

УДК 539.3

## МОДЕЛИРОВАНИЕ СТАТИЧЕСКИХ И ДИНАМИЧЕСКИХ ДЕФОРМАЦИЙ ТРУБОПРОВОДНЫХ СИСТЕМ НА ОПОРАХ С НЕЛИНЕЙНЫМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ<sup>\*)</sup>

**И.В. Бурмистров<sup>1</sup>, А.В. Козин<sup>1</sup>, В.Ф. Овчинников<sup>2</sup>,  
В.А. Панов<sup>1</sup>, Л.В. Смирнов<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>ОАО «ОКБМ Африкантов», Нижний Новгород,

<sup>2</sup>НИИМ Нижегородского госуниверситета им. Н.И. Лобачевского

Представлена методика решения задач статического и динамического деформирования трубопроводных систем на опорах с нелинейными характеристиками. Решение задач ищется в виде разложения по формам статических деформаций и формам собственных колебаний. Коэффициенты разложения играют роль обобщенных координат, для которых с использованием уравнений Лагранжа второго рода получена система нелинейных дифференциальных уравнений. В качестве иллюстрации приведены результаты решения задачи статического деформирования трубопровода на опорах скольжения с трением и задачи динамики вертикальной консольной трубы при наличии опоры с кольцевым зазором.

**Ключевые слова:** трубопровод, нелинейные опоры, трение, зазоры, деформации, статика, динамика, моделирование, примеры расчета.

Анализ поведения трубопроводных систем при внешних статических и динамических воздействиях является одной из важнейших задач проектирования и эксплуатации многих конструкций. От точности ее решения в значительной степени зависят технические характеристики, надежность и безопасность содержащих трубопроводы объектов. Существующие математические модели и программные средства могут достаточно надежно предсказать поведение трубопроводных систем для случая, когда силы реакции опор являются линейными функциями смещений. Однако для некоторых типов опор (односторонних опор, опор с зазорами, опор скольжения с трением и т. д.) использование линейных моделей может привести к количественным ошибкам, при этом многие существенные особенности процесса вообще не могут быть обнаружены и проанализированы.

В настоящей работе представлена реализованная в программе RANT-1 методика решения задач статического и динамического деформирования трубопроводных систем при наличии опор с нелинейными характеристиками (далее – «нелинейных» опор). Программа RANT-1 является развитием программы RANT, которая предназначена для решения задач статической прочности, сейсмостойкости и вибропрочности

---

<sup>\*)</sup> Выполнено в рамках реализации ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы.

трубопроводных систем широкого назначения. Эта программа верифицирована, аттестована в ГАН (Госатомнадзор) России [1], используется для обоснования прочности трубопроводов энергетических объектов.

При моделировании трубопроводную систему можно представить состоящей из отдельных участков, в пределах которых параметры трубы являются постоянными. Для описания напряженно-деформированного состояния (НДС) трубы в пределах участка используются уравнения малых деформаций [2], которые с учетом основных слагаемых могут быть записаны в виде

$$\begin{aligned}\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial s} &= m \frac{\partial^2 \mathbf{U}}{\partial t^2} - \mathbf{q}(s, t), & \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial s} &= [\mathbf{Q} \times \boldsymbol{\tau}], \\ \frac{\partial \boldsymbol{\Theta}}{\partial s} &= \frac{1}{EI} [\mathbf{M} + \nu \boldsymbol{\tau}(\mathbf{M} \boldsymbol{\tau})], \\ \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial s} &= [\boldsymbol{\Theta} \times \boldsymbol{\tau}] + \frac{1}{GFk'} \mathbf{Q} + \left( \frac{1}{EF} - \frac{1}{GFk'} \right) \boldsymbol{\tau}(\mathbf{Q} \boldsymbol{\tau}) + \boldsymbol{\varepsilon}(s, t) \boldsymbol{\tau}.\end{aligned}\quad (1)$$

Здесь  $\mathbf{Q}(s, t)$ ,  $\mathbf{M}(s, t)$  – вектора внутренних сил и моментов, возникающие в нормальном сечении трубы;  $\boldsymbol{\Theta}(s, t)$ ,  $\mathbf{U}(s, t)$  – соответственно вектор поворота нормального сечения и вектор линейных перемещений оси трубы;  $\boldsymbol{\tau}(s)$  – вектор касательной к оси трубы;  $s$  – пространственная координата (длина дуги оси);  $t$  – время;  $m$  – погонная масса трубы;  $E$ ,  $G$ ,  $\nu$  – модуль упругости, модуль сдвига, коэффициент Пуассона материала трубы;  $F$ ,  $I$  – площадь и момент инерции сечения трубы;  $k'$  – коэффициент, учитывающий эффект неравномерности распределения касательных напряжений по сечению;  $\mathbf{q}(s, t)$  – распределенная внешняя сила;  $\boldsymbol{\varepsilon}(s, t)$  – продольные деформации оси трубы, обусловленные изменением температуры трубы и пульсациями внутреннего давления.

Участки трубы при помощи узлов соединения и сечений расположения промежуточных опор объединены в единую трубопроводную систему. Элементы соединения предполагаются сосредоточенными, поскольку их линейные размеры, как правило, существенно меньше длин участков. Можно выделить три типа элементов соединения участков: жесткое соединение, упругое соединение, промежуточная опора.

В узле жесткого соединения, объединяющем  $P$  участков ( $P \geq 2$ ), выполняются условия неразрывности для угловых и линейных перемещений:

$$\boldsymbol{\Theta}^1 = \boldsymbol{\Theta}^2 = \dots = \boldsymbol{\Theta}^P, \quad \mathbf{U}^1 = \mathbf{U}^2 = \dots = \mathbf{U}^P, \quad (2)$$

а также условия равновесия для сил и моментов:

$$\sum_{i=1}^P d_i \mathbf{Q}^i = 0, \quad \sum_{i=1}^P d_i \mathbf{M}^i = 0. \quad (3)$$

Здесь  $d_i = 1$ , если  $i$ -е сечение трубы соответствует началу, и  $d_i = -1$ , если это сечение соответствует концу участка.

В узле упругого соединения двух участков выполняются условия неразрывности для внутренних сил и моментов:

$$\mathbf{Q}^1 = \mathbf{Q}^2, \quad \mathbf{M}^1 = \mathbf{M}^2. \quad (4)$$

Возникающие в сечении внутренние силы и моменты определяются жесткостными характеристиками упругого соединения и векторами взаимных линейных и угловых

перемещений соединяемых сечений участков:

$$\mathbf{Q}^1 = \mathbf{Q}^2 = \mathbf{R}_i(\mathbf{U}^2 - \mathbf{U}^1), \quad \mathbf{M}^1 = \mathbf{M}^2 = \mathbf{D}_i(\Theta^2 - \Theta^1). \quad (5)$$

Вектора  $\mathbf{R}_i$ ,  $\mathbf{D}_i$  характеризуют силовую и моментную реакции упругого соединения, они являются линейными однородными функциями своих аргументов.

Промежуточная опора в общем случае моделируется двумя последовательно соединенными элементами; один из них является линейно-упругой опорой, деформации которой характеризуются вектором перемещений  $\Delta\mathbf{U}_1$ , а второй – «нелинейной» опорой, сила реакции которой определяется вектором перемещений  $\mathbf{b}$ . В месте расположения опоры номер  $j$  для материала трубопровода выполнены условия неразрывности

$$\Theta^1 = \Theta^2, \quad \mathbf{U}^1 = \mathbf{U}^2, \quad (6)$$

а для внутренних усилий – условия равновесия

$$d_1\mathbf{Q}^1 + d_2\mathbf{Q}^2 = \mathbf{R}_j(\Delta\mathbf{U}_1) = \mathbf{R}_j^*(\mathbf{b}_j, \dot{\mathbf{b}}_j), \quad d_1\mathbf{M}^1 + d_2\mathbf{M}^2 = \mathbf{D}_j(\Theta^j). \quad (7)$$

Вектор линейных перемещений трубы относительно основания определяется суммой  $\Delta\mathbf{U}_1 + \mathbf{b}$ .

Граничные сечения трубопроводной системы могут быть жестко заделанными, шарнирными или свободными, что характеризуется соответственно условиями

$$\Theta = 0, \Delta\mathbf{U} = 0; \quad \mathbf{M} = 0, \Delta\mathbf{U} = 0; \quad \mathbf{Q} = 0, \mathbf{M} = 0. \quad (8)$$

Здесь  $\Delta\mathbf{U}$  – вектор линейных смещений трубы относительно точки закрепления.

При исследовании статических и динамических деформаций дополнительно к указанным внешним воздействиям  $\mathbf{q}$  и  $\varepsilon$  трубопровод подвергается нагружению за счет смещений оснований опор и граничных закреплений.

Решение задачи статики осуществляется в два этапа. На первом этапе решается линейная задача статического нагружения с учетом всех нагружающих факторов, к которым относятся весовая нагрузка, температурные деформации, смещения опорных узлов. Решение задачи

$$\mathbf{Q}_0(s), \mathbf{M}_0(s), \Theta_0(s), \mathbf{U}_0(s) \quad (9)$$

подчиняется уравнениям (1), учитывает перемещения оснований опорных узлов. В этой линейной задаче «нелинейный» элемент опоры не работает ( $\mathbf{b} = 0$ ), то есть имеет место случай обычной опоры с линейными характеристиками. На втором этапе рассматривается нелинейная задача, при решении которой учитываются деформации «нелинейного» элемента опоры. Эти перемещения характеризуются набором обобщенных координат  $b_m$ , роль которых выполняют компоненты векторов  $\mathbf{b}$  для всех «нелинейных» опор. Решение задачи ищется в виде суммы

$$\mathbf{U}(s) = \mathbf{U}_0(s) + \sum_{(m)} b_m \mathbf{U}_m^0(s). \quad (10)$$

Аналогичные выражения имеют место для векторов  $\mathbf{Q}$ ,  $\mathbf{M}$ ,  $\Theta$ . Вектор-функция  $\mathbf{U}_m^0(s)$  характеризует деформацию трубопровода при единичном смещении основания опоры в направлении, соответствующем обобщенной координате  $b_m$ . Эта функция удовлетворяет второму, третьему и четвертому уравнениям системы (1) при  $\varepsilon = 0$ , а также уравнению

$$\frac{d\mathbf{Q}_m^0}{ds} = 0$$

и условиям (2)–(8). Для определения  $\mathbf{U}_0, \mathbf{U}_m^0$  необходимо решить соответствующую линейную краевую задачу, во всех случаях у опоры считается работающим только «линейный» элемент.

В силу выбора  $\mathbf{U}_0, \mathbf{U}_m^0$  выражение (10) удовлетворяет второму, третьему и четвертому уравнениям системы (1), условиям (2)–(8) в узловых и граничных сечениях, сечениях расположения промежуточных опор. Это выражение не удовлетворяет только уравнениям равновесия в местах расположения «нелинейных» опор. В итоге статическое НДС трубопровода на «нелинейных» опорах полностью определяется вектором коэффициентов разложения  $b = \{b_m\}$ , которые играют роль обобщенных координат.

При формировании уравнений равновесия трубопровода на «нелинейных» опорах использованы уравнения Лагранжа второго рода. Уравнения равновесия для выбранных обобщенных координат, описывающие итоговое НДС, принимают вид

$$B^{11} \cdot b - R(b) - D = 0. \quad (11)$$

Элементы матрицы жесткости  $B^{11}$  определяются произведением форм статических деформаций [3]. Компоненты вектора нагрузки  $D$  определяются решением (9) линейной задачи, формами статических деформаций и параметрами внешних воздействий; компонентами вектора  $R$  являются составляющие векторов реакции «нелинейных» опор. Следует отметить, что при использовании в конструкции трубопровода опор трения решение системы уравнений (11) будет неоднозначным. В связи с этим представляется естественным при решении системы нелинейных уравнений (11) использовать метод установления, в соответствии с которым вместо уравнения статики (11) рассматривается уравнение движения:

$$M \frac{d^2 b}{dt^2} + G \frac{db}{dt} + B^{11} \cdot b - R(b) = D. \quad (12)$$

Здесь  $t$  – условное время, характеризующее процесс установления статического НДС;  $M, D$  – соответственно матрица жесткости и матрица вязкого демпфирования, для однозначности задания которых используются соотношения  $M = C, G = h \cdot C, C = B^{11} - \partial R / \partial b$ . Стационарное решение этого уравнения ( $db/dt = 0, d^2b/dt^2 = 0$ ) является искомым решением системы (11).

Для того, чтобы процесс установления был монотонный аperiodический, на коэффициент вязкого затухания  $h$  накладывается ограничение  $h > 2$ . При известных характеристиках опор  $\mathbf{R}_j^*(\mathbf{b}_j, \dot{\mathbf{b}}_j)$  с помощью уравнения (12) численно анализируется процесс установления равновесного положения. Он считается завершенным, когда все  $\dot{\mathbf{b}}_j \approx 0$ . Следует отметить, что используемый метод установления является одним из вариантов итерационного решения системы нелинейных уравнений (11).

В задаче динамического деформирования каждое основание опоры (или граничное закрепление) может совершать произвольные движения, определяемые векторной функцией  $\mathbf{c}(t)$ . Этот вектор имеет три компоненты, все источники кинематического возбуждения характеризуются набором функций  $c_r(t)$  ( $r = \overline{1, R}$ ), которые можно рассматривать в качестве элементов вектор-столбца  $\mathbf{c}$ . Решение задачи динамики трубопроводной системы ищется в виде суммы квазистатической  $\mathbf{U}^0(s, t)$  и динамической  $\mathbf{U}^d(s, t)$  составляющих:

$$\mathbf{U}(s, t) = \mathbf{U}^0(s, t) + \mathbf{U}^d(s, t); \quad \mathbf{U}^0(s, t) = \sum_{(m)} b_m(t) \mathbf{U}_m^0(s) + \sum_{(r)} c_r(t) \mathbf{U}_r^0(s). \quad (13)$$

Аналогичные выражения имеют место для векторов  $\mathbf{Q}$ ,  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{\Theta}$ . Первая сумма, стоящая в правой части второго выражения, учитывает деформации нелинейной части промежуточных опор, вторая – движение оснований промежуточных опор и концевых закреплений трубопровода. В силу выбора квазистатической составляющей решения для определения динамической составляющей  $\mathbf{U}^d(s, t)$  получена линейная задача с однородными граничными условиями, решение которой ищется в виде разложения по формам собственных колебаний:

$$\mathbf{U}^d(s, t) = \sum_{(n)} a_n(t) \mathbf{U}_n(s). \quad (14)$$

Коэффициенты разложения (14) образуют вектор  $a(t)$  размерности  $N$ . Для определения искомых векторов  $a(t)$  и  $b(t)$  в работе [3] получена следующая система уравнений:

$$\begin{aligned} M^{00} \frac{d^2 a}{dt^2} + M^{01} \frac{d^2 b}{dt^2} + \Omega M^{00} a &= -M^{02} \frac{d^2 c}{dt^2} + f, \\ (M^{01})^T \frac{d^2 a}{dt^2} + M^{11} \frac{d^2 b}{dt^2} - B^{11} b &= -M^{12} \frac{d^2 c}{dt^2} + B^{12} c + f^* - R. \end{aligned} \quad (15)$$

Элементы всех входящих в уравнения (15) матриц определяются произведением форм статических деформаций и форм собственных колебаний в разных комбинациях; компоненты векторов  $f, f^*$  определяются произведением форм статических деформаций и форм собственных колебаний на функции внешних воздействий  $\mathbf{q}(s, t)$ ,  $\epsilon(s, t)$ . При известных характеристиках опор  $\mathbf{R}_j(\mathbf{b}_j, \dot{\mathbf{b}}_j)$  и заданных функциях времени  $\mathbf{q}(s, t)$ ,  $\epsilon(s, t)$ ,  $c(t)$  из системы (15) численно определяются искомые векторы коэффициентов  $a(t)$ ,  $b(t)$  в разложениях (13), (14).

Представленная математическая модель и алгоритмы расчета деформаций трубопроводных систем на опорах с нелинейными характеристиками реализованы в программе RANT-1. Разработанная методика решения задач статического и динамического деформирования трубопроводных систем не накладывает никаких ограничений на характеристики «нелинейных» опор, которые определяется только силой их реакций. В этих силах можно учесть нелинейные упругие и диссипативные свойства опор, зазоры в опорах и т.д. В рамках программного комплекса создана библиотека «нелинейных» опор, каждый элемент которой соответствует определенному типу опор. Библиотека является открытой, при необходимости она может быть дополнена новыми моделями «нелинейных» опор.

В статье [4] представлены результаты расчета статического нагружения трубопровода с сечением 219×9 мм на скользящих опорах с трением, выполненные по программам, имеющим достаточно широкое и продолжительное применение в проектных организациях. Схема трубопровода представлена на рис. 1.

Конструкция характеризуется следующими физическими параметрами и параметрами нагружения: радиусы гибов равны 600 мм;  $E = 200$  ГПа;  $\nu = 0,3$ ; коэффициент линейного расширения составляет  $0,000013$  град<sup>-1</sup>; погонная масса равна 20,187 кг/м; внутреннее давление – 2,0 МПа; температура монтажа – 20 °С; температура трубы в рабочем состоянии – 300 °С. В сечении  $B$  трубопровода расположена сосредоточенная массовая нагрузка 16000 Н, в сечениях  $B, C$  – промежуточные

опоры скольжения. При движении в плоскости  $Ox, Oy$  в опорах возникают силы сухого трения, которые характеризуются коэффициентом трения скольжения 0,3. Длины участков трубопровода представлены в табл. 1.

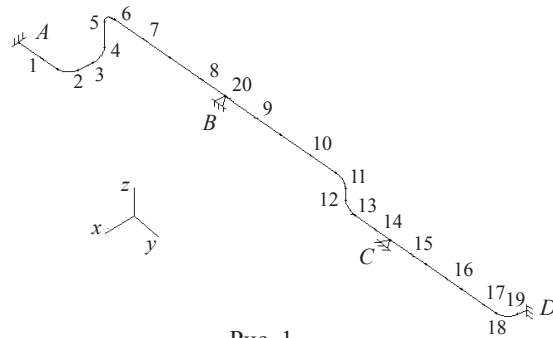


Рис. 1

Таблица 1

Номер участка	1	3, 12	5	7, 9	8, 10	14–17	19	20, 21
Длина участка, мм	2400	800	1800	3450	3400	2200	400	50

Использование в программе RANT-1 физически согласованного сценария работы опоры дает возможность моделировать любые последовательности нагружения трубопроводной системы, учитывать особенности работы нелинейных опор. В работе в качестве сценария нагружения рассмотрена серия последовательных нагружений и разгрузок трубопровода. Результаты расчета основных параметров НДС в режиме первого нагружения трубопровода, полученные по программам [4] и программе RANT-1, практически совпадают, хотя методики решения задачи существенно отличаются. Решения в работе [4] получены с использованием метода последовательной шаговой коррекции сил трения и метода полной нагрузки, в котором силы трения моделируются реакциями условных упругих связей. В программе RANT-1 опора трения скольжения характеризуется вектором нормали к плоскости скольжения, жесткостью опоры в нормальном направлении  $c$  и коэффициентом трения скольжения  $k$ . В процессе установления нормальная составляющая силы реакции опоры определяется выражением  $N = c \cdot b$ , где  $b$  является деформацией «нелинейного» элемента опоры по нормали к плоскости скольжения. При определении силы трения рассматриваются фаза покоя и фаза скольжения. Фазе покоя соответствует ситуация, когда  $\mathbf{F}_A$  – проекция на плоскость скольжения активной силы, действующей на опору со стороны трубопровода, – по величине не больше максимальной силы трения:  $|\mathbf{F}_A| \leq k \cdot N$ . В этом случае сила трения в опоре  $\mathbf{F}$  по величине равна силе  $\mathbf{F}_A$ , но противоположна ей по направлению ( $\mathbf{F} = -\mathbf{F}_A$ ), а скольжение трубы в плоскости опоры отсутствует. Фаза скольжения реализуется при условии  $|\mathbf{F}_A| > k \cdot N$ , при этом по величине сила трения в опоре равна максимальной силе трения  $|\mathbf{F}_A| = k \cdot N$ , а направление ее противоположно направлению движения трубы в плоскости опоры.

На рис. 2 представлена траектория перемещений точки  $B$  трубопровода на горизонтальной плоскости для рассматриваемого сценария нагружения. В силу специфики опор скольжения в процессе циклического нагружения и разгрузки на начальных этапах циклирования повторяемость параметров НДС отсутствует, однако с

ростом числа циклов процесс нагружения и разгрузки приближается к замкнутому циклу. При этом параметры НДС в указанном цикле значительно отличаются от соответствующих параметров в первом цикле нагружения.

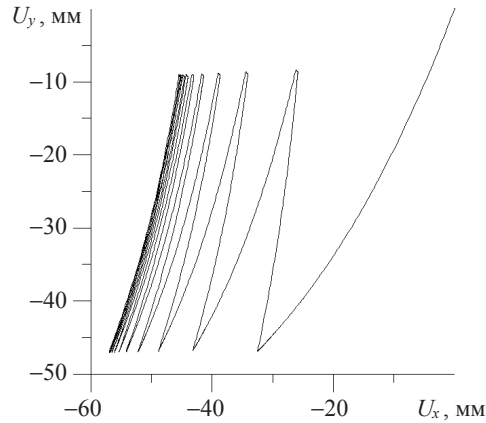


Рис. 2

В качестве второго примера рассмотрена динамика прямой трубы при наличии опоры с кольцевым зазором. В статье [5] содержатся результаты экспериментального исследования процессов ударного изнашивания и фреттинг-изнашивания труб. Это исследование базируется на анализе сил взаимодействия трубы с опорой, возникающих при колебаниях трубы. Опыты проводились на установке с вертикальной консольной трубой, на нижнем свободном конце которой расположена опора с кольцевым зазором (рис. 3).

Труба возбуждалась электромагнитным устройством, включающим 8 пар катушек, которые размещались вдоль трубы на неподвижной раме. Верхний участок модели, длина которого равна 938 мм, выполнен из трубы  $16 \times 1,2$  мм, а участок длиной 14 мм в пределах опоры представляет собой отрезок трубы  $24,6 \times 5,5$  мм. Плотность материала трубы  $\rho = 7800 \text{ кг/м}^3$ ,  $E = 200 \text{ ГПа}$ ,  $\nu = 0,3$ . В верхнем сечении образца реализована жесткая заделка. Используемая в расчетах модель опоры с кольцевым зазором имеет жесткость на линейные смещения  $1000 \text{ Н/мм}$ , возникающая сила сухого трения характеризуется коэффициентом трения скольжения  $0,3$ .

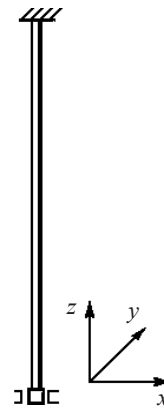


Рис. 3

В [5] представлены результаты разнообразных экспериментов, среди которых содержится информация о влиянии частоты возбуждения на процесс колебаний образца. В связи с этим в настоящей работе проведены расчеты процесса колебаний трубы при трех значениях частот внешнего возбуждения: 26 Гц, 40 Гц, 60 Гц. Зазор между трубой и опорой равен  $\Delta_0 = 0,39 \text{ мм}$ , усилие возбуждения  $F = 6,14 \text{ Н}$ , предварительная статическая нагрузка в направлении  $Oy$   $F_y = 5,56 \text{ Н}$ . Для частоты возбуждения 26 Гц на рис. 4 представлена траектория движения образца вблизи опоры, на рис. 5 – осциллограммы горизонтальных составляющих сил взаимодействия образца с опорой. В табл. 2 приведены значения (в секундах) замеренного в экспериментах [5] и рассчитанного времени контакта между трубой и опорой для рассмотренных частот внешних воздействий.



Приведенные на рис. 4, 5 характеристики процесса движения образца качественно совпадают с соответствующими экспериментальными кривыми. Принимая во внимание сложность протекающих при ударе процессов и отсутствие в [5] четких условий проведения эксперимента, можно считать, что экспериментальные и рассчитанные времена контакта, представленные в табл. 2, достаточно хорошо согласуются между собой.

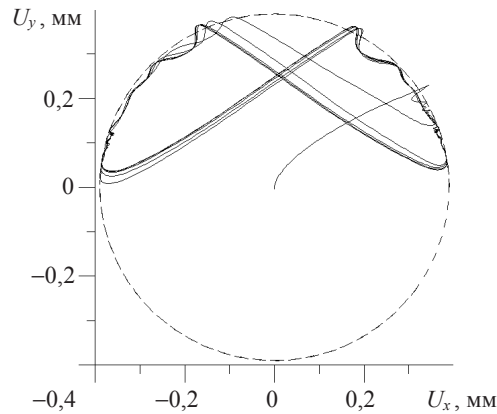


Рис. 4

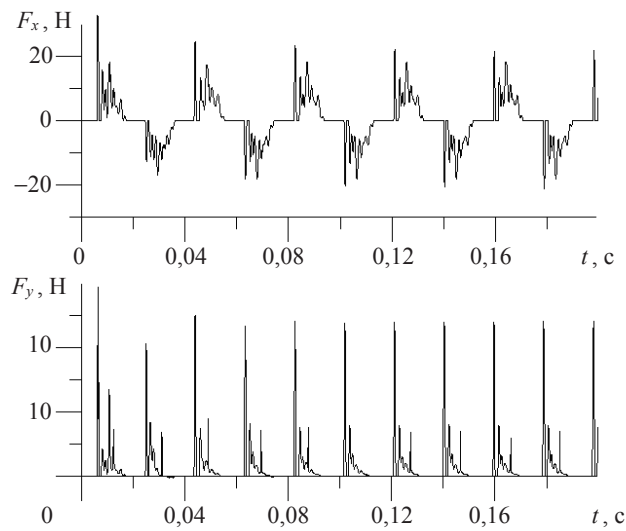


Рис. 5

Таблица 2

$f$ , Гц	26	40	60
Расчет	0,0210	0,00756	0,00552
Эксперимент [5]	0,022	0,010	0,005
Различие, %	4,5	24,4	10,4

Реализованная в программном комплексе RANT-1 методика численного анализа деформаций трубопроводных систем при наличии опор с нелинейными характеристиками дает возможность повысить точность решения широкого круга практически важных задач статического и динамического нагружения трубопроводных



систем, исследовать процессы, в которых нелинейные характеристики реальных опор являются определяющими. К числу таких задач следует отнести задачи циклического нагружения трубопроводов на опорах скольжения, задачи динамики трубопроводов на опорах с зазорами, задачи динамики трубопроводных конструкций с противоударными опорами и амортизаторами.

#### *Литература*

1. Программный комплекс RANT. Программа расчета трубопроводов на статическую прочность, вибропрочность и сейсмические воздействия. Рег. номер ПС в ЦОЭП при РНЦ КИ №496 от 10.11.2002 г. Рег. номер паспорта аттестации ПС №155 от 28.03.2003 г.

2. *Овчинников, В.Ф.* Уравнения малых колебаний пространственного трубопровода с текущей жидкостью / В.Ф. Овчинников, Л.В. Смирнов // Прикладные проблемы прочности и пластичности: Всесоюзный межвуз. сб. / Горьк. ун-т. – 1977. – Вып. 7. – С. 77–84.

3. *Овчинников, В.Ф.* Численное моделирование динамики трубопроводных систем на нелинейных опорах / В.Ф. Овчинников // Прикладные проблемы прочности и пластичности. Численное моделирование физико-механических процессов: Межвуз. сб. / Нижегород. ун-т - М.: Товарищество научных изданий КМК, 1997. – Вып. 55. – С. 59–67.

4. *Ветошкин, В.А.* Верификация компьютерных программ расчета прочности трубопроводных систем / В.А. Ветошкин, А.Б. Попов // Теплоэнергетика. – 2002. – №4. – С. 7–14.

5. *Ча, Дж.Г.* Экспериментальное исследование ударного изнашивания и фреттинг-изнашивания труб теплообменника / Дж.Г. Ча, М.В. Вамбсганс, Дж.А. Енджейчик // Труды Американского общества инженеров-механиков. Теоретические основы инженерных расчетов. – 1988. – №2. – С. 80–96.

[3.07.2009]

### **MODELING THE STATIC AND DYNAMIC DEFORMATIONS OF PIPELINE SYSTEMS ON SUPPORTS WITH NONLINEAR CHARACTERISTICS**

**I.V. Burmistrov, A.V. Kozin, V.F. Ovchinnikov, V.A. Panov, L.V. Smirnov**

A methodology for analyzing problems of static and dynamic deformation of pipeline systems on supports with nonlinear characteristics is introduced. The solution of the problems is sought in the form of decomposition according to the types of static deformation and self-oscillation. The decomposition coefficients act as generalized coordinates for which a system of nonlinear differential equations is obtained, using second-kind Lagrange equations. The effectiveness of the method is illustrated by the results of the analysis of the static deformation problem of a pipeline on slip-friction supports and of the dynamic problem of a vertical cantilever pipe having a support with a circular gap.

**Key words:** pipeline, nonlinear supports, friction, gaps, deformation, statics, dynamics, modeling, computational examples.