УДК 539.3

РАСЧЕТ ДОЛГОВЕЧНОСТИ УПРУГОЙ ТРУБЫ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ПРОДОЛЬНОЙ СИЛЫ, ДАВЛЕНИЯ И ОСЕСИММЕТРИЧНОГО НАГРЕВА В УСЛОВИЯХ РАВНОМЕРНОЙ КОРРОЗИИ*)

Ю.Г. Пронина

Санкт-Петербургский госуниверситет

Рассматривается равномерная поверхностная механохимическая коррозия линейно упругой толстостенной трубы, подверженной действию продольной силы и давления агрессивных сред с различными температурами. Предполагается, что скорость коррозии линейно зависит от максимального главного напряжения и экспоненциально – от времени и температуры. Исследованы случаи, когда максимальными являются или продольные, или окружные напряжения. В каждой ситуации задача сведена к решению обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка относительно выбранного характерного размера трубы. Построены аналитические решения основных уравнений. Предложен алгоритм прогнозирования срока службы трубы с помощью функций оценки запаса ее долговечности по различным критериям.

Ключевые слова: агрессивная среда, коррозия, упругая труба, сосуды давления, температурные напряжения, долговечность.

1. Введение

Влияние механических напряжений на скорость коррозии было обнаружено на рубеже XIX–XX вв. В отечественной литературе, по всей видимости, впервые оно было учтено в статье [1] при расчете долговечности тонкостенной трубы. Авторами [2] рассмотрено равномерное растворение трубы под действием продольной силы и давления при экспоненциальной зависимости скорости коррозии от уровня среднего напряжения. Согласно [3, 4], многие опытные данные указывают на линейную зависимость скорости равномерной коррозии от напряжений, которая и принята далее. В книге [3] построена модель коррозионного износа толстостенной трубы под давлением с учетом физической нелинейности и неравномерного по толщине нагрева. Аналитическое решение этой задачи в рамках линейной теории упругости приведено в [5]. В публикации [6] исследована механохимическая коррозия толстостенной трубы под действием продольной силы при осесимметричном распределении температуры. В работе [7] представлены аналитические решения этих задач без учета температурных напряжений. В настоящей статье изучена равномерная механохимическая коррозия полого цилиндра при совместном действии давления, осевой нагрузки и температуры.

*) Выполнено при поддержке РФФИ (проект 08-01-00394-а).

2. Постановка задачи

Рассматривается толстостенная труба, находящаяся под действием продольной силы Q, а также внутреннего p_r и внешнего p_R давления коррозионных сред с температурами T_r и T_R соответственно. Внутренний и внешний радиусы трубы в начальный момент времени $t=0$ обозначим соответственно через r_0 и R_0. Под влиянием агрессивных сред материал цилиндра корродирует равномерно по обеим поверхностям со скоростями v_r с внутренней стороны и v_R с наружной [4]:

$$v_r = \frac{dr}{dt} = [a_r + m_r\sigma_1(r)]\exp(-bt)\exp(\beta_r[T_r - T_r^o]), \quad |\sigma_1(r)| \geq |\sigma_r^{th}|, \tag{1}$$

$$v_R = -\frac{dR}{dt} = [a_R + m_R\sigma_1(R)]\exp(-bt)\exp(\beta_R[T_R - T_R^o]), \quad |\sigma_1(R)| \geq |\sigma_R^{th}|. \tag{2}$$

Здесь $b, a_r, a_R, m_r, m_R, \beta_r, \beta_R, T_r^o, T_R^o$ – константы, определяемые опытным путем, причем $a_r = v_r^0 - m_r\sigma_r^{th}, a_R = v_R^0 - m_R\sigma_R^{th}$; $\sigma_r^{th}, \sigma_R^{th}$ – пороговые напряжения (различные для сжимающих и растягивающих усилий); v_r^0, v_R^0 – скорости коррозии при $|\sigma_1(r)| < |\sigma_r^{th}|, |\sigma_1(R)| < |\sigma_R^{th}|$; σ_1 – максимальное нормальное напряжение. Требуется проследить за изменением напряжений и размеров цилиндра с течением времени, а также оценить его долговечность.

3. Основные уравнения

Решение задачи о толстостенной трубе под действием давления принадлежит Ламе. Формулы для температурных напряжений в длинном полом цилиндре в установившемся тепловом осесимметричном потоке выведены Лоренцем. Полные напряжения определяются суммой напряжений, обусловленных действием температуры, давления и продольной силы:

$$\sigma_{\theta\theta}(\rho) = \frac{(p_r + T_\sigma/2)r^2 - p_R R^2}{R^2 - r^2} + \frac{p_r - p_R + T_\sigma/2}{R^2 - r^2}\frac{r^2R^2}{\rho^2} + T_\sigma\frac{\ln(R/\rho) - 1}{2\ln(R/r)}, \tag{3}$$

$$\sigma_{\rho\rho}(\rho) = \frac{(p_r + T_\sigma/2)r^2 - p_R R^2}{R^2 - r^2} - \frac{p_r - p_R + T_\sigma/2}{R^2 - r^2}\frac{r^2R^2}{\rho^2} + T_\sigma\frac{\ln(R/\rho)}{2\ln(R/r)},$$

$$\sigma_{zz}(\rho) = \frac{p_r r^2 + (T_\sigma - p_R)R^2 + Q/\pi}{R^2 - r^2} - T_\sigma\frac{1 + 2\ln(\rho/r)}{2\ln(R/r)}, \tag{4}$$

где $T_\sigma = \alpha E(T_R - T_r)/(1-\nu)$, (ρ, θ, z) – цилиндрические координаты, α – коэффициент теплового расширения, E – модуль Юнга, ν – коэффициент Пуассона материала трубы. Формула (4) справедлива для замкнутой трубы с учетом давления на ее днища (помимо действия осевой силы Q). Если труба не имеет заглушек, то в (4) следует положить $p_r = p_R = 0$. Краевой эффект не учитывается.

При $T_r = T_R$, $Q = 0$, когда $r = 0$, $p_r = 0$, $p_R = p$ или $p_r = p_R = p$, в цилиндре реализуется однородное напряженное состояние $\sigma_{\theta\theta} = \sigma_{\rho\rho} = -p$, на которое поверхностная коррозия не оказывает влияния вплоть до потери несущей способности тела. Исследуем другие ситуации.

Если напряжения не влияют на скорость коррозии (это возможно, когда они по абсолютной величине меньше пороговых значений), то они вычисляются по формулам (3)–(4) при заданном эмпирическом законе изменения радиусов $r(t)$, $R(t)$. Пусть теперь в начальный момент времени $|\sigma_1(r)| \geq |\sigma_r^{th}|$ и $|\sigma_1(R)| \geq |\sigma_R^{th}|$. В зависимости от физических параметров задачи максимальным нормальным напряжением является напряжение $\sigma_{\theta\theta}$ или σ_{zz}. Ситуация $\sigma_1 = \sigma_{zz}$ осуществляется при $Q \geq$ $\geq \max\{0, \pi(p_r - p_R)R^2\}$ или $Q \leq \pi(p_r - p_R)R^2 \leq 0$ для трубы с заглушками под действием давления, а также при $Q \geq \max\{0, \pi(p_r r^2 + (p_r - 2p_R)R^2)\}$ или $Q \leq$ $Q \leq \pi(p_r r^2 + (p_r - 2p_R)R^2) \leq 0$ при отсутствии давления на днища. В остальных случаях $\sigma_1 = \sigma_{\theta\theta}$.

Из формул (1) и (2) с учетом (3), (4) находим соотношение

$$RM_r + rM_R = M_R\left(r_0 + \frac{B_r}{-b}[\exp(-bt) - 1]\right) + M_r\left(R_0 - \frac{B_R}{-b}[\exp(-bt) - 1]\right), \quad (5)$$

где

$$B_r = a_r \exp(\beta_r[T_r - T_r^o]),\ M_r = m_r \exp(\beta_r[T_r - T_r^o]),\ M_R = m_R \exp(\beta_R[T_R - T_R^o]),$$

$$B_R = (a_R - m_R[p_r - p_R + T_\sigma])\exp(\beta_R[T_R - T_R^o]) \text{ при } \sigma_1 = \sigma_{\theta\theta},$$

$$B_R = (a_R - m_R T_\sigma)\exp(\beta_R[T_R - T_R^o]) \text{ при } \sigma_1 = \sigma_{zz}.$$

В случае, когда $\sigma_1 = \sigma_{\theta\theta}$, максимальное напряжение $\sigma_{\theta\theta}(r)$ выражается через отношение $\eta = R/r$. Дифференцируя это отношение по времени и внося в него зависимости (1), (2), (3) и (5), приходим к следующему уравнению:

$$\frac{d\eta}{dt} = -\frac{M_R + M_r\eta}{\exp(bt)} \times$$

$$\times \frac{B_R + B_r\eta + (M_R + M_r\eta)\{[(p_r - 2p_R + T_\sigma)\eta^2 + p_r]/(\eta^2 - 1) - T_\sigma/(2\ln\eta)\}}{M_R(r_0 + B_r[\exp(-bt) - 1]/(-b)) + M_r(R_0 - B_R[\exp(-bt) - 1]/(-b))}. \quad (6)$$

Если $\sigma_1 = \sigma_{zz}$, можно вывести дифференциальные уравнения для скорости изменения внутреннего или внешнего радиуса трубы. Подставляя, например, в (1) соотношения (4) и (5), после определенных преобразований получаем

$$\frac{dr}{dt} = \frac{B_r + M_r(T_\sigma - p_R)}{\exp(bt)} +$$

$$+ \frac{M_r \exp(-bt)[(T_\sigma - p_R + p_r)r^2 + Q/\pi]}{\left[(M_R/M_r)(r_0 + B_r[\exp(-bt) - 1]/(-b) - r) + R_0 - B_R[\exp(-bt) - 1]/(-b)\right]^2 - r^2} -$$

$$- \frac{M_r \exp(-bt) T_\sigma}{\ln[(M_R/M_r)\cdot(r_0 + B_r[\exp(-bt) - 1]/(-b) - r) + R_0 - B_R[\exp(-bt) - 1]/(-b)]^2 - \ln r^2}.$$

(7)

Внося (4) и (5) в равенство (2), можно получить

$$\frac{dR}{dt} = -\frac{B_R - M_R p_r}{\exp(bt)} -$$

$$- \frac{M_R \exp(-bt)[(T_\sigma - p_R + p_r)R^2 + Q/\pi]}{R^2 - \left[r_0 + B_r[\exp(-bt) - 1]/(-b) + (M_r/M_R)(R_0 - B_R[\exp(-bt) - 1]/(-b) - R)\right]^2} +$$

$$+ \frac{M_R \exp(-bt) T_\sigma}{\ln R^2 - \ln\left[r_0 + B_r[\exp(-bt) - 1]/(-b) + (M_r/M_R)\left(R_0 - B_R[\exp(-bt) - 1]/(-b) - R\right)\right]^2}.$$

(8)

Необязательно интегрировать оба уравнения (7) и (8). Достаточно решить одно из них, а другой радиус вычислить с помощью соотношения (5).

4. Решение основных уравнений

В случае, когда $\sigma_1 = \sigma_{\theta\theta}$, необходимо построить решение уравнения (6):

$$t = -\frac{1}{b}\ln\left\{1 - b\frac{M_R r_0 + M_r R_0}{M_R B_r - M_r B_R}\left(\exp[(M_R B_r - M_r B_R)F(\eta)] - 1\right)\right\}, \quad (9)$$

где

$$F(\eta) = \int_{\eta}^{\eta_0} \frac{(\eta^2 - 1)\ln\eta^2}{M_R + M_r\eta} \times$$

$$\times \frac{d\eta}{[B_R + B_r\eta](\eta^2 - 1)\ln\eta^2 + [M_R + M_r\eta]\{[(p_r - 2p_R + T_\sigma)\eta^2 + p_r]\ln\eta^2 - T_\sigma(\eta^2 - 1)\}},$$

$$\eta_0 = R_0 / r_0.$$

При односторонней коррозии решение уравнения (6) выглядит следующим образом:

$$t = -\frac{1}{b}\ln\{1 - bF\}, \text{ если } b \neq 0, \quad t = F, \text{ если } b = 0, \quad (10)$$

где при $M_r = 0$, $B_r = 0$ (коррозия с внешней стороны)

$$F = r_0 \int_{\eta}^{\eta_0} \frac{(\eta^2 - 1)\ln\eta^2 d\eta}{\ln\eta^2\{[M_R(p_r - 2p_R + T_\sigma) + B_R]\eta^2 + M_R p_r - B_R\} - M_R T_\sigma(\eta^2 - 1)},$$

при $M_R = 0$, $B_R = 0$ (коррозия с внутренней стороны)

$$F = R_0 \int_{\eta}^{\eta_0} \frac{(\eta^2 - 1)\ln\eta^2 d\eta}{\eta^2[\ln\eta^2\{[M_r(p_r - 2p_R + T_\sigma) + B_r]\eta^2 + M_r p_r - B_r\} - M_r T_\sigma(\eta^2 - 1)]}.$$

В работе [5] рассмотрены некоторые частные случаи и исследовано влияние физических параметров на поля напряжений в данной ситуации. (В формулах статьи [5], соответствующих решениям (9) и (10), допущена пара опечаток.)

Перейдем к случаю $\sigma_1 = \sigma_{zz}$. Исследование данной задачи при $p_r = p_R = 0$ (или для трубы без заглушек при достаточно большой величине Q) представлено в [6]. В общем случае решение уравнения (7) или (8) строится численно. При односторонней коррозии решения имеют вид (10), где при $M_r = 0$, $B_r = 0$

$$F = \int_{R}^{R_0} \frac{2(R^2 - r_0^2)\ln(R/r_0)\,dR}{\ln(R/r_0)^2\{[M_R(T_\sigma - p_R) + B_R]R^2 + [M_R p_r - B_R]r_0^2 + M_R Q/\pi\} - M_R T_\sigma(R^2 - r_0^2)},$$

при $M_R = 0$, $B_R = 0$

$$F = \int_{r_0}^{r} \frac{2(R_0^2 - r^2)\ln(R_0/r)\,dr}{\ln(R_0/r)^2\{[M_r p_r - B_r]r^2 + [M_r(T_\sigma - p_R) + B_r]R_0^2 + M_r Q/\pi\} - M_r T_\sigma(R_0^2 - r^2)}.$$

Интегральные кривые выведенных дифференциальных уравнений (совместно с выражениями (5)) устанавливают взаимнооднозначное соответствие между каждым моментом времени t и размерами поперечного сечения трубы. Зная $r(t)$, $R(t)$

или $\eta(t)$, по известным формулам несложно рассчитать поля напряжений и температур в любой момент времени вплоть до исчерпания несущей способности тела.

5. Оценка долговечности

Выход из строя элемента конструкции может быть вызван различными факторами. Для определения причин и момента разрушения целесообразно ввести скалярные функции оценки состояния детали по различным критериям, являющиеся аналогами меры поврежденности, предложенной Качановым и Работновым. Будем считать, что эти функции Π изменяются в пределах от нуля (в неповрежденном материале) до единицы (в момент разрушения). При невозможности разрушения по конкретному критерию допустимо полагать $\Pi < 0$. Функцию оценки запаса прочности при простом нагружении можно записать, используя, например, критерий максимального нормального напряжения, в виде $\Pi_s = \sigma_1(t)/\sigma_s(t)$, где σ_s – предел прочности материала, который под воздействием агрессивной среды меняется со временем. Рассчитывая длительную прочность детали, необходимо принимать во внимание возможность одновременного протекания нескольких процессов разрушения. Так, при циклическом нагружении общую поврежденность целесообразно представить в виде суммы $\Pi_s = \sigma_1(n,t)/\sigma_s + \sum_{k=1}^{n} N_k \big/ N_{sk}$ повреждений, которые возникают в результате мгновенного нагружения (первое слагаемое) и циклического деформирования (второе слагаемое, представленное в виде формулы Майнера, где N_k – отработанное число циклов, N_{sk} – общее число циклов до разрушения на k-й ступени нагружения). Однако принцип простого суммирования повреждений допустимо использовать лишь как приближение к действительности, так как необходимо учитывать еще и взаимодействие различных механизмов разрушения. На основании гипотезы нелинейного суммирования повреждений в работе [8] получено удобное соотношение для определения долговечности образца в зависимости от условий нагружения и воздействия агрессивной среды. По данным [9] процесс развития поврежденности в определенном смысле универсален и практически не зависит от вида нагружения (например, при мало- и многоцикловой усталости, развитом пластическом течении с аналогичными термомеханическими характеристиками). Поэтому авторами [9] развиваются общие модели накопления повреждений, которые полезно использовать при прогнозировании срока безопасной эксплуатации элементов конструкций.

Для оценки запаса устойчивости трубы (если $Q < 0$ или $p_R > p_r$), согласно [10], правомерно использовать параметр $\Pi_{cr}(t) = \sigma_{zz}(t)/\sigma_{zz}^{cr}(t) + \sigma_{\theta\theta}(t)/\sigma_{\theta\theta}^{cr}(t) \le 1$, где $\sigma_{zz}^{cr}(t), \sigma_{\theta\theta}^{cr}(t)$ – критические напряжения при раздельном действии продольной силы и давления. Для комплексного исследования долговечности необходимо также ввести функции, учитывающие влияние закрепления труб, прочность сварных швов, стыков и пр., что изучается многими авторами (см., например, [11]). Кроме того, разрушение может произойти в результате случайных обстоятельств, поэтому к функциям оценки долговечности следует присоединить вероятность $\Pi_p = P(t \,\|\, x_1,\ldots x_n)$ аварийного исхода при различных условиях эксплуатации. Указанная вероятность, конечно, зависит от других функций состояния. В итоге необходимо построить графики всех выбранных функций. Та из них, которая первой достигает значения, равного единице, указывает наиболее вероятные момент и причину разрушения.

В заключение приведем *алгоритм оценки* долговечности трубы при $\sigma_1 = \sigma_{\theta\theta} > > \sigma^{th}$.

1. Задание массива точек η на отрезке $[1, \eta_0]$.

2. Определение по формуле (9) или (10) для каждого η соответствующего значения времени t.

3. Вычисление с использованием соотношения (5) значений $r(t)$ и $R(t)$, соответствующих каждой паре (t, η).

4. Расчет по формулам (3)–(4) компонент напряжений, соответствующих каждой паре (t, η) и $r(t)$, $R(t)$.

5. Построение необходимых в рассматриваемой ситуации функций состояния $\Pi_i < 1$ с помощью найденных в каждый момент времени напряжений и размеров трубы.

6. Сравнение графиков функций состояния и определение наиболее вероятных причины и времени разрушения $t^* = \min_i \{t_i^* : \Pi_i(t_i^*) = 1\}$.

Литература

1. *Долинский, В.М.* Расчет нагруженных труб, подверженных коррозии / В.М. Долинский // Химическое и нефтяное машиностроение. – 1967. – №2. – С. 9–10.

2. Прочность газопромысловых труб в условиях коррозионного износа / Э.М. Гутман [и др.]. – М.: Недра, 1984. – 76 с.

3. *Наумова, Г.А.* Расчеты на прочность сложных стержневых систем и трубопроводных конструкций с учетом коррозионных повреждений / Г.А. Наумова, И.Г. Овчинников. – Саратов: Изд-во Сарат. гос. техн. ун-та, 2000. – 222 с.

4. *Павлов, П.А.* Прочность сталей в коррозионных средах / П.А. Павлов, Б.А. Кадырбеков, В.А. Колесников. – Алма-Ата: Наука, 1987. – 272 с.

5. *Пронина, Ю.Г.* Механохимическая коррозия длинной упругой трубы под давлением в установившемся тепловом потоке (осесимметричная задача) / Ю.Г. Пронина // Физика прочности и пластичности материалов: Труды XVI Междунар. конф., Самара, 26–29 июня 2006. – Самара, 2006. – Т. II. – С. 72–77.

6. *Пронина, Ю.Г.* Влияние температуры на долговечность упругого полого цилиндра под действием продольной силы при механохимической коррозии / Ю.Г. Пронина, Т.С. Чикова // Вестн. Гродн. гос. ун-та. Сер. 2. – 2007. – №4 (61). – С. 72–79.

7. *Пронина, Ю.Г.* Оценка долговечности упругой трубы под действием продольной силы и давления в условиях равномерной поверхностной коррозии / Ю.Г. Пронина // Деформация и разрушение материалов. – 2009. – №2. – С. 41–44.

8. *Алымов, В.Т.* К вопросу о создании инженерных моделей накопления повреждений в условиях воздействия агрессивной среды / В.Т. Алымов, Г.В. Шашурин, М.М. Хрущов // Актуальные проблемы прочности: Матер. XLVII Междунар. конф., Н. Новгород, 1–5 июля 2008. – Н. Новгород, 2008. – Ч. 1. – С. 347–348.

9. *Колмогоров, В.Л.* Феноменологическая модель накопления повреждений и разрушения при различных условиях нагружения / В.Л. Колмогоров, Б.А. Мигачев, В.Г. Бурдуковский. – Екатеринбург: УрО РАН, 1994. – 104 с.

10. *Вольмир, А.С.* Устойчивость упругих систем / А.С. Вольмир. – М.: Физматгиз, 1963. – 880 с.

11. *Пахомов, В.А.* Оценка ресурса трубопроводов ЯЭУ при ограничении перемещений в опорах с использованием критериев малоцикловой усталости / В.А. Пахомов, О.В. Сарапов // Проблемы прочности и пластичности: Межвуз. сб. / Нижегород. ун-т. – 2005. – Вып. 67. – С. 37–45.

[4.06.2009]

THE ANALYSIS OF THE SERVICE LIFE OF AN ELASTIC PIPE LOADED BY A LONGITUDINAL FORCE, PRESSURE AND AXISYMMETRIC HEATING IN THE CONDITIONS OF UNIFORM CORROSION

Yu.G. Pronina

The uniform surface mechanical-chemical corrosion of a linear-elastic thick-walled pipe loaded by a longitudinal force and the pressure of aggressive media of various temperatures is analyzed. The corrosion rate is assumed to depend linearly on the maximum principal stress and exponentially on the time and temperature. The cases when maximum stresses may bi either longitudinal or circumferential are investigated. In each situation the problem is reduced to solving a first-order ordinary differential equation for the given characteristic size of the pipe. Analytical solutions (in quadratures) of the main equations are constructed. An algorithm for predicting the service life of pipes using the functions of their assessed longevity according to various criteria is introduced.

Key words: aggressive medium, corrosion, elastic pipe, pressure vessels, temperature stresses, service life.