

УДК 539.3

**ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ
ИССЛЕДОВАНИЕ ПОТЕРИ УСТОЙЧИВОСТИ
И ЗАКРИТИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ
ТОНКОСТЕННОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ
ПРИ ИЗГИБЕ^{*)}**

**В.Г. Баженов¹, А.И. Кибец¹, М.В. Петров²
Д.В. Шошин¹, Т.Г. Федорова²**

¹ *НИИМ Нижегородского госуниверситета им. Н.И. Лобачевского,*
² *Чувашский госуниверситет им. И.Н. Ульянова, Чебоксары*

Рассматривается трехмерная геометрически и физически нелинейная задача упругопластического деформирования, потери устойчивости и закритического поведения цилиндрической оболочки при изгибе. Численное решение задачи основано на методе конечных элементов и явной схеме интегрирования по времени типа «крест». Результаты расчетов сопоставляются с экспериментальными данными.

Ключевые слова: устойчивость, цилиндрическая оболочка, изгиб, расчет, эксперимент.

В статье [1] изложена методика численного моделирования деформирования, потери устойчивости и закритического поведения большегрузной емкости для автомобильной транспортировки сыпучих грузов, представляющей тонкостенную цилиндрическую оболочку с полусферическими днищами, имеющей люки, усиливающие элементы и другие концентраторы напряжений. При разгрузке емкость предварительно нагружается внутренним давлением и наклоняется телескопическим подъемником. Под действием собственного веса, веса перевозимого материала и внутреннего давления ее корпус деформируется и может потерять устойчивость в средней части цилиндрической оболочки, а также в области ее крепления к опорному узлу подъемника. Анализ устойчивости большегрузной емкости в [1] основан на конечноэлементном решении трехмерной геометрически и физически нелинейной задачи с учетом возможных необратимых деформаций конструкции. Для верификации описанной в [1] вычислительной модели были проведены теоретические и экспериментальные исследования потери устойчивости при изгибе тонкостенной цилиндрической оболочки, заполненной песком. Результаты этих исследований приводятся ниже.

^{*)} Выполнено в рамках реализации ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы, гранта Президента РФ для государственной поддержки ведущих научных школ РФ (проект НШ-3367.2008.8), а также при поддержке РФФИ (проекты 08-01-00500-а, 08-08-99049-р_офи).

1. Экспериментальный метод исследования устойчивости тонкостенной оболочки

Эксперименты выполнялись на тонкостенных стальных трубах (рис. 1) наружным диаметром $D = 160$ мм, толщиной стенки $h = 0,75$ мм ($2h/D = 0,0094$), длиной $L = 25000$ мм. Трубу с песком устанавливали по концам на две опоры, расстояние между которыми равно 2400 мм. Поскольку, как показали предварительные эксперименты, исследуемая оболочка, находясь под действием собственного веса и веса песка, не теряет устойчивость, она нагружалась дополнительными поперечными силами, создаваемыми домкратом и передаваемыми через нагружающее устройство (см. рис. 1). Расстояние между опорами нагружающего устройства составляло 600 мм. Для определения механических характеристик стали 3, из которой выполнены образцы, Казаковым Д.А. на универсальной испытательной машине ZWICK-Z030 была получена в соответствии с ГОСТ 1497-84 диаграмма деформирования.

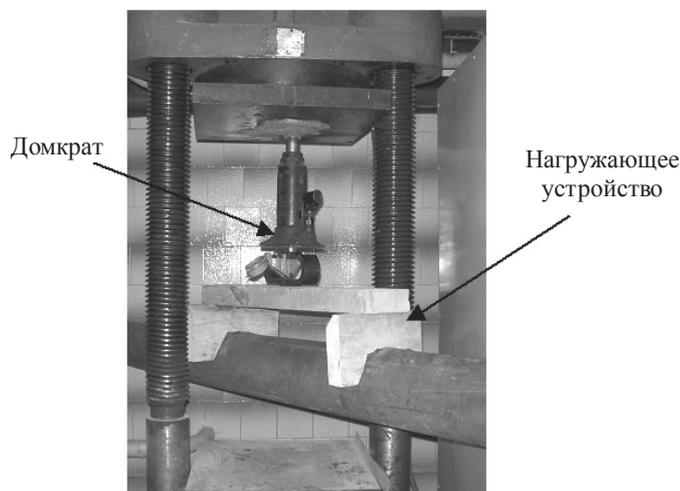


Рис. 1

2. Постановка задачи. Метод решения

Система уравнений, описывающая движение деформируемой конструкции, формулировалась в переменных Лагранжа. В качестве уравнений состояния использовались соотношения теории течения с кинематическим и изотропным упрочнением [2]. Контакт между оболочкой, опорами и нагружающим устройством моделировался условиями непроникания.

Весовая нагрузка задавалась в расчетах аналитической функцией, зависящей от пространственных переменных и времени. Распределение весовой нагрузки вдоль оси вращения оболочки предполагалось равномерным. В поперечном сечении изменение давления P по повороту задавалось формулой

$$P = P_T \sin(\varphi/2), \quad 0 \leq \varphi \leq 2\pi, \quad (1)$$

$$P_T = \begin{cases} P_1 t/t_0, & t \leq t_0, \\ P_1, & t > t_0, \end{cases} \quad P_1 = \frac{P_0}{\int_0^L \int_0^{2\pi} \sin(\varphi/2) d\varphi dx},$$

где $P_0 = 60$ кг – вес песка, L – длина оболочки. Чтобы уменьшить вклад динамической составляющей в решение задачи, время нарастания нагрузки t_0 должно быть не менее двух-трех периодов колебаний конструкции по низшей форме. Нагружающее устройство моделировалось упругим телом, которое смещается по вертикали с постоянной скоростью 1 м/с.

Для решения задачи применялись метод конечных элементов и явная схема интегрирования по времени типа «крест» [2], реализованные в рамках вычислительной системы «Динамика-3» [3]. Для сокращения затрат вычислительных ресурсов расчеты проводились на одной четвертой части оболочки ($x \geq 0, y \geq 0$, рис. 2,а) с заданием на граничных поверхностях $x=0, y=0$ условий симметрии. Потеря устойчивости тонкостенной конструкции определялась по достижению контактной силой на опорах максимального значения. Кроме того в процессе решения задачи анализировались конечноэлементные сетки расчетной области, графики изменения во времени сеточных функций и интегральных параметров, характеризующих движение оболочки.

3. Сопоставление и анализ результатов расчетов и экспериментов

Результаты численного решения задачи представлены на рис. 2–8. На рис. 2 приведена форма образца на различных этапах нагружения; u на рисунках обозначает вертикальное перемещение нагружающего устройства. На рис. 3 изображено центральное поперечное сечение оболочки в эти же моменты времени.

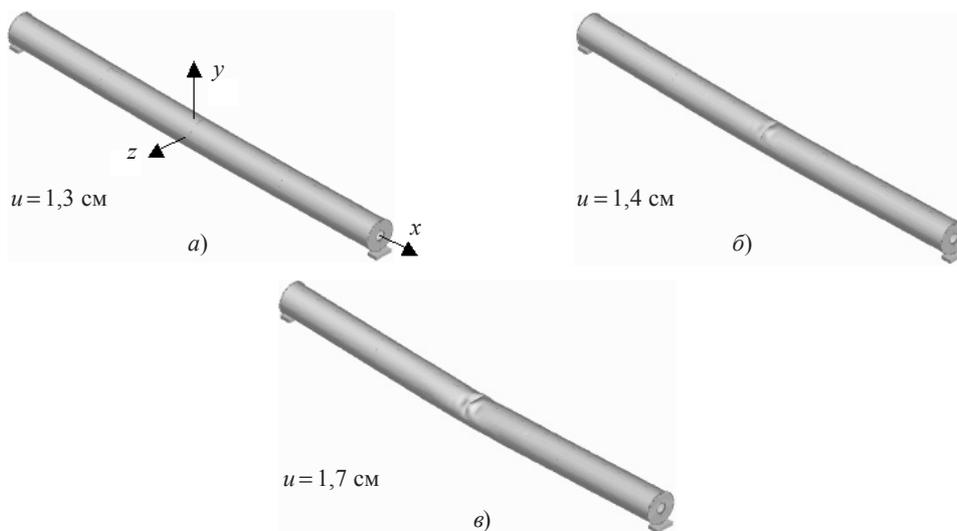


Рис. 2

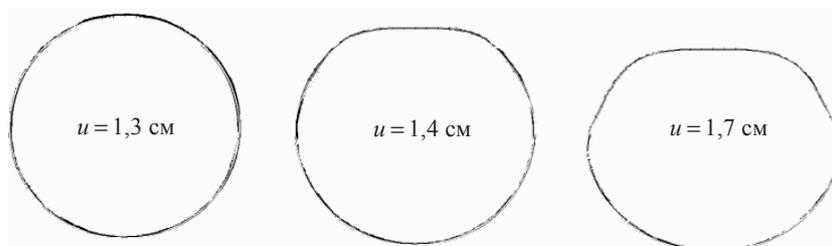


Рис. 3

На рис. 4 сопоставляются зоны потери устойчивости оболочки в остаточном положении, полученные в расчете (а) и эксперименте (б); на рис. 4,в приведено распределение интенсивности пластических деформаций в этой области.

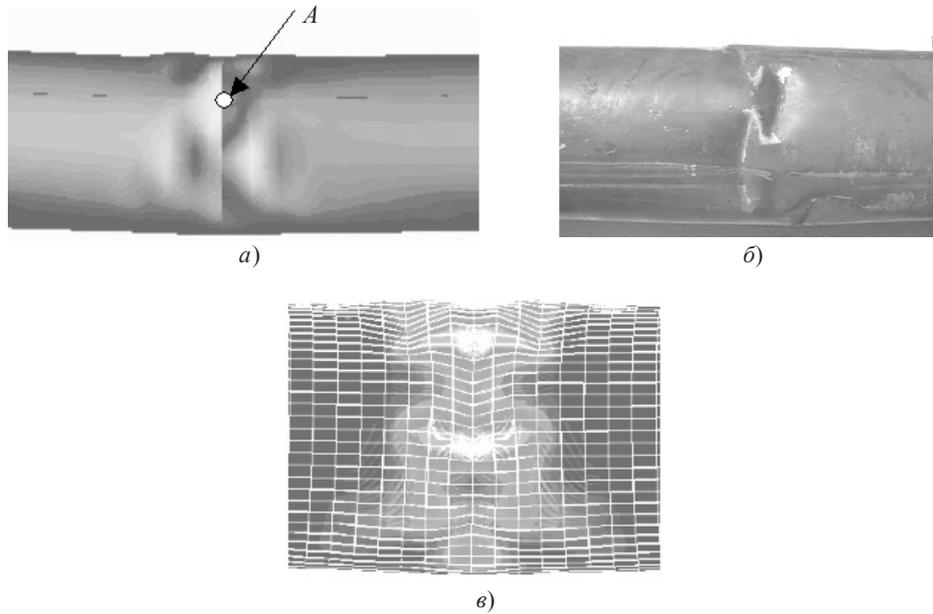


Рис. 4

На рис. 5–8 представлены графики изменения в зависимости от u следующих функций:

– контактной силы F на опорах (сплошной и штриховой линиями отмечены результаты решения задачи соответственно на основе вычислительных комплексов (БК) «Динамика-3» и ANSYS [4], пунктирная линия – эксперимент);

– параметра $DR = \sum_{i=1}^N |y_i - y_S| / y_S$, $y_S = \sum_{i=1}^N y_i / N$, характеризующего отклонение вертикальной координаты y узлов конечно-элементной сетки оболочки от среднего значения в зоне образования гофров на плоскости симметрии xu [1];

– продольных σ_{11} и окружных σ_{22} напряжений на внешней (пунктирная линия) и внутренней (сплошная линия) поверхностях цилиндрической оболочки в точке A на рис. 4,а, отнесенных к пределу текучести σ_T .

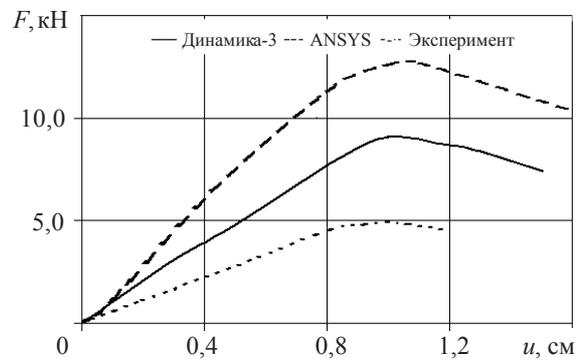


Рис. 5

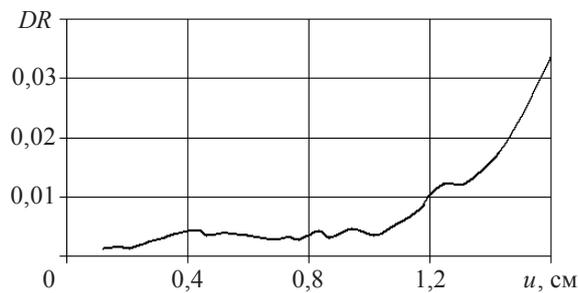


Рис. 6

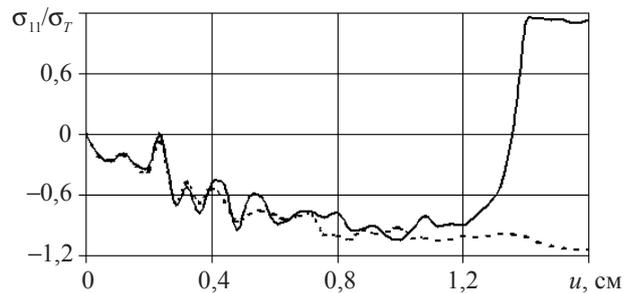


Рис. 7

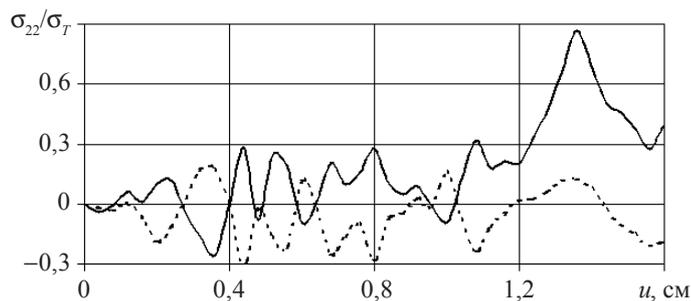


Рис. 8

Анализ результатов расчетов и экспериментов показывает следующее. При смещении нагружающего устройства на 10 мм в средней части цилиндрической оболочки образуется локальная поперечная вмятина ромбического типа. При дальнейшем нагружении длина вмятины увеличивается в окружном направлении, пока не достигнет величины, приблизительно равной радиусу оболочки, после чего ее развитие прекращается. Последующее смещение нагружающего устройства приводит к расширению зоны потери устойчивости оболочки в окружном направлении за счет образования новых вмятин, расположенных в шахматном порядке относительно первой. По длине оболочки зона потери устойчивости в рассмотренном диапазоне нагружения не превысила величины радиуса оболочки. Достоверность расчетных кинограм, иллюстрирующих процесс потери устойчивости оболочкой, качественно подтверждается экспериментальными данными (см. рис. 4). Для величины смещения нагружающего устройства, при котором оболочка теряет устойчивость, ВК «Динамика-3», ANSYS и эксперимент дают близкие результаты. Экспериментально установленное значение критической нагрузки примерно в два раза меньше расчетного,

полученного при решении задачи с применением ВК «Динамика-3». Как свидетельствуют многочисленные опыты [5], формы потери устойчивости цилиндрических оболочек очень чувствительны к несовершенствам различного вида, поэтому такое значительное рассогласование экспериментальных и расчетных данных характерно для рассматриваемого класса задач, если исследуемые в эксперименте образцы изготовлены недостаточно тщательно. В данном случае расхождение расчетов и экспериментов по величине критической нагрузки, в количестве вмятин, их расположении и размерах объясняется погрешностями при проведении эксперимента (несовершенствами формы образца, нарушением симметрии в условиях нагружения) и упрощениями в расчетной схеме (в качестве расчетной области рассматривалась четвертая часть оболочки $x \geq 0, y \geq 0$).

Потеря устойчивости оболочкой характеризуется резким увеличением параметра складкообразования DR на графике его зависимости от вертикального перемещения нагружающего устройства u . Контактная сила на опорах в момент образования гофров, наоборот, уменьшается. Анализ напряженно-деформированного состояния в зоне потери устойчивости показал, что преобладающими здесь являются продольные напряжения. На внутренней поверхности оболочки в зоне первой вмятины в момент потери устойчивости продольные напряжения меняют знак (сжимающие напряжения переходят в растягивающие) и возрастают окружные растягивающие напряжения. Величина продольных напряжений достигает предела текучести, что свидетельствует о возникновении пластических деформаций в этой зоне. Продольные напряжения на внешней поверхности в этой же точке остаются сжимающими, и их абсолютное значение также превышает предел текучести. Окружные напряжения здесь колеблются около нуля с амплитудой, не превышающей 30% от предела текучести. Таким образом, образование вмятины на оболочке происходит при наличии пластических деформаций и приводит к росту в этой зоне изгибающих моментов в условиях сложного напряженного состояния. Максимальные пластические деформации (6%) достигаются на краях первой вмятины.

Анализ полученных результатов численных и экспериментальных исследований позволяет сделать вывод, что вычислительная модель [1] качественно правильно и с приемлемой для инженерной практики точностью описывает упругопластическое деформирование, потерю устойчивости и закритическое поведение тонкостенной цилиндрической оболочки при изгибе, и, следовательно, может быть применена для анализа поведения большегрузных емкостей для транспортировки сыпучих материалов.

Литература

1. Численный анализ деформирования, потери устойчивости и закритического поведения большегабаритных емкостей для автомобильной транспортировки сыпучих грузов / В.Г. Баженов [и др.] // Проблемы прочности и пластичности: Межвуз. сб. / Нижегород. ун-т. – 2008. – Вып. 70. – С. 88–96.
2. Баженов, В.Г. Численное моделирование нестационарных процессов ударного взаимодействия деформируемых элементов конструкций / В.Г. Баженов, А.И. Кибец, И.Н. Цветкова // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 1995. – №2. – С. 20–26.
3. Программный продукт «Пакет прикладных программ для решения трехмерных задач нестационарного деформирования конструкций, включающих массивные тела и оболочки, «Динамика-3» (ППП «Динамика-3»). Сертификат соответствия Госстандарта России № РОСС RU.МЕ.20.Н00338.

4. ANSYS 8.1 Theory Reference ANSYS. Документация.
5. *Вольмир, А.С.* Устойчивость деформируемых систем. – М.: Наука, 1967. – 984 с.

[8.10.2009]

**THEORETICALLY AND EXPERIMENTALLY INVESTIGATING
THE LOSS OF STABILITY AND SUPERCRITICAL BEHAVIOUR
OF A THIN-WALLED CYLINDRICAL SHELL LOADED IN BENDING**

V.G. Bazhenov, A.I. Kibetz, M.V. Petrov, D.V. Shoshin, T.G. Fedorova

A 3-D geometrically and physically nonlinear problem of elastoplastic deformation, loss of stability, and supercritical behaviour of a cylindrical shell loaded in bending is analyzed. The numerical analysis of the problem is based on the FEM and an explicit cross-type time integration scheme. The results of the analysis are compared with the experimental data.

Key words: stability, cylindrical shell, bending, calculation, experiment.