuhin, D.L. Zverev, V.B. Kaidalov, Yu.G. Korotkikh, V.A. Panov, V.A. Pahomov**

A unified (combined) model of fatigue damage accumulation in structural materials in the ranges of low- and high-cycle fatigue under non-isothermal loading is presented. Under regular cyclic loading transition from low-cycle to high-cycle fatigue in the material is shown to go by degrees and depend on physical interaction of the mechanisms of high-cycle and low-cycle fatigue in the transition zone. The model is verified by comparing the computed fatigue curve for the 08X18H10T material with the experimental one. The results of the comparison show that the mathematical model developed adequately describes the combined effect of the low-cycle and high-cycle fatigue mechanisms.

*Key words:* structural material, fatigue damage accumulation, low-cycle fatigue, high-cycle fatigue, mathematical model.