

УДК 539.3

## **РАЗВИТИЕ И ВЕРИФИКАЦИЯ МЕТОДА ПРЯМОГО УДАРА ДЛЯ ИДЕНТИФИКАЦИИ ВЯЗКОПЛАСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК МАТЕРИАЛОВ В ЭКСПЕРИМЕНТАХ НА ГАЗОДИНАМИЧЕСКОЙ КОПРОВОЙ УСТАНОВКЕ<sup>\*)</sup>**

**В.Г. Баженов, М.С. Баранова, Е.В. Павленкова**

*НИИМ Нижегородского госуниверситета им Н.И. Лобачевского*

Разработана и теоретически обоснована методика построения динамических диаграмм деформирования методом прямого удара на газодинамической копровой установке. Сближение контактных поверхностей ударника и мерного стержня определяется из уравнения движения ударника как абсолютно жесткого тела под действием импульса напряжений (деформаций), возникающего в мерном стержне. Верификация методики проведена путем восстановления заданной диаграммы деформирования при замене физического эксперимента компьютерным моделированием осесимметричной задачи с учетом волновых процессов в системе ударник–образец–мерный стержень. Показано, что основные ошибки при определении (восстановлении) вязкопластических характеристик материалов определяются точностью экспериментальных измерений. Для материалов с низкой температурой плавления необходимо при больших деформациях учитывать изменение температуры за счет диссипации работы на пластических деформациях.

**Ключевые слова:** компьютерное моделирование, динамические диаграммы деформирования, метод прямого удара, вязкопластические материалы, большие деформации, верификация.

### **Введение**

В настоящее время разработан широкий набор математических моделей нелинейного поведения упруговязкопластических материалов, для применения которых необходимо знать материальные функции и константы. Получить эти данные имеющимися инструментальными средствами путем прямых измерений при больших деформациях достаточно сложно, поскольку в лабораторных образцах возникает неоднородное и неоднородное напряженно-деформированное состояние (НДС), проявляется влияние концентраторов напряжений, краевых эффектов и т.п. Традиционно деформационные и прочностные свойства материалов идентифицируются на основе экспериментально-аналитических подходов, исходя из экспериментальных данных и упрощающих гипотез, накладывающих ограничения на форму образцов и вид

---

<sup>\*)</sup> Выполнено в рамках реализации ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы, гранта Президента РФ для государственной поддержки ведущих научных школ РФ (проект НШ-3367.2008.8), а также при поддержке РФФИ (проекты 08-01-00500-а, 09-08-97034-р\_п\_а).

нагружения. Эти методы позволяют получать характеристики упруговязкопластических материалов лишь при однородном одноосном НДС. В связи с этим целесообразно развитие экспериментально-расчетного подхода, который предполагает проведение совместного анализа результатов эксперимента и полномасштабного (в рамках механики сплошных сред) компьютерного моделирования процессов деформирования образцов. Экспериментально-расчетный подход позволяет существенно расширить возможности экспериментальных методик. Становится возможной идентификация деформационных и прочностных параметров моделей материалов при неоднородном НДС вплоть до разрушения.

Метод прямого удара для исследования упруговязкопластических свойств материалов при сжатии предложен Ф.Е. Хаузером [1] и развит в работах Я.Р. Клепачко [2]. Схема испытаний по методу прямого удара на растяжение с использованием образцов в форме колпачка предложена У.С. Линдхольмом [3].

Копровая установка (рис. 1) содержит элементы: ударник (отмечен цифрой 1), испытуемый образец (2), мерный стержень (3). Напряжения в образце определяются на основании импульса деформации, регистрируемого в мерном стержне. Для вычисления деформаций в образце вводятся предположения о недеформируемости ударника и несжимаемости материала образца – таблетки.

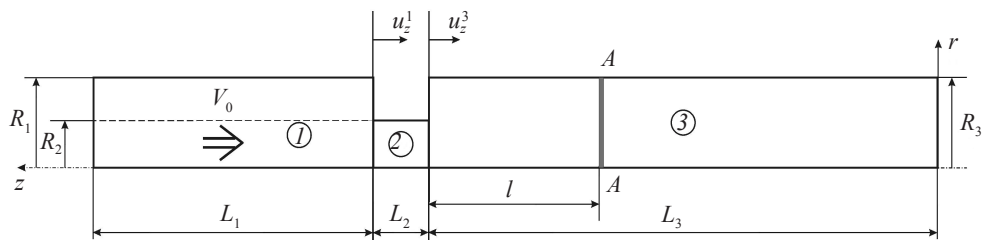


Рис. 1

Традиционно в копровых установках в качестве ударника используется тело с большой массой. Вследствие этого принято считать, что его скорость остается постоянной в течение всего процесса деформирования. Это предположение приводит к значительным погрешностям в определении изменения длины испытуемого образца. Для повышения точности определения перемещений предлагалось использовать [2] дополнительные оптические измерительные инструменты.

Как показал анализ литературы, экспериментальные методики по методу прямого удара разработаны и обоснованы недостаточно. Необходимо их дальнейшее развитие и экспериментальное и теоретическое обоснование с использованием современных компьютерных технологий математического моделирования процессов деформирования.

### 1. Математическое моделирование

Для описания динамического деформирования элементов копровой установки в рамках гипотез механики сплошной среды применяется методика из [4]. Движение среды описывается вариационными уравнениями, следующими из принципа минимума мощности работы в форме Журдена, записанного в цилиндрической системе координат  $r, \beta, z$  ( $Oz$  – ось вращения):

$$\iint_{\Omega} (\sigma_{rr} \delta \dot{e}_{rr} + \sigma_{\beta\beta} \delta \dot{e}_{\beta\beta} + \sigma_{zz} \delta \dot{e}_{zz} + 2\sigma_{rz} \delta \dot{e}_{rz}) r d\Omega +$$

$$\begin{aligned}
& + \iint_{\Omega} (\rho \ddot{u}_r \delta \dot{u}_r + \rho \ddot{u}_z \delta \dot{u}_z) r d\Omega - \int_{G_p} (p_r \delta \dot{u}_r + p_z \delta \dot{u}_z) r dG - \\
& - \int_{G_q} (q_r \delta \dot{u}_r + q_z \delta \dot{u}_z) r dG = 0.
\end{aligned} \tag{1.1}$$

Здесь  $\sigma_{ij}$ ,  $\dot{e}_{ij}$  – компоненты тензора напряжений Коши и скоростей деформаций;  $\dot{u}_\alpha$ ,  $\ddot{u}_\alpha$  – компоненты векторов скорости и ускорения перемещения;  $p_\alpha$ ,  $q_\alpha$  – компоненты поверхностных и контактных нагрузок ( $i, j, \alpha = r, \beta, z$ );  $\rho$  – плотность,  $\Omega$  – область, занимаемая меридиональным сечением сплошной среды;  $G_p$  – часть поверхности, на которой задается априори известная поверхностная нагрузка;  $G_q$  – часть поверхности, на которой задаются контактные давления, определяемые в процессе решения.

Кинематические соотношения формулируются в скоростях и строятся в метрике текущего состояния, что позволяет учитывать большие формоизменения

$$\begin{aligned}
\dot{e}_{rr} &= \dot{u}_{r,r}, \quad \dot{e}_{\beta\beta} = \dot{u}_r r^{-1}, \quad \dot{e}_{zz} = \dot{u}_{z,z}, \\
\dot{e}_{zr} &= \frac{1}{2}(\dot{u}_{z,r} + \dot{u}_{r,z}), \quad \dot{\omega}_{zr} = \frac{1}{2}(\dot{u}_{z,r} - \dot{u}_{r,z}).
\end{aligned} \tag{1.2}$$

Для устранения особенности на оси вращения и повышения точности численного решения уравнений движения вводятся новые функции  $\dot{v}_r = r\dot{u}_r$ ,  $\dot{v}_z = r\dot{u}_z$ . Тогда общее уравнение динамики (1.1) с учетом соотношений (1.2) преобразуется к виду

$$\begin{aligned}
& \iint_{\Omega} \left( \sigma_{rr} \frac{\partial \delta \dot{v}_r}{\partial r} + \sigma_{rz} \frac{\partial \delta \dot{v}_r}{\partial z} - \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\beta\beta}}{r} \delta \dot{v}_r + \rho w_r \delta \dot{v}_r \right) d\Omega - \\
& - \int_G (p_r + q_r) \delta \dot{v}_r dG = 0, \\
& \iint_{\Omega} \left( \sigma_{zz} \frac{\partial \delta \dot{v}_z}{\partial z} + \sigma_{rz} \frac{\partial \delta \dot{v}_z}{\partial r} - \frac{\sigma_{rz}}{r} \delta \dot{v}_z + \rho w_z \delta \dot{v}_z \right) d\Omega - \\
& - \int_G (p_z + q_z) \delta \dot{v}_z dG = 0.
\end{aligned} \tag{1.3}$$

Для описания упругопластических свойств материалов применяется теория течения с нелинейным изотропным упрочнением. Полагается, что скорость деформации  $\dot{e}_{ij}$  можно представить в виде суммы скоростей упругих  $\dot{e}_{ij}^e$  и пластических  $\dot{e}_{ij}^p$  составляющих:

$$\dot{e}_{ij} = \dot{e}_{ij}^e + \dot{e}_{ij}^p. \tag{1.4}$$

Связь между компонентами девиатора скоростей напряжений  $\dot{\sigma}'_{ij} = \dot{\sigma}_{ij} - \delta_{ij} \dot{\sigma}$  и упругими составляющими компонент девиатора скоростей деформаций  $\dot{e}'_{ij} = \dot{e}_{ij} - \delta_{ij} \dot{e} - \dot{e}_{ij}^p$  осуществляется на основе обобщенного закона Гука в метрике текущего состояния

$$D_J \sigma'_{ij} = 2G \dot{e}'_{ij}, \quad D_J \sigma'_{ij} = \dot{\sigma}'_{ij} - \dot{\omega}_{ik} \sigma'_{kj} - \dot{\omega}_{jk} \sigma'_{ik}, \tag{1.5}$$

$$\dot{\omega}_{ij} = \frac{1}{2}(\dot{u}_{i,j} - \dot{u}_{j,i}),$$

где  $D_j$  – производная Яуманна,  $G$  – модуль сдвига;  $\delta_{ij}$  – символ Кронекера.

Связь между скоростями шаровых составляющих напряжений  $\dot{\sigma}$  и деформаций  $\dot{e}$  полагается линейной:

$$\dot{\sigma} = 3K\dot{e}, \quad \dot{\sigma} = \frac{1}{3}\dot{\sigma}_{ii}, \quad \dot{e} = \frac{1}{3}\dot{e}_{ii}, \quad \dot{e}_{ii}^p = 0, \quad (1.6)$$

где  $K$  – модуль объемного сжатия.

Уравнение поверхности текучести, ограничивающей в пространстве девиаторов напряжений область упругих состояний, принимается в форме Мизеса. Скорости пластических составляющих деформации определяются ассоциированным законом течения:

$$\dot{e}_{ij}^p = \dot{\lambda}\sigma'_{ij}, \quad \sigma'_{ij}\sigma'_{ij} = 2/3\sigma_i^2(\kappa), \quad \kappa = \sqrt{2/3} \int_0^t \sqrt{\dot{e}_{ij}^p \dot{e}_{ij}^p} dt, \quad (1.7)$$

здесь  $\kappa$  – параметр Одквиста.

Система уравнений (1.2)–(1.7), дополненная кинематическими граничными и начальными условиями, представляет собой полную формулировку начально-краевой задачи. При численном моделировании расчетная область аппроксимируется лагранжевой сеткой из четырехузловых элементов. Компоненты векторов перемещений, скоростей перемещений и ускорений определяются в узлах сетки, а компоненты тензоров напряжений и деформаций – в центрах элементов. Полная система уравнений при заданных начальных и граничных условиях решается по явной конечно-разностной схеме интегрирования по времени типа «крест» [4].

В вариационном уравнении движения (1.1) компоненты контактного усилия  $q_\alpha$  ( $\alpha = r, z$ ) заранее не известны и определяются в процессе решения задачи. Усилие по нормали к поверхности контакта определяется из условия непроникания. Связь контактирующих под областей полагается односторонней, то есть возможен отрыв поверхностей друг от друга и повторное вступление в контакт.

Описанные численные методики и алгоритмы реализованы в рамках пакета прикладных программ «Динамика-2» [4].

## 2. Одномерная модель волнового процесса в системе ударник–образец–мерный стержень

В эксперименте регистрируется начальная скорость ударника  $V_0$ . Тензометрический датчик, установленный на мерном стержне в сечении  $A-A$  на расстоянии  $l \geq 2R_1$  (см. рис. 1), регистрирует импульс деформации  $e_z^A$  на конце стержня в зависимости от времени с задержкой по времени на  $t^*$  – суммарное время пробега волны сжатия вдоль образца и мерного стержня от места удара до тензометрического датчика. В одномерной модели волнового процесса принимаются следующие предположения: 1) пренебрегается поперечными колебаниями стержней; 2) ударник полагается абсолютно жестким; 3) вследствие малости размеров образца напряженно-деформированное состояние в нем полагается однородным.

Осевая сила  $F_z^A$  в упругом мерном стержне в сечении  $A-A$  определяется законом Гука

$$F_z^A = \pi R_1^2 \sigma_z^A, \quad \sigma_z^A = E e_z^A, \quad (2.1)$$

где  $E$  – модуль Юнга в мерном стержне,  $\sigma_z^A$  – напряжения в мерном стержне в сечении  $A-A$ .

Изменение длины образца  $L_2$  во времени можно оценить, зная перемещения контактных поверхностей ударяющего  $u_z^1$  и мерного  $u_z^3$  стержней

$$L_2 = L_{20} - (u_z^3 - u_z^1), \quad (2.2)$$

где  $L_{20}$  – начальная длина образца.

Перемещение контактной поверхности мерного стержня  $u_z^3$  определяется через упругую деформацию, регистрируемую в мерном стержне  $e_z^A$ :

$$u_z^3 = c \int_0^t e_z^A(t) dt, \quad (2.3)$$

где  $c = \sqrt{E/\rho}$  – скорость упругой волны.

Перемещение контактной поверхности ударника  $u_z^1$  определяется интегрированием уравнения движения с заданными начальными условиями

$$m^1 \ddot{u}_z^1 = F_z^A, \quad \dot{u}_z^1|_{t=0} = V_0, \quad u_z^1|_{t=0} = 0. \quad (2.4)$$

В правой части уравнения движения  $F_z^A$  – осевая сила, регистрируемая в эксперименте в мерном стержне,  $m_1$  – масса ударника.

По известной длине образца определяются условная  $\bar{e}_z$  и истинная  $e_z$  осевая деформация и скорость деформации в образце

$$\bar{e}_z = \frac{L_2 - L_{20}}{L_{20}}, \quad e_z = \ln \frac{L_2}{L_{20}} = \ln(1 + \bar{e}_z), \quad \dot{e}_z = \frac{de_z}{dt}. \quad (2.5)$$

Осевые напряжения в образце вычисляются, исходя из условия несжимаемости с учетом изменения поперечного сечения

$$\sigma_z = \frac{F_z^A(1 - \bar{e}_z)}{S_{20}}, \quad (2.6)$$

где  $S_{20} = \pi R_{20}^2$  и  $R_{20}$  – площадь и радиус недеформированного образца.

Таким образом, проведя обработку экспериментальных данных – зависимости осевых усилий от времени  $F_z^A \sim t$  в мерном стержне, и зная начальную скорость ударника  $V_0$ , можно построить зависимость осевое напряжение–осевая деформация  $\sigma_z \sim e_z$  в образце в экспериментально реализованном диапазоне скоростей деформаций.

### 3. Верификация одномерной модели

Для верификации одномерной модели и оценки погрешности восстановления зависимости осевое напряжение–осевая деформация проведено численное моделирование волнового процесса в системе ударник–образец–мерный стержень в осесимметричной постановке. Геометрические параметры элементов копровой установки: радиус и длина ударника  $R_1 = 3,75 \cdot 10^{-2}$  м и  $L_1 = 0,24$  м, радиус и длина образца  $R_2 = 1,5 \cdot 10^{-2}$  м и  $L_2 = 3 \cdot 10^{-2}$  м, радиус и длина мерного стержня  $R_3 = 3,75 \cdot 10^{-2}$  м и  $L_3 = 1,2$  м. Материал ударника и мерного стержня – сталь 20, механические характе-

ристики:  $K = 1,667 \cdot 10^5$  МПа,  $G = 7,692 \cdot 10^4$  МПа,  $\rho = 7,8 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>. Материал образца – сплав АМг6, механические характеристики:  $K = 5,92 \cdot 10^4$  МПа,  $G = 2,73 \cdot 10^4$  МПа,  $\rho = 2,67 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>, предел текучести  $\sigma_T = 189,2$  МПа, диаграмма деформирования  $\sigma_i/\sigma_T \sim \kappa$  приведена на рис. 2,д (отмечена цифрой 1). Зависимость свойств материала от скорости деформации не учитывалась. Задавалась начальная скорость ударника  $V_0 = 12$  м/с. На рис. 2,а приведены численные зависимости осевой силы от времени  $F_z/F_T \sim t$  ( $F_T = \pi R_{20}^2 \sigma_T$ ). Цифрой 1 отмечен график осевой силы  $F_z^A$  в сечении А–А мерного стержня с учетом запаздывания во времени, эта сила принималась в дальнейшем за «экспериментальную»; 2 – кривая осевой силы на контактной поверхности ударника. На рис. 2,б приведены зависимости осевой скорости ударника от времени  $\dot{u}_z/V_0 \sim t$ : цифрой 1 отмечена кривая, полученная численным интегрированием уравнения движения ударника (2.4), цифрой 2 – кривая скорости контактной поверхности ударника из решения задачи в осесимметричной постановке. На рис. 2,в приведены графики осевых перемещений контактных поверхностей ударника (цифры 1, 2) и мерного стержня (3, 4). Цифрами 1 и 3 отмечены кривые, полученные согласно упрощенной одномерной модели по формулам (2.4) и (2.3) соответственно; цифрами 2 и 4 – результаты расчета в осесимметричной постановке. На рис. 2,г приведены изменения во времени условной (кривая 1) и истинной (кривая 2) деформаций в образце, вычисленных по формулам (2.5). На рис. 2,д цифрой 2 отмечена зависимость осевое напряжение–осевая деформация  $\sigma_i/\sigma_T \sim e_z$ , восстановленная из зависимости осевой силы  $F_z^A$  от времени по методике (2.1)–(2.6), цифрой 3 отмечена ее аппроксимация полиномом 4 степени, цифрой 4 – зависимость скорости деформации  $\dot{e}_z$  от степени деформации, полученная по формуле (2.5).

Верификация одномерной модели проводилась также при скоростях удара  $V_0 = 6$  м/с и  $V_0 = 24$  м/с.

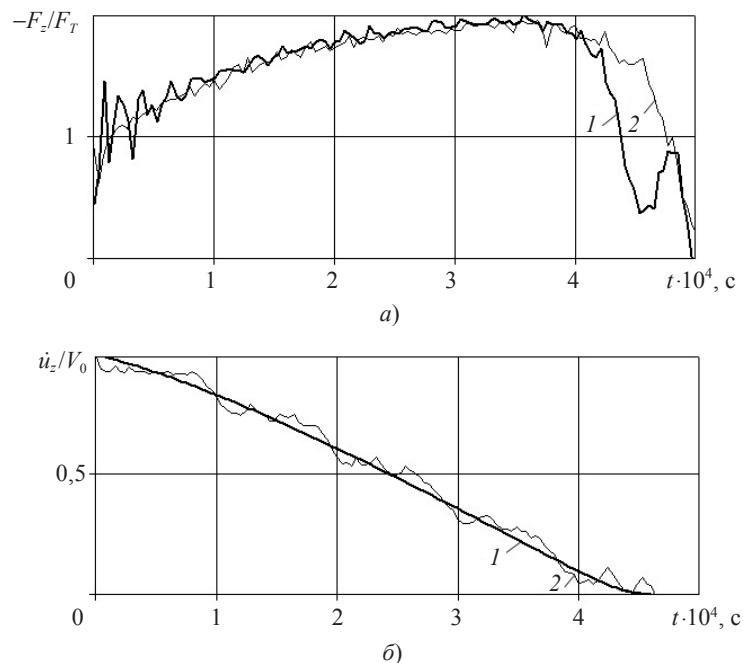


Рис. 2 (а,б)

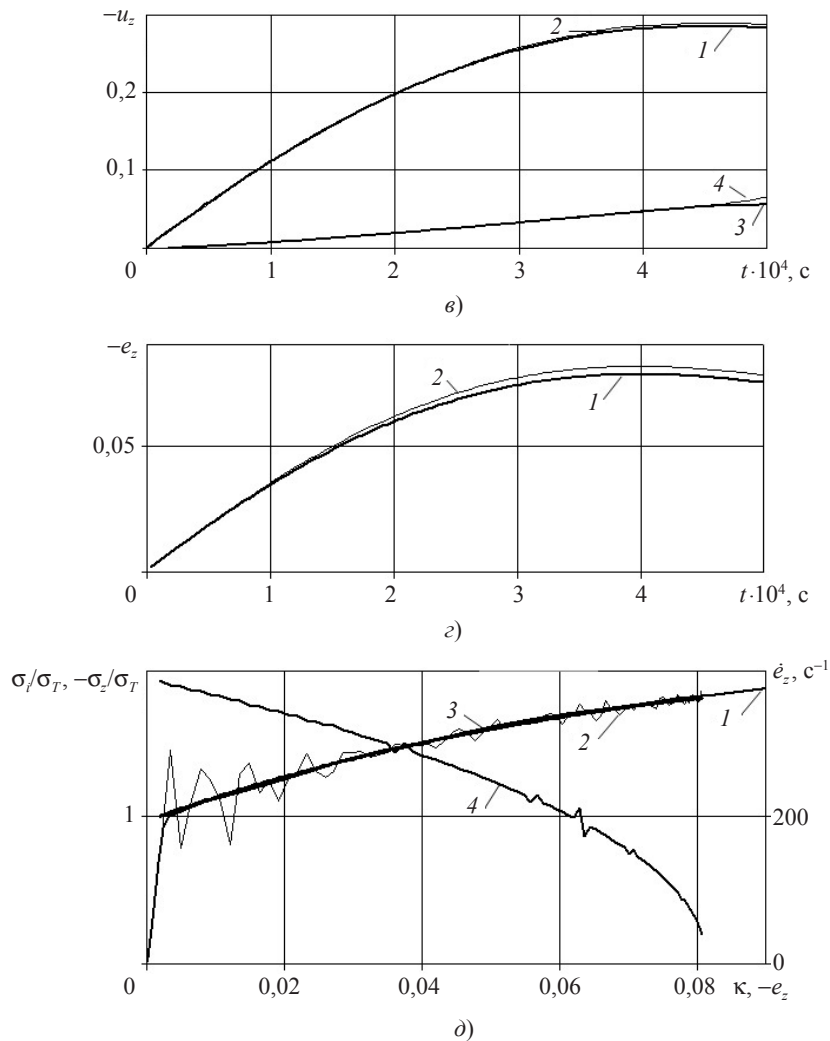


Рис. 2 (a, б, д)

Различия между исходной и полученной по изложенному выше алгоритму диаграммами деформирования не превышает 3%. Большую часть этой ошибки составляет разностная аппроксимация осесимметричной задачи.

#### 4. Восстановление зависимости предела текучести от скорости деформации

Для описания зависимости свойств материала от скорости деформации будем использовать аддитивное выражение

$$\sigma_i(\kappa, \dot{e}_i) = \sigma_i(\kappa) + \sigma_T(k(\dot{e}_i) - 1), \quad (4.1)$$

здесь функция  $k(\dot{e}_i) = \sigma_T(\dot{e}_i)/\sigma_T$  – отношение динамического предела текучести к статическому.

Значения динамического предела текучести при различных скоростях деформации можно получить из каждого эксперимента в реализованном диапазоне изменения скоростей деформаций. Для иллюстрации этой возможности проводилось

численное моделирование волнового процесса в системе ударник–образец–мерный стержень в осесимметричной постановке. Геометрические размеры элементов копровой установки и механические характеристики ударника и мерного стержня такие же, как в предыдущем пункте, материал образца – сплав Д16Т, механические характеристики:  $K = 5,96 \cdot 10^4$  МПа,  $G = 2,75 \cdot 10^4$  МПа,  $\rho = 2,8 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>, предел текучести  $\sigma_T = 290$  МПа, статическая диаграмма деформирования  $\sigma_i/\sigma_T \sim \kappa$  приведена на рис. 3,а (кривая 1), зависимость предела текучести от скорости деформации  $k(\dot{\epsilon}_i)$  приведена на рис. 3,б (сплошная линия) [5]. Расчеты проводились с начальной скоростью ударника  $V_0 = 6; 12$  и  $24$  м/с. По результатам расчетов для каждого значения начальной скорости  $V_0$  определялась зависимость осевой силы  $F_z^A$  от времени в сечении А–А мерного стержня (см. рис. 1). Затем по упрощенной одномерной модели (2.1)–(2.6) определялись зависимости осевого напряжения и скорости деформации от степени деформации. На рис. 3,а приведены зависимости осевых напряжений  $\sigma_z/\sigma_T$  (кривые 2, 3, 4) и скоростей деформации  $\dot{\epsilon}_z$  (5, 6, 7) от степени осевой деформации  $e_z$ , соответствующие начальным скоростям ударника  $V_0 = 6$  м/с (кривые 2, 5);  $12$  м/с (кривые 3, 6) и  $24$  м/с (кривые 4, 7). На рис. 3,б квадратами, точками и треугольниками показаны восстановленные зависимости безразмерного предела текучести от скорости деформации при начальных скоростях ударника  $V_0 = 6; 12$  и  $24$  м/с соответственно. Ошибка восстановления зависимости предела текучести от скорости деформации не превышает 3%.

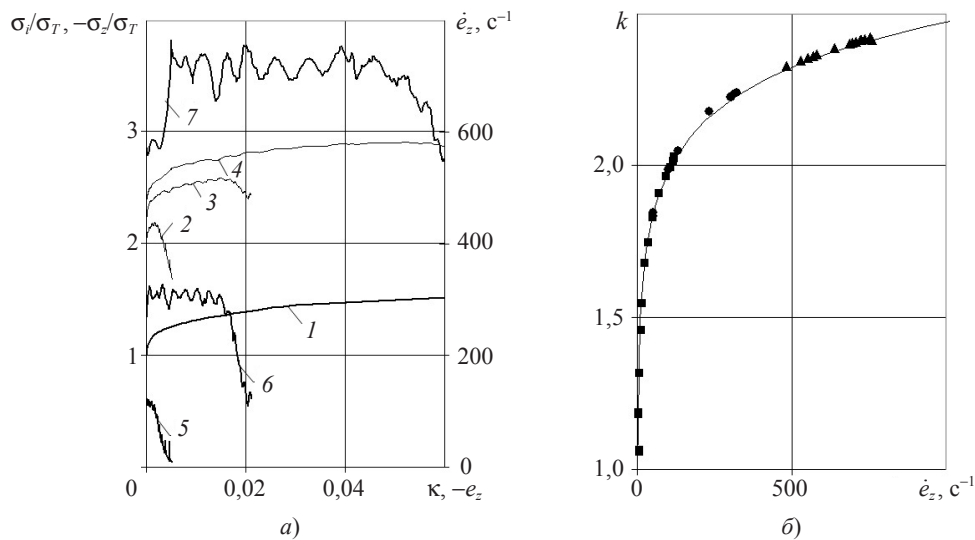


Рис. 3

### Заключение

Данная методика позволяет строить динамические диаграммы деформирования с точностью, которая фактически определяется погрешностями экспериментальных измерений скорости удара и деформаций в мерном стержне. В традиционной схеме испытаний по методу прямого удара стараются достичь постоянной скорости деформации. Вследствие отказа от необходимости выполнения условия «постоянства» скорости деформации в ходе эксперимента предлагаемая методика существенно расширяет возможности экспериментального исследования поведения материалов по методу прямого удара по диапазону скоростей и степени деформаций за счет



возможности десятикратной вариации массы ударника. В предлагаемой методике для того, чтобы построить диаграммы деформирования в широком диапазоне скоростей деформаций, требуется проведение значительного меньшего числа экспериментов при различных скоростях удара.

Для материалов с низкой температурой плавления при больших деформациях необходимо учитывать изменение температуры за счет диссипации работы на пластических деформациях, как это показано в работе [6].

#### *Литература*

1. Hauser, F.E. Strain rate effects in plastic wave propagation / F.E. Hauser, J.A. Simmons, J.E. Dorn. In: Response of Metals to High Velocity Deformation / Eds. P. G. Shewmon, V. F. Zackay. – New York: Interscience, 1961. – P. 93–110.
2. Klepaczko, J.R. Advanced experimental techniques in materials testing / J.R. Klepaczko. In: New Experimental Methods in Material Dynamics and Impact, Trends in Mechanics in Materials / Eds. W.K. Novacki, J.R. Klepaczko / Warsaw, 2001. – P. 223–266.
3. Lindholm, U.S. High strain-rate testing: tension and compression / U.S. Lindholm, L.M. Yeakley // Exp. Mech. – 1968. – Vol. 8, N 1. – P. 1–9.
4. Пакет программ «Динамика-2» для решения плоских и осесимметричных нелинейных задач нестационарного взаимодействия конструкций со сжимаемыми средами / В.Г. Баженов [и др.] // Мат. моделирование. – 2000. – Т. 12, № 6. – С. 67–72.
5. Ломунов, А.К. Высокоскоростная деформация материалов различной физической природы: Автореф. дис ... д.ф.-м.н.: 01.02.04 / Ломунов Андрей Кириллович. – Н.Новгород, 2008. – 36 с.
6. Thermomechanical characterization of pure polycrystalline tantalum / D. Rittel [et al.] // Materials Science and Engineering. – 2007. – Т. A 477. – P. 65–70.

[26.10.2009]

### **DEVELOPMENT AND VERIFICATION OF THE DIRECT IMPACT METHOD FOR IDENTIFYING VISCOPLASTIC PROPERTIES OF MATERIALS IN EXPERIMENTS ON A GAS DYNAMIC VERTICAL TEST STAND**

**V.G. Bazhenov, M.S. Baranova, E.V. Pavlenkova**

A methodology for constructing of dynamic deformation diagrams with the direct impact method on a gas dynamic vertical test machine is developed and theoretically verified. The approach of the contact surfaces of the striker and the measuring rod is determined from the equation of motion of the striker as an absolutely rigid body due to the effect of the stress (strain) pulse arising in the measuring rod. The methodology is verified by reconstructing the given deformation diagram when using computer modeling of an axisymmetric problem accounting for the wave processes in the striker–specimen–measuring rod, instead of a physical experiment. The main errors in determining (reconstructing) viscoplastic properties of materials are shown to be determined by the accuracy of experimental measurements. For materials with low temperature of melting, it is necessary, for large deformations, to account for the temperature change due to the dissipation of work for plastic deformations.

**Key words:** computer modeling, dynamic deformation diagrams, direct impact method, viscoplastic materials, large deformations, verification.