

УДК 539.374

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ
УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ
И РАЗРУШЕНИЯ МАТЕРИАЛОВ
ПРИ ЦИКЛИЧЕСКИХ НАГРУЖЕНИЯХ**

В.С. Бондарь, С.В. Бурчаков, В.В. Даншин

Московский государственный технический университет «МАМИ»

Рассматривается математическое моделирование процессов упругопластического деформирования и разрушения конструкционных сталей и сплавов при нестационарных и несимметричных как жестких, так и мягких режимах циклического нагружения. Приводятся основные положения и уравнения теории упругопластического деформирования. На широком спектре программ экспериментальных исследований нестационарных и несимметричных режимов циклических нагружений проводится верификация теории упругопластического деформирования.

Ключевые слова: пластичность, разрушение, циклическое нагружение.

1. Введение

Развитие теории пластичности и разработка определяющих уравнений описания процессов упругопластического деформирования в настоящее время идет по двум основным направлениям. К первому направлению относятся различные варианты теории упругопластических процессов, базирующиеся на общей математической теории пластичности А.А. Ильюшина [1, 2]. Ко второму направлению относятся различные варианты теории пластического течения при комбинированном упрочнении, базирующиеся на концепции микронапряжений, выдвинутой В.В. Новожиловым [3]. В данной работе рассматривается достаточно простой вариант второго направления – теория упругопластического деформирования, являющаяся частным вариантом теории неупругости [4]. В монографии [4] показано, что теория упругопластического деформирования, как и теория неупругости, являются конкретными вариантами общей математической теории пластичности А.А. Ильюшина [1, 2] при полном сохранении всей структуры уравнений этой теории.

Далее рассматриваются некоторые особенности нестационарных и несимметричных циклических нагружений. При несимметричных жестких циклических режимах нагружения конструкционных сталей и сплавов первоначально несимметричная петля пластического гистерезиса в процессе деформирования стремится стать симметричной, т.е. осуществляется так называемая «посадка» петли пластического гистерезиса. При нестационарных несимметричных жестких циклических нагружениях имеет место эффект малого цикла в большом, заключающийся в том,

что петля малого несимметричного цикла практически возвращается в ту же начальную точку, из которой и начался малый цикл. При несимметричных циклических как пропорциональных мягких, так и непропорциональных мягких и смешанных режимах нагружения конструкционных сталей и сплавов происходит одностороннее накопление деформации («вышагивание» петли пластического гистерезиса, ratcheting), интенсивность которого увеличивается с возрастанием несимметричности процесса нагружения. В работе [5] показано, что явления «посадки» и «вышагивания» петли пластического гистерезиса представляют следствия принципа симметрии циклических свойств материалов. Принцип и следствия говорят, что при жестком несимметричном циклическом нагружении напряженное состояние стремится к напряженному состоянию, соответствующему симметричному циклическому нагружению, а при мягком несимметричном циклическом нагружении деформированное состояние должно увеличивать свою несимметричность. Математическое моделирование явлений «посадки» и «вышагивания» предпринималось в большом количестве работ, обзор и анализ которых содержат статьи [6–8]. В данной работе рассматривается математическое моделирование этих явлений на основе варианта одноповерхностной теории пластического течения при комбинированном упрочнении. Смещение поверхности нагружения описывается на основе модели Новожилова – Шабоши [9, 10], подразумевающей, что полное смещение есть сумма смещений, для каждого из которых имеет место свое эволюционное уравнение. Здесь в качестве первого эволюционного уравнения, описывающего смещение первого типа, принимается уравнение Ишлинского – Прагера [11, 12], обобщенное согласно принципу симметрии циклических свойств [5] на процессы «вышагивания». В качестве второго эволюционного уравнения, описывающего смещение второго типа, принимается уравнение Амстронга – Фредерика – Кадашевича [13, 14]. Последующие эволюционные уравнения, описывающие смещения третьего типа, соответствуют простейшему аналогу модели Оно–Ванга [15, 16]. Гипотеза Новожилова – Шабоши совместно с эволюционными уравнениями Ишлинского – Прагера и Амстронга – Фредерика – Кадашевича эквивалентны эволюционному уравнению с трехчленной структурой, применяемому в теории неупругости [4].

Разрушение конструкционных сталей и сплавов при несимметричных циклических нагружениях мало зависит от несимметричности в условиях жесткого нагружения и существенно зависит от несимметричности при мягком нагружении. При нестационарных циклических нагружениях переход с меньших амплитуд деформации (напряжения) на большую увеличивает суммарную долговечность, а переход с большей амплитуды на меньшую уменьшает суммарную долговечность, по сравнению с долговечностью, соответствующей правилу линейного суммирования повреждений. Для описания этих явлений формулируются кинетические уравнения накопления повреждений, где в качестве энергий, расходуемых на создание повреждений в материале, принимаются работы добавочных напряжений (остаточных микронапряжений, тензор смещения) первого, второго и третьего типов на поле пластических деформаций. Следует заметить, что ответственность остаточных микронапряжений за процесс накопления повреждений следует из гипотезы Новожилова – Рыбакиной [17] о пропорциональности скорости накопления повреждений интенсивности остаточных микронапряжений.

2. Основные положения и уравнения теории

Материал однороден и начально изотропен. В процессе упругопластического деформирования в нем может возникать только деформационная анизотропия. Процесс циклического деформирования может проходить в условиях мягкого, жесткого или смешанного режимов нагружения, быть стационарным или нестационарным, симметричным или несимметричным.

Как и ранее [4], тензор скоростей деформаций представляется в виде суммы тензоров скоростей упругой и пластической деформаций:

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \dot{\epsilon}_{ij}^e + \dot{\epsilon}_{ij}^p. \quad (2.1)$$

Упругие деформации следуют обобщенному закону Гука

$$\dot{\epsilon}_{ij}^e = \frac{1}{E} [\dot{\sigma}_{ij} - \nu (3\dot{\sigma}_0 \delta_{ij} - \dot{\sigma}_{ij})], \quad (2.2)$$

где E , ν – соответственно модуль Юнга и коэффициент Пуассона, σ_0 – среднее напряжение.

Полагается, что в пространстве составляющих тензора напряжений существует поверхность нагружения, разделяющая области упругого и упругопластического состояний:

$$f(\sigma_{ij}) = \frac{3}{2} (s_{ij} - a_{ij})(s_{ij} - a_{ij}) - [C_p(\epsilon_{u^*}^p)]^2 = 0, \quad (2.3)$$

$$s_{ij}^* = s_{ij} - a_{ij}, \quad \sigma_u^* = \left(\frac{3}{2} s_{ij}^* s_{ij}^* \right)^{1/2}.$$

Здесь s_{ij} – девиатор напряжений; $\epsilon_{u^*}^p$ – накопленная пластическая деформация; a_{ij} – девиатор добавочных напряжений (остаточных микронапряжений), характеризующий смещение поверхности нагружения (анизотропное упрочнение); $C_p(\epsilon_{u^*}^p)$ – функция, отвечающая размеру (радиусу) поверхности нагружения и характеризующая изотропное упрочнение.

Смещение a_{ij} поверхности нагружения описывается на основе модели Новожилова – Шабози [9, 10], подразумевающей, что полное смещение есть сумма смещений, для каждого из которых имеет место свое эволюционное уравнение:

$$\dot{a}_{ij} = \sum_{m=1}^M \dot{a}_{ij}^{(m)}. \quad (2.4)$$

Здесь в качестве первого эволюционного уравнения, описывающего смещение первого типа, принимается уравнение Ишлинского – Прагера [11,12]:

$$\dot{a}_{ij}^{(1)} = \frac{2}{3} g^{(1)} \dot{\epsilon}_{ij}^p. \quad (2.5)$$

В качестве второго эволюционного уравнения, описывающего смещение второго типа, принимается уравнение Амстронга – Фредерика – Кадашевича [13, 14]:

$$\dot{a}_{ij}^{(2)} = \frac{2}{3} g^{(2)} \dot{\epsilon}_{ij}^p + g_a^{(2)} a_{ij}^{(2)} \dot{\epsilon}_{u^*}^p. \quad (2.6)$$

Определяющие функции, входящие в уравнения (2.5) и (2.6), выражаются через материальные функции следующим образом:

$$g^{(1)} = E_a, \quad g^{(2)} = \beta \sigma_a, \quad g_a^{(2)} = -\beta, \quad (2.7)$$

где E_a, σ_a, β – параметры анизотропного упрочнения.

Последующие эволюционные уравнения, описывающие смещения третьего типа, соответствуют простейшему аналогу уравнений Оно – Ванга [15,16]:

$$\dot{a}_{ij}^{(m)} = \frac{2}{3} g^{(m)} \dot{\epsilon}_{ij}^p \quad (m = 3, \dots, M). \quad (2.8)$$

Определяющие функции, входящие в уравнения (2.8), выражаются через материальные функции следующим образом:

$$g^{(m)} = \begin{cases} \beta^{(m)} \sigma_a^{(m)}, \\ 0, \quad \text{если } a_u^{(m)} \geq \sigma_a^{(m)} \cap a_{ij}^{(m)} s_{ij}^* > 0. \end{cases} \quad (2.9)$$

Введение дополнительных уравнений (2.8) к ранее уже рассмотренному и достаточно апробированному уравнению с трехчленной структурой [4], эквивалентному уравнениям (2.4)–(2.7), позволяет описать более тонкие эффекты циклического нагружения, возникающие при нестационарных и несимметричных циклических нагружениях. К таким эффектам можно отнести эффект малого цикла в большом, заключающийся в том, что петля малого цикла практически возвращается в ту же начальную точку, из которой и начался малый цикл. Окончательно уравнение для смещения поверхности нагружения с учетом (2.4)–(2.9) будет иметь вид

$$\dot{a}_{ij} = \frac{2}{3} g \dot{\epsilon}_{ij}^p + \left(\frac{2}{3} g_\epsilon \dot{\epsilon}_{ij}^p + g_a a_{ij}^* \right) \dot{\epsilon}_{u^*}^p + \frac{2}{3} \sum_{m=3}^M g^{(m)} \dot{\epsilon}_{ij}^p, \quad (2.10)$$

где

$$a_{ij}^* = a_{ij}^{(1)} + a_{ij}^{(2)}, \quad g = E_a + \beta \sigma_a, \quad g_\epsilon = \beta E_a, \quad g_a = -\beta.$$

При несимметричных циклических как пропорциональных мягких, так и непропорциональных мягких и смешанных режимах нагружения происходит одностороннее накопление деформации («вышагивание» петли пластического гистерезиса, *ratcheting*), интенсивность которого увеличивается с возрастанием несимметричности процесса нагружения.

Описание рассмотренных выше явлений в рамках теории пластического деформирования состоит в том, что параметр E_a , входящий в первое эволюционное уравнение (2.5), принимается зависящим от накопленной пластической деформации следующим образом:

$$E_a = \frac{E_{a0}}{1 + K_E (\epsilon_{u^*}^p)^{n_E + 1}}, \quad (2.11)$$

где E_{a0}, K_E, n_E – экспериментально определяемые параметры при циклическом несимметричном нагружении.

Следует отметить, что по величине параметра n_E , входящего в выражение (2.11), можно следующим образом классифицировать процесс «вышагивания»: $n_E < 0$ – затухающее «вышагивание»; $n_E = 0$ – постоянное «вышагивание»; $n_E > 0$ – прогрессирующее «вышагивание».

Пластические деформации определяются на основе ассоциированного с (2.3) закона течения:

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \lambda = \frac{3}{2} \frac{s_{ij}^*}{\sigma_u^*} \dot{\varepsilon}_{u^*}^p. \quad (2.12)$$

Для скорости накопленной пластической деформации в случае мягкого и жесткого нагружений можно получить [4] соответственно уравнения:

$$\dot{\varepsilon}_{u^*}^p = \frac{1}{E_*} \frac{3}{2} \frac{s_{ij}^* \dot{\sigma}_{ij}}{\sigma_u^*}, \quad (2.13)$$

$$\dot{\varepsilon}_{u^*}^p = \frac{1}{E_* + 3G} 3G \frac{s_{ij}^* \dot{\varepsilon}_{ij}}{\sigma_u^*}, \quad (2.14)$$

$$E_* = q_\varepsilon + g + g_\varepsilon \varepsilon_u^{p*} + g_a a_u^* + \sum_{m=3}^M g^{(m)}, \quad q_\varepsilon = \frac{\partial C_p}{\partial \varepsilon_{u^*}^p},$$

$$\varepsilon_u^{p*} = \frac{s_{ij}^* \varepsilon_{ij}^p}{\sigma_u^*}, \quad a_u^* = \frac{3}{2} \frac{s_{ij}^* a_{ij}^*}{\sigma_u^*}.$$

Условия упругого и упругопластического состояний имеют вид:

$$\begin{aligned} \sigma_u^* < C_p \cup \dot{\varepsilon}_{u^*}^p \leq 0 & - \text{упругость,} \\ \sigma_u^* = C_p \cap \dot{\varepsilon}_{u^*}^p > 0 & - \text{упругопластичность.} \end{aligned} \quad (2.15)$$

Здесь скорость накопленной пластической деформации задается выражениями (2.13) или (2.14) или любым другим выражением, связывающим скорость накопленной пластической деформации и скорости напряжений и деформаций.

Для описания процесса накопления повреждений используется энергетический подход. В качестве энергий, расходуемых на создание повреждений в материале, принимаются энергии, равные работе добавочных напряжений (тензор смещения) первого, второго и третьего типов на поле пластических деформаций. Кинетические уравнения накопления повреждений имеют вид:

$$\begin{aligned} \dot{\omega} &= \dot{\omega}_c + \dot{\omega}_p + \dot{\omega}_e, \\ \dot{\omega}_c &= \frac{a_{ij}^{(1)} \dot{\varepsilon}_{ij}^p}{W_c}, \quad \dot{\omega}_p = \frac{a_{ij}^{(2)} \dot{\varepsilon}_{ij}^p}{W_p}, \quad \dot{\omega}_e = \begin{cases} 0, & \text{если } \omega_p < \omega_{p1}, \\ \sum_{m=3}^M \frac{a_{ij}^{(m)} \dot{\varepsilon}_{ij}^p}{W_p}. \end{cases} \end{aligned} \quad (2.16)$$

Здесь ω_c – повреждение, обусловленное работой добавочных напряжений первого типа и проявляющееся при смещении петли пластического гистерезиса; ω_p – повреждение, обусловленное работой добавочных напряжений второго типа, пороговое значение ω_{p1} которого говорит об окончании первой стадии зарождения микродефектов и о начале второй стадии распространения микродефектов [18]; ω_e – повреждение, обусловленное работой добавочных напряжений третьего типа и имеющее место только на второй стадии процесса накопления повреждений. Введение этих стадий позволяет описать явление нелинейного суммирования повреждений при нестационарных режимах циклического нагружения. Критерием

разрушения материала будет достигнуто повреждением предельного значения, обычно принимаемого равным единице.

Таким образом, данный вариант теории упругопластического деформирования замыкают следующие материальные функции: E, ν – упругие параметры; E_{a0}, σ_a, β – модули анизотропного упрочнения; K_E, n_E – модули «вышагивания»; $\sigma_a^{(m)}, \beta^{(m)}$ ($m = 3, \dots, M$) – модули анизотропного упрочнения, соответствующие аналогу модели Оно – Ванга; $C_p(\epsilon_{u*}^p)$ – функция изотропного упрочнения; W_c – энергия разрушения при «вышагивании»; W_p – энергия разрушения при малоциклового усталости; ω_{p1} – повреждение, соответствующее первой стадии накопления повреждений.

Материальные функции определяются по результатам испытаний в условиях упругопластического одноосного напряженного состояния. Базовый эксперимент включает в себя следующий набор данных:

- упругие параметры, которые определяют традиционными методами;
- диаграмма пластического деформирования при растяжении до деформации 0,05–0,1;
- циклические диаграммы при симметричном растяжении–сжатии при постоянной амплитуде деформации 0,005–0,01;
- циклические диаграммы при несимметричном растяжении–сжатии при постоянной амплитуде деформации 0,005–0,01 и средней деформации цикла 0,05–0,1;
- данные по малоциклового усталости (10^1 – 10^3 циклов), многоциклового усталости (10^4 – 10^6 циклов) при жестком симметричном циклическом нагружении;
- данные по малоциклового усталости (10^1 – 10^3 циклов) при мягком несимметричном ($R_\sigma = \sigma_{\min} / \sigma_{\max} = -0,5 \div 0$) циклическом нагружении.

Разработан [4] метод идентификации материальных функций, замыкающих теорию. Сформулированная система уравнений представляет собой задачу Коши с тривиальными начальными условиями, которая решается численно методом Рунге – Кутты четвертого порядка точности.

3. Пластичность при нестационарных и несимметричных режимах циклического нагружения

Результаты расчетов на основе предложенной математической модели процессов нестационарного циклического нагружения нержавеющей стали SS 304 в условиях одноосного растяжения–сжатия приведены на рис. 1–3.

На этих рисунках сплошные кривые соответствуют расчету, кружки – экспериментам [19, 20]. Вначале рассматривается жесткое циклическое нагружение в условиях блочного изменения амплитуды деформации в случае нестационарного симметричного нагружения (рис. 1, $\epsilon = \pm 0,002$ (50 с) $\rightarrow \pm 0,004$ (30 с) $\rightarrow \pm 0,006$ (30 с) $\rightarrow \pm 0,008$ (30 с) $\rightarrow \pm 0,006$ (20 с) $\rightarrow \pm 0,004$ (20 с)). Далее рассматриваются мягкие циклические нагружения в условиях блочного изменения амплитуды напряжения при постоянном среднем напряжении цикла (рис. 2, $\sigma = 52 \pm 221$ (20 с) $\rightarrow 52 \pm 248$ (20 с) $\rightarrow 52 \pm 274$ (20 с) $\rightarrow 52 \pm 221$ (20 с)), а также в условиях блочного изменения среднего напряжения цикла при постоянной амплитуде (рис. 3, $\sigma = 26 \pm 208$ (20 с) $\rightarrow 78 \pm 208$ (20 с) $\rightarrow 117 \pm 208$ (20 с) $\rightarrow 0 \pm 208$ (20 с) $\rightarrow 78 \pm 208$ (20 с) $\rightarrow 117 \pm 208$ (20 с)). Рассмотренные режимы являются нестационарными и несимметричными, причем в процессе нагружения несимметричность как возрастает, так и убывает. Наблюдается удовлетворительное соответствие расчетных и экспериментальных результатов.

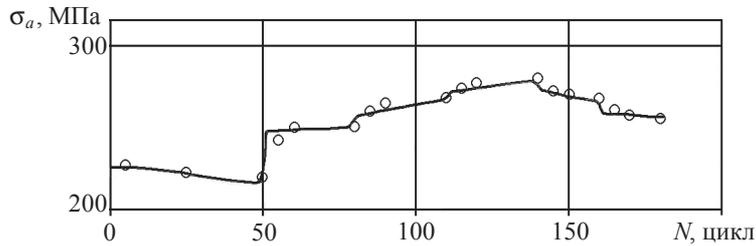


Рис. 1

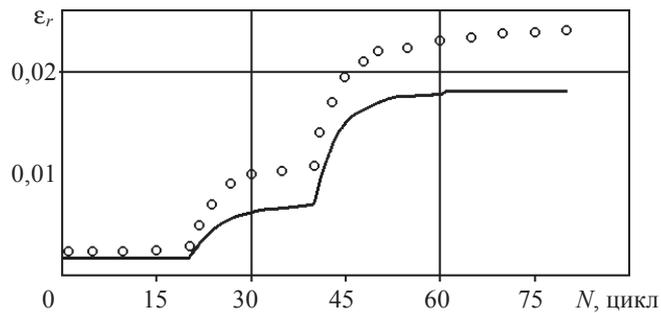


Рис. 2

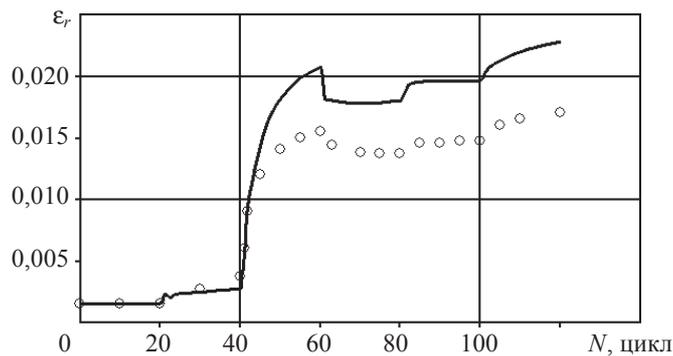


Рис. 3

4. Разрушение при нестационарных и несимметричных режимах циклического нагружения

Расчетные исследования малоциклового прочностии нержавеющей стали SS 304 выполнены при симметричном жестком циклическом нагружении при постоянной амплитуде деформации (рис. 4) и при блочном изменении амплитуды деформации (рис. 5). На рис. 4 сплошной линией показана расчетная кривая малоциклового усталости, а треугольниками – экспериментальные данные [21]. Отклонение от правила линейного суммирования повреждений при двухблочном изменении амплитуды деформации приведено на рис. 5. Результаты расчетов и экспериментов [21] на этом рисунке показаны соответственно светлыми и темными кружками и треугольниками. Наблюдается существенное отклонение от правила линейного суммирования повреждений при удовлетворительном соответствии результатов расчета и эксперимента. Если рассмотреть при двухблочном изменении амплитуды деформации зависимости расчетных повреждений от числа циклов нагружения, то видно, что они представляют собой трехзвенные ломаные линии, причем на первом блоке имеют

место двухзвенные ломаные, что и позволяет описать отклонение от правила линейного суммирования повреждений.

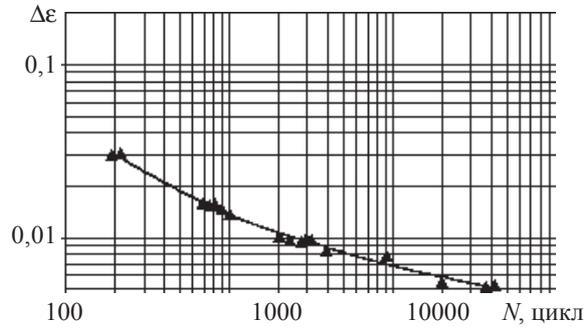


Рис. 4

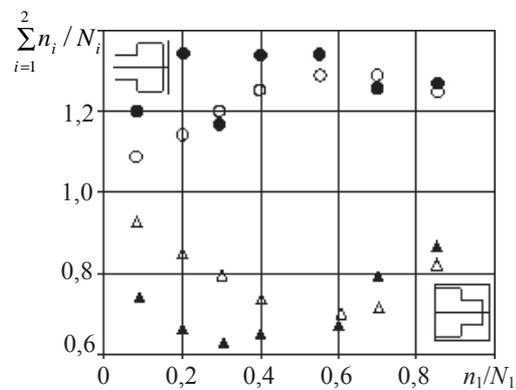


Рис. 5

Расчетные исследования малоциклового прочностии нержавеющей стали 12Х18Н9 проведены при симметричном жестком и несимметричном мягком циклических нагружениях (рис. 6).

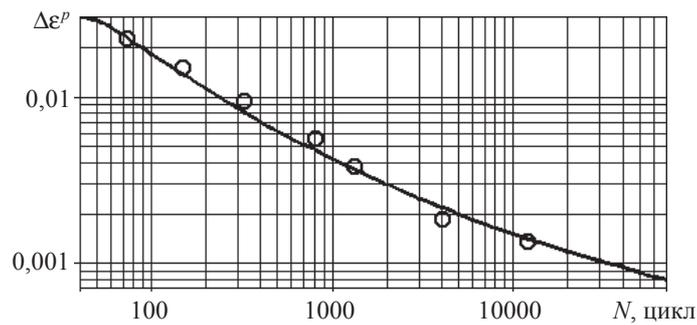


Рис. 6

Сплошной линией на этом рисунке показана расчетная кривая малоциклового усталости при жестком симметричном циклическом нагружении, а светлыми кружками – экспериментальные данные, полученные в НИИ механики ННГУ при участии В.С. Бондаря. Влияние несимметричности при мягком циклическом нагружении показано на рис. 7.

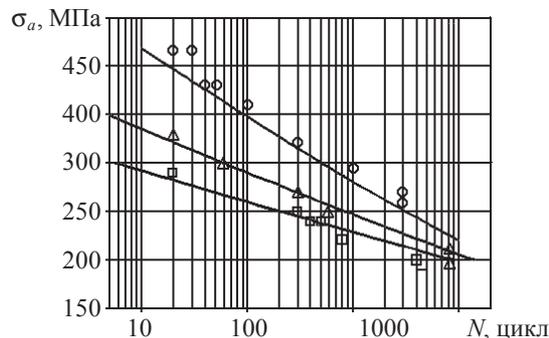


Рис. 7

Здесь сплошные кривые соответствуют расчету, а эксперименту при разных значениях коэффициента асимметрии цикла $R_\sigma = \sigma_{\min}/\sigma_{\max}$ отвечают светлые кружки ($R_\sigma = -0,9$), треугольники ($R_\sigma = -0,5$), квадраты ($R_\sigma = -0,3$) [22]. Наблюдается существенное влияние несимметричности при мягком циклическом нагружении на малоцикловую усталость.

5. Заключение

Адекватное описание процессов упругопластического деформирования и разрушения конструкционных сталей и сплавов при нестационарных и несимметричных циклических нагружениях является несомненным достоинством рассматриваемого математического моделирования. При этом базовый эксперимент и метод идентификации материальных функций, замыкающих рассматриваемую теорию, являются достаточно простыми и легко реализуемыми. Сравнение результатов расчетов и экспериментов говорит о надежном их соответствии.

Литература

1. *Ильюшин, А.А.* Пластичность. Основы общей математической теории / А.А. Ильюшин. – М.: Изд. АН СССР, 1963. – 271 с.
2. *Ильюшин, А.А.* Механика сплошной среды / А.А. Ильюшин. – М.: Изд-во МГУ, 1990. – 310 с.
3. *Новожилов, В.В.* Микронапряжения в конструкционных материалах / В.В. Новожилов, Ю.И. Кадашевич. – Л.: Машиностроение, 1990. – 224 с.
4. *Бондарь, В.С.* Неупругость. Варианты теории / В.С. Бондарь. – М.: Физматлит, 2004. – 144 с.
5. *Бондарь, В.С.* Некоторые новые результаты исследования пластичности материалов при сложном нагружении / В.С. Бондарь // Упругость и неупругость. – М.: Ленанд, 2006. – С. 94–109.
6. *Bari, S.* Anatomy of coupled constitutive models for ratcheting simulation / S. Bari, T. Hassan // International Journal of Plasticity. – 2000. – №16. – P. 381–409.
7. *Bari, S.* Kinematic hardening rules in uncoupled modeling for multiaxial ratcheting simulation / S. Bari, T. Hassan // International Journal of Plasticity. – 2001. – №17. – P. 885–905.
8. *Bari, S.* An advancement in cyclic plasticity modeling for multiaxial ratcheting simulation / S. Bari, T. Hassan // International Journal of Plasticity. – 2002. – №18. – P. 873–894.
9. *Новожилов, В.В.* О сложном нагружении и перспективах феноменологического подхода к исследованию микронапряжений / В.В. Новожилов // ПММ. – 1964. – Т. 28. – Вып. 3. – С. 393–400.
10. *Chaboche, J.L.* Modelization of the strain memory effect on the cyclic hardening of 316 stainless steel / J.L. Chaboche, K. Dang-Van, G. Cordier // Trans. 5th Int. Conf. Struct. Mech. Reactor Technol. Berlin, 1979. V.L.P.L. 11.3/1-L.113/10.

11. *Ишлинский, А.Ю.* Общая теория пластичности с линейным упрочнением / А.Ю. Ишлинский // Укр. матем. журн. – 1954. – Т. 6. – Вып. 3. С. 314–324.
12. *Prager, W.* A new method of analyzing stresses and strain in work hardening plastic solids / W. Prager // J. of Appl. Mech. – 1956. – V. 23. – P. 493–496.
13. *Amstrong, P.J.* A mathematical representation of the multiaxial bausinger effect / P.J. Armstrong, C.O. Frederick // CEGB Report No. RD/B/N 731. – 1966.
14. *Кадашевич, Ю.И.* О различных тензорно-линейных соотношениях в теории пластичности / Ю.И. Кадашевич // Исследования по упругости и пластичности. – Л.: Изд-во ЛГУ, 1967. – Вып. 6. – С. 39–45.
15. *Ohno, N.* Kinematic hardening rules with critical state of dynamic recovery, part 1: formulations and basic features for ratcheting behavior / N. Ohno, J.-D. Wang // International Journal of Plasticity. – 1993. – №9. – P. 375–390.
16. *Bondar, V.S.* Low cycle fatigue under asymmetrical rigid and soft cyclic loadings / V.S. Bondar, V.V. Danshin // Proc. of the Int. Conf. RELMAS'2008. – SPb.: Polytechnic University Publishing, 2008. – P. 58–62.
17. *Новожилов, В.В.* О перспективах построения критерия прочности при сложном нагружении / В.В. Новожилов, О.Г. Рыбакина // Прочность при малом числе циклов нагружения. – М.: Наука, 1969. – С. 71–80.
18. *Волков, И.А.* Уравнения состояния вязкоупругопластических сред с повреждениями / И.А. Волков, Ю.Г. Коротких. – М.: Физматлит, 2008. – 424 с.
19. *Guozheng, Kang.* Experimental study on uniaxial and nonproportionally multiaxial ratcheting of SS304 stainless steel at room and high temperatures / Kang Guozheng, Gao Qing, Cai Lixun, Sun Yafang // Nuclear Engineering and Design. – 2002. – V. 216. – P. 13–26.
20. *Guozheng, Kang.* Uniaxial cyclic ratcheting and plastic flow properties of SS304 stainless steel at room and elevated temperatures / Kang Guozheng, Gao Qing, Yang Xianjie // Mechanics of Materials. – 2002. – №34. – P. 145–159.
21. *Бернард-Конноли.* Усталость коррозионностойкой стали 304 при испытаниях в условиях многоступенчатой контролируемой деформации / Бернард-Конноли, Куок Бью, Бирон // Теор. основы инж. расчетов. – 1983. – №3. – С. 47–53.
22. *Гусенков, А.П.* Прочность при изотермическом и неизотермическом малоцикловом нагружении / А.П. Гусенков. – М.: Наука, 1979. – 295 с.

[12.07.2010]

MATHEMATICALLY MODELING THE PROCESSES OF ELASTOPLASTIC DEFORMATION AND FAILURE OF MATERIALS UNDER CYCLIC LOADING

V.S. Bondar', S.V. Burchakov, V.V. Danshin

The mathematical modeling of the processes of elastoplastic deformation and failure of structural steels and alloys under non-stationary and non-symmetric hard and soft modes of cyclic loading is considered. The main assumptions and equations of the theory of elastoplastic deformation are given. The theory of elastoplastic deformation is verified using a wide range of programs of experimental investigation of non-stationary and non-symmetric modes of cyclic loading.

Key words: plasticity, failure, cyclic loading.