УДК 539.3

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ МОДЕЛЕЙ ВЯЗКОУПРУГОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ КОМПОЗИТНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК ПРИ УДАРНОМ НАГРУЖЕНИИ^{*)}

Н.А. Абросимов, Н.А. Куликова

НИИМ Нижегородского госуниверситета им. Н.И. Лобачевского

Рассматривается метод определения материальных констант и функций определяющих соотношений композитных материалов, основанный на минимизации невязки экспериментального и компьютерного моделирования нестационарных процессов деформации цилиндрических оболочек, изготовленных из исследуемых материалов. Проведено тестирование развиваемого подхода и показана его работоспособность на задачах определения жесткостных и реологических характеристик композитных материалов по результатам численного анализа нестационарного деформирования цилиндрических оболочек при продольном ударе абсолютно жестким телом.

Ключевые слова: математические модели, идентификация, вязкоупругое деформирование, численные методы, импульсное нагружение.

Введение

Традиционные методы определения деформационных характеристик композитных материалов [1], основанные на испытаниях представительских образцов, имеют ряд недостатков, обусловленных существенным влиянием на результаты измерений условий закрепления, способа нагружения, неоднородности напряженнодеформированного состояния и технологических трудностей изготовления образцов. Одним из альтернативных методов определения материальных параметров моделей деформирования является использование экспериментальной информации о поведении элементов конструкции, изготовленных из исследуемых материалов, и ее интерпретации (обработки) с использованием методов идентификации на основе компьютерного моделирования. До настоящего времени подобные методы идентификации применялись в основном для определения эффективных упругих характеристик композитных материалов на основе статических экспериментов [2–6]. Из работ, посвященных определению параметров моделей деформирования композитных материалов при нестационарных нагружениях, можно отметить лишь исследования [7–9].

^{*)} Выполнено в рамках реализации ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы, гранта Президента РФ для государственной поддержки ведущих научных школ РФ (проект НШ-3367.2008.8), а также при поддержке РФФИ (проект 08-01-00500-а).

Ниже рассматривается развитие метода определения материальных параметров определяющих соотношений вязкоупругого деформирования композитных материалов по результатам расчетно-экспериментального анализа динамического поведения цилиндрических оболочек при ударном нагружении.

1. Постановка задачи

Цилиндрическую оболочку постоянной толщины h, длиной L и радиусом R отнесем к системе координат α_i ($i = \overline{1, 3}$): α_1 направлена вдоль образующей оболочки, α_2 – по окружности, α_3 – по внешней нормали к срединной поверхности оболочки. Главные кривизны оболочки в рассматриваемой системе координат: $k_1 = 0$, $k_2 = 1/R$.

Построение разрешающей системы уравнений динамики цилиндрической оболочки базируется на неклассической теории оболочек [10, 11]. Для этого представим компоненты вектора перемещения u_i (*i* = 1, 3) в виде следующих разложений:

$$u_i(\alpha_1, \alpha_3, t) = \sum_{n=0}^N u_i^n(\alpha_1, t) \left(n + \frac{1}{2} \right)^{1/2} P_n(x), \quad -1 \le x = 2\alpha_3/h \le 1,$$
(1.1)

где $u_i^n(\alpha_1, t)$ – искомые функции, t – время, $(n + 1/2)^{1/2} P_n(x)$ – ортонормированные полиномы Лежандра.

С учетом (1.1) геометрические соотношения простейшего квадратичного варианта неклассической теории цилиндрических оболочек запишутся в виде:

$$e_{11} = \sum_{n=0}^{N} \frac{\partial u_1^n}{\partial \alpha_1} \left(n + \frac{1}{2} \right)^{1/2} P_n(x) + \frac{1}{2} \omega_2^2,$$

$$e_{22} = \frac{k_2}{Z_2} \sum_{n=0}^{N} u_3^n \left(n + \frac{1}{2} \right)^{1/2} P_n(x), \quad e_{33} = \frac{2}{h} \sum_{n=1}^{N} u_3^n \left(n + \frac{1}{2} \right)^{1/2} P'_n(x), \quad (1.2)$$

$$e_{13} = \frac{2}{h} \sum_{n=1}^{N} u_1^n \left(n + \frac{1}{2} \right)^{1/2} P'_n(x) + \sum_{n=0}^{N} \frac{\partial u_3^n}{\partial \alpha_1} \left(n + \frac{1}{2} \right)^{1/2} P_n(x),$$

где

$$\omega_2 = \frac{1}{2} \left(\frac{2}{h} \sum_{n=0}^N u_1^n \left(n + \frac{1}{2} \right)^{1/2} P_n'(x) - \sum_{n=0}^N \frac{\partial u_3^n}{\partial \alpha_1} \left(n + \frac{1}{2} \right)^{1/2} P_n(x) \right),$$

 $Z_2 = 1 + k_2 \alpha_3, P'_n(x)$ – производные от полиномов Лежандра.

Определяющие соотношения для композитного материала оболочки устанавливаются на основе линейной теории вязкоупругости [11, 12]:

$$\sigma_{ii} = \sum_{j=1}^{3} C_{ij}^{0} e_{ij}^{0} \quad (i = \overline{1, 3}), \quad \sigma_{13} = G_{13}^{0} e_{13}^{\prime},$$
$$e_{ii}^{0} = e_{ii} - \left(1 - \frac{C_{ii}^{\infty}}{C_{ii}^{0}}\right) \int_{0}^{t} R(t - \tau) e_{ii}(\tau) d\tau,$$
$$e_{ij}^{0} = e_{jj} - \left(1 - \frac{C_{ij}^{\infty}}{C_{ij}^{0}}\right) \int_{0}^{t} R(t - \tau) e_{jj}(\tau) d\tau,$$

62

$$e_{13}' = e_{13} - \left(1 - \frac{G_{13}^{\infty}}{G_{13}^{0}}\right)_{0}^{t} R(t - \tau) e_{13}(\tau) d\tau, \qquad (1.3)$$

где $C_{ij}^0, G_{13}^0, C_{ij}^\infty, G_{13}^\infty$ – мгновенные и длительные жесткостные характеристики, которые вычисляются через компоненты вектора

$$E = (E_{11}^{0}, E_{11}^{\infty}, E_{22}^{0}, E_{22}^{\infty}, E_{33}^{0}, E_{33}^{\infty}, G_{13}^{0}, G_{13}^{\infty}, \mathbf{v}_{12}, \mathbf{v}_{13}, \mathbf{v}_{23}, \beta_{1}, \dots, \beta_{N})^{\mathrm{T}}$$

и определяются в результате решения задачи идентификации,

$$R(t) = \sum_{n=1}^{N} \beta_n e^{-\beta_n t}$$

- ядро релаксации максвелловского типа.

Для вывода уравнений движения цилиндрической оболочки при торцевом ударе жестким телом воспользуемся принципом возможных перемещений [13], который с учетом соотношений (1.1)–(1.3) запишется в виде:

$$\int_{0}^{L} \sum_{n=0}^{N} \left[M_{11}^{n} \frac{\partial (\delta u_{1}^{n})}{\partial \alpha_{1}} + (M_{13}^{'n} + N_{11}^{'n}) \delta u_{1}^{n} + (M_{13}^{n} - N_{11}^{n}) \frac{\partial (\delta u_{3}^{n})}{\partial \alpha_{1}} + (k_{2}M_{22}^{n} + M_{33}^{n}) \delta u_{3}^{n} \right] d\alpha_{1} + \int_{0}^{L} \sum_{n=0}^{N} \left[\left(\sum_{m=0}^{N} A_{m}^{n} \ddot{u}_{1}^{m} \right) \delta u_{1}^{n} + \left(\sum_{m=0}^{N} A_{m}^{n} \ddot{u}_{3}^{m} \right) \delta u_{3}^{n} \right] d\alpha_{1} - \frac{m}{2\pi R} \ddot{u}_{1}^{0} \delta u_{1}^{0} \Big|_{\alpha_{1}=0} = 0, \quad (1.4)$$

где

$$\begin{split} M_{11}^{n} &= \frac{h}{2} \int_{-1}^{+1} \sigma_{11} Z_{2} \left(n + \frac{1}{2} \right)^{1/2} P_{n}(x) dx, \quad N_{11}^{n} = \frac{h}{2} \int_{-1}^{+1} \sigma_{11} \omega_{2} Z_{2} \left(n + \frac{1}{2} \right)^{1/2} P_{n}(x) dx, \\ N_{11}^{\prime n} &= \int_{-1}^{+1} \sigma_{11} \omega_{2} Z_{2} \left(n + \frac{1}{2} \right)^{1/2} P_{n}^{\prime}(x) dx, \quad M_{22}^{n} &= \frac{h}{2} \int_{-1}^{+1} \sigma_{22} \left(n + \frac{1}{2} \right)^{1/2} P_{n}(x) dx, \\ M_{13}^{n} &= \frac{h}{2} \int_{-1}^{+1} \sigma_{13} Z_{2} \left(n + \frac{1}{2} \right)^{1/2} P_{n}(x) dx, \quad M_{13}^{\prime n} &= \int_{-1}^{+1} \sigma_{13} Z_{2} \left(n + \frac{1}{2} \right)^{1/2} P_{n}^{\prime}(x) dx, \\ M_{33}^{n} &= \int_{-1}^{+1} \sigma_{33} Z_{2} \left(n + \frac{1}{2} \right)^{1/2} P_{n}^{\prime}(x) dx, \\ A_{n}^{n} &= \rho \frac{h}{2} \quad (n = \overline{0, N}), \quad A_{n+1}^{n} &= \frac{\rho k_{2} h^{2}}{4} \frac{(n+1)}{\sqrt{4n^{2} + 8n + 3}} \quad (n = \overline{0, N-1}), \\ A_{m}^{n} &= 0 \quad \text{При } n \neq m, \text{ кроме } m = n + 1, \quad (m, n = \overline{0, N}), \end{split}$$

L – длина образующей срединной поверхности оболочки в исходном недеформированном состоянии, *m* – масса жесткого тела.

Вариационное уравнение динамики (1.4) описывает динамическое поведение вязкоупругой композитной цилиндрической оболочки при продольном ударе жестким телом и может быть использовано для численного решения прикладных задач с различной степенью точности в зависимости от числа членов в аппроксимирующих рядах (1.1). Применяя к вариационному уравнению (1.4) стандартную процедуру преобразования интегралов и учитывая произвольность вариации δu_i^n , получим систему дифференциальных неклассических уравнений движения цилиндрической оболочки:

$$\frac{\partial M_{11}^{n}}{\partial \alpha_{1}} - M_{13}^{\prime n} - N_{11}^{\prime n} = \sum_{m=0}^{N} A_{m}^{n} \ddot{u}_{1}^{m},$$

$$\frac{\partial (M_{13}^{n} - N_{11}^{n})}{\partial \alpha_{1}} - M_{22}^{n} k_{2} - M_{33}^{n} = \sum_{m=0}^{N} A_{m}^{n} \ddot{u}_{3}^{m}$$
(1.5)

и естественные граничные условия:

$$M_{11}^{0} = \frac{m}{2\pi R} \ddot{u}_{1}^{0} \text{ при } \alpha_{1} = 0,$$

$$M_{11}^{n} = 0 \ (n = \overline{1, N}), \quad M_{13}^{n} - N_{11}^{n} = 0 \ (n = \overline{0, N}) \text{ при } \alpha_{1} = 0, L.$$
(1.6)

При интегрировании основных уравнений (1.4) или (1.5), (1.6) должны быть удовлетворены также начальные условия, которые в данном случае запишутся в виде:

$$u_i^n(\alpha_1, 0) = 0 \text{ при } 0 \le \alpha_1 \le L \ (i = 1, 3; \ n = \overline{0, N}),$$

$$\dot{u}_i^n(\alpha_1, 0) = 0 \text{ при } 0 < \alpha_1 \le L \ (i = 1, 3; \ n = \overline{1, N}),$$

$$\dot{u}_1^0(0, 0) = \sqrt{2}\dot{u}_1^*, \quad \dot{u}_3^0(0, 0) = 0,$$

(1.7)

где \dot{u}_1^* – начальная скорость жесткого тела.

Задача параметрической идентификации материальных констант и функций моделей вязкоупругого поведения композитных материалов ставится следующим образом. Требуется найти набор параметров (вектор) определяющих соотношений

$$E = (E_{11}^{0}, E_{11}^{\infty}, E_{22}^{0}, E_{22}^{\infty}, E_{33}^{0}, E_{33}^{\infty}, G_{13}^{0}, G_{13}^{\infty}, \mathbf{v}_{12}, \mathbf{v}_{13}, \mathbf{v}_{23}, \beta_{1}, \dots, \beta_{N})^{\mathrm{T}}$$

при которых математическая модель (1.1)–(1.7), описывающая динамическое поведение композитных вязкоупругих цилиндрических оболочек при ударном нагружении, наилучшим образом согласуется с экспериментальными данными. Здесь под параметрами понимаются мгновенные и длительные модули упругости и сдвига, коэффициенты Пуассона и времена релаксации. В результате, задача сводится к нахождению вектора коэффициентов физических уравнений, обеспечивающего в выбранной норме минимальное расстояние между расчетными и экспериментальными данными. В качестве нормы выбирается функционал, представляющий собой сумму среднеквадратичных отклонений максимальных значений расчетных и экспериментальных перемещений и деформаций и их скоростей:

$$F(E) = \sum_{m=1}^{M} \int_{S} \left\{ \sum_{i=1,3} \left[A_{i} (u_{i}^{m} - u_{i}^{*m})^{2} + B_{i} (\dot{u}_{i}^{m} - \dot{u}_{i}^{*m})^{2} \right] + \sum_{i=1,2} \left[C_{i} (e_{i}^{m} - e_{i}^{*m})^{2} + D_{i} (\dot{e}_{i}^{m} - \dot{e}_{i}^{*m})^{2} \right] \right\} dS, \qquad (1.8)$$

где S – область, занимаемая оболочкой; A_i, B_i, C_i, D_i – весовые коэффициенты; u_i^m , $\dot{u}_i^m, \dot{e}_i^m, \dot{e}_i^m, \dot{u}_i^{*m}, \dot{u}_i^{*m}, \dot{e}_i^{*m}, \dot{e}_i^{*m}$ – характерные значения расчетных и экспериментальных перемещений, окружных и меридиональных деформаций и их скоростей, зафиксированные на временных осциллограммах.

Вследствие того, что экспериментальная информация о полях перемещений, деформаций и их скоростей задается в отдельных точках конструкции, задача поиска минимума функционала (1.8) сводится к задаче поиска минимума функции нескольких переменных:

$$C(E) = \sum_{k=1}^{K} \left\{ \sum_{m=1}^{M} \left[\sum_{i=1,3} \left(A_i (u_i^m - u_i^{*m})^2 + B_i (\dot{u}_i^m - \dot{u}_i^{*m})^2 \right) + \sum_{i=1,2} \left(C_i (e_i^m - e_i^{*m})^2 + D_i (\dot{e}_i^m - \dot{e}_i^{*m})^2 \right) \right]_k^k, \quad (1.9)$$

где *К* – число точек, в которых определяются экспериментальные значения перемещений, деформаций и их скоростей.

Таким образом, рассматриваемая проблема сводится к классической задаче нелинейного математического программирования: требуется найти значения компонент вектора управляемых параметров $E = (e_1, e_2, ..., e_r)^T$, которым соответствует минимальное значение целевой функции $C(E^*) = \min C(E)$ в области допустимых значений $D = \{E : f(E) \le 1, E \in \Pi\}$, принадлежащей области поиска $\Pi = \{E : e_j^- \le e_j^- \le e_j^+, j = \overline{1, r}\}$. Границы области поиска e_j^-, e_j^+ определяются условиями устойчивости материала и экспериментальными фактами.

2. Метод решения задачи

Численный метод решения сформулированной задачи идентификации состоит из трех самостоятельных этапов: решения начально-краевой задачи нелинейного деформирования композитной цилиндрической оболочки при ударном нагружении, анализа чувствительности целевой функции по искомым параметрам (проектным переменным) и поиска глобального минимума целевой функции.

Первый этап решения задачи идентификации основывается на явной вариационно-разностной схеме [11]. В результате преобразования вариационного уравнения динамики (1.4) с использованием известных разностных процедур [11] придем к системам сеточных уравнений, описывающим движение внутренних и граничных узлов:

$$\sum_{m=0}^{N} A_{m}^{n} \ddot{u}_{1}^{m} = \overline{F}_{1}^{n}, \quad \sum_{m=0}^{N} A_{m}^{n} \ddot{u}_{3}^{m} = \overline{F}_{3}^{n} \quad (n = \overline{0, N}),$$
(2.1)

где $\overline{F}_{1}^{n}, \overline{F}_{3}^{n}$ – разностные аналоги левых частей системы (1.5).

Разрешая систему алгебраических уравнений (2.1) относительно обобщенных ускорений \ddot{u}_1^m , \ddot{u}_3^m получим систему обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка по времени:

$$\ddot{u}_1^m = F_1^{*m}, \quad \ddot{u}_3^m = F_3^{*m},$$

для интегрирования которой применяется явная схема «крест» [11].

На втором этапе решения задачи идентификации осуществляется анализ чувствительности целевой функции по переменным проектирования с целью оценки возможности определения искомых параметров определяющих соотношений в данной задаче. Это исследование базируется на теории глобальных показателей чувствительности для изучения нелинейных математических моделей [14]. Глобальные показатели чувствительности функции $C(E) = C(e_1, e_2, ..., e_r)$ определяются как отношение дисперсий:

$$S_{i_1...i_s} = D_{i_1...i_s} / D,$$
 (2.2)

где

$$D_{i_1...i_s} = \int_0^1 C_{i_1,...i_s}^2 de_{i_1}...de_{i_s}, \quad D = \int_0^1 C^2(E) dE - C_0^2, \quad C_0 = \int_0^1 C(E) dE,$$

 $1 \le i_1, ..., i_s \le r$ – произвольная группа различных индексов, $1 \le s \le r$.

Входящие в (2.2) кратные интегралы вычисляются методом Монте-Карло в узлах интегрирования, генерируемых с высокой степенью равномерности в *r*-мерном единичном кубе [14]. Ниже используются одномерные показатели чувствительности S_i ($i = \overline{1, r}$), которые позволяют ранжировать переменные e_i : чем больше S_i , тем более влиятельна переменная e_i . Глобальный анализ чувствительности, в отличие от традиционного анализа чувствительности, который можно назвать локальным, позволяет проанализировать поведение целевой функции (1.9) во всей области допустимых значений проектных переменных, изучить и количественно оценить влияние отдельных проектных переменных и их групп и, наконец, выделить существенные и несущественные проектные переменные.

На третьем этапе решается задача поиска глобального минимума целевой функции (1.9). Для решения задачи глобальной оптимизации не существует универсального по эффективности алгоритма. Поэтому при разработке методов глобальной оптимизации в первую очередь следует учитывать свойства целевой функции и допустимого множества решений рассматриваемых задач. Рассматриваемая целевая функция имеет многоэкстремальный характер и большую размерность, поэтому для нахождения глобального минимума были разработаны два подхода. Первый подход основан на использовании глобального анализа чувствительности и детерминированных прямых методов оптимизации. Вначале проводится оценка чувствительности целевой функции по искомым параметрам. В итоге параметры, к которым выявлена малая чувствительность, заменяются их средними значениями и полагаются неизменными. Параметры, оказывающие существенное влияние на целевую функцию, определяются в результате решения задачи оптимизации методами прямого поиска. При этом в качестве начального приближения используются значения искомых переменных, полученных при анализе чувствительности целевой функции. Это позволяет повысить скорость сходимости метода и избежать попадания в локальные минимумы, что бывает при абсолютно случайном начальном приближении.

Второй подход базируется на применении эволюционного вероятностного глобального метода оптимизации, основанного на генетическом алгоритме, который заключается в последовательном подборе, комбинировании и вариации искомых параметров с использованием механизмов, напоминающих биологическую эволюцию [15].

При реализации генетического алгоритма случайным образом создается некоторое количество начальных векторов («начальная популяция»). Они оцениваются с использованием «функции приспособленности», в результате чего каждому вектору присваивается определенное значение («приспособленность»), которое определяет вероятность выживания особи, представленной данным вектором. После этого с использованием полученных значений приспособленности выбираются вектора (селекция), допущенные к «скрещиванию». К этим векторам применяется «генетический оператор – мутация», создавая, таким образом, следующее поколение. Особи следующего поколения также оцениваются, затем производится селекция, применяются генетические операторы и т. д. В результате моделирования эволюционного процесса, продолжающегося несколько жизненных циклов (поколений), достигается монотонность поиска глобального минимума. Критерием остановки алгоритма является исчерпание числа поколений, отпущенных на эволюцию.

Предлагаемые алгоритмы вычисления глобальных показателей чувствительности и поиска глобального минимума целевой функции ориентированы на использование многопроцессорных вычислительных систем и кластерных архитектур. Параллелизм алгоритма реализуется через распределение независимых вычислений значений целевой функции для каждого случайного набора искомых параметров. Для распараллеливания алгоритма между процессорами используется стандартный интерфейс обмена данными MPI (Message Passing Interface) [16].

Параллельная версия программного кода решения задач идентификации позволяет сократить время счета более чем в сто пятьдесят раз по сравнению с последовательной.

3. Результаты решения задачи идентификации

В тестовой задаче в качестве экспериментальной информации использовались результаты решения прямой задачи ударного деформирования цилиндрической оболочки с известными параметрами вязкоупругой ортотропной модели поведения композитного материала: $E_1 = 57,0$ ГПа, $E_2 = 14,0$ ГПа, $E_3 = 14,0$ ГПа, $G_{13} = 5,7$ ГПа, $E_1^{\infty} = 45,6$ ГПа, $E_2^{\infty} = 11,2$ ГПа, $E_3^{\infty} = 11,2$ ГПа, $G_{13}^{\infty} = 4,6$ ГПа, $v_{12} = 0,277, v_{23} = 0,4, v_{13} = 0,277, \beta = 5 \cdot 10^4 \text{ c}^{-1}, \rho = 1990 \text{ кг/м}^3$.

Результаты решения задачи вязкоупругого деформирования цилиндрической оболочки (h = 0,016 м, R = 0,1 м, L = 4R) при ударе по одному из торцов жестким телом массой $m = 20m_0(m_0 -$ масса оболочки) со скоростью $\dot{u}_1^* = 25$ м/с приведены на рис. 1,2 в виде временных осциллограмм осевых перемещений и окружных деформаций в пяти точках 1-5 (нумерация кривых соответствует точкам рис. 1) со смещением относительно ударяемого торца на 0; 0,08; 0,16; 0,24 и 0,32 м соответственно.



Рис. 1



На основе данных зависимостей, а также временных осциллограмм нормальных перемещений и осевых деформаций и их скоростей формировалась целевая функция для решения задач идентификации вязкоупругой модели поведения материала оболочки при следующих ограничениях на искомые параметры: 40 ГПа $\leq E_1 \leq$ 70 ГПа, 10 ГПа $\leq E_2 \leq$ 20 ГПа; 10 ГПа $\leq E_3 \leq$ 20 ГПа; 2 ГПа $\leq G_{13} \leq$ 7 ГПа; 40 ГПа $\leq E_1^{\infty} \leq$ 70 ГПа; 10 ГПа $\leq E_2^{\infty} \leq$ 20 ГПа; 10 ГПа $\leq E_3^{\infty} \leq$ 20 ГПа; 2 ГПа $\leq G_{13}^{\infty} \leq$ 7 ГПа; 40 ГПа $\leq E_1^{\infty} \leq$ 70 ГПа; 10 ГПа $\leq E_2^{\infty} \leq$ 20 ГПа; 10 ГПа $\leq E_3^{\infty} \leq$ 20 ГПа; 2 ГПа $\leq G_{13}^{\infty} \leq$ 7 ГПа; 0, 1 $\leq v_{12} \leq 0,4$; 0, 1 $\leq v_{13} \leq 0,4$; 0, 2 $\leq v_{23} \leq 0,5$; 10⁴ с⁻¹ $\leq \beta \leq 2 \cdot 10^5$ с⁻¹; $E_1 \geq E_1^{\infty}$; $E_2 \geq E_2^{\infty}$; $E_3 \geq E_3^{\infty}$; $G_3 \geq G_{13}^{\infty}$.

Для проверки устойчивости решения задачи идентификации к возможным погрешностям определения исходных осциллограмм перемещений и деформаций наряду с детерминированными зависимостями, представленными на рис. 1, 2, использовались и их «зашумленные» аналоги, полученные с учетом случайного 10%-го разброса характерных значений первичных осциллограмм.

Полученные в результате решения задач идентификации материальные параметры определяющих соотношений вязкоупругого деформирования цилиндрических оболочек, а также показатели их чувствительности представлены в таблице. Здесь S_i – полные одномерные показатели чувствительности; $\Delta_i = ((e_i - e_i^*)/e_i^*) \cdot 100\%$ – отклонения идентифицированных параметров e_i модели от заданных e_i^* ; результаты в нечетных столбцах относятся к детерминированным осциллограммам, а в четных – к «зашумленным».

| Параметры | <i>S</i> _{<i>i</i>} , % | | $\Delta_i, \%$ | |
|-------------------|----------------------------------|-------|----------------|-------|
| модели | 1 | 2 | 3 | 4 |
| E_1 | 72,22 | 65,98 | 0,27 | 10,57 |
| E_2 | 9,59 | 9,46 | 2,52 | 25,08 |
| E_3 | 2,49 | 2,44 | 21,29 | 32,95 |
| G ₁₃ | 1,42 | 2,41 | 0,71 | 32,15 |
| E_1^{∞} | 66,36 | 71,48 | 0,47 | 8,91 |
| E_2^{∞} | 8,46 | 8,45 | 2,34 | 22,62 |
| E_3^{∞} | 0,42 | 0,67 | 4,97 | 17,67 |
| G_{13}^{∞} | 0,57 | 0,88 | 12,07 | 15,47 |
| v ₁₂ | 9,76 | 13,67 | 3,88 | 14,58 |
| v ₂₃ | 1,29 | 1,29 | 48,24 | 63,43 |
| v ₁₃ | 3,47 | 3,86 | 11,19 | 51,34 |
| β ₁ | 9,98 | 12,68 | 0,49 | 3,52 |

Из таблицы видно, что наиболее существенными параметрами вязкоупругой модели являются мгновенный и длительный модули упругости и время релаксации. Чувствительные параметры моделей определяются с большей точностью по сравнению с менее чувствительными. Погрешность задания первичных осциллограмм перемещений, деформаций и их скоростей не оказывает существенного влияния на результаты определения чувствительных параметров моделей определяющих соотношений.

Заключение

Предложен расчетно-экспериментальный метод, позволяющий с необходимой точностью определять материальные параметры определяющих соотношений вязкоупругого деформирования композитных материалов в задачах ударного нагружения цилиндрических оболочек, выполненных из исследуемых материалов.

Литература

1 Пелех, Б.Л. Экспериментальные методы исследования динамических свойств композиционных структур / Б.Л. Пелех, Б.И. Саляк. – Киев: Наукова думка, 1990. – 136 с.

2. Алфутов, Н.А. Идентификация упругих характеристик однонаправленных материалов по результатам испытаний многослойных композитов / Н.А. Алфутов, П.А. Зиновьев, Л.П. Таирова // Расчеты на прочность. – М.: Машиностроение, 1989. – Т. 30. – С. 16–31.

3. *Суворова*, *Ю.В.* Определение свойств композита в конструкции методом параметрической идентификации / Ю.В. Суворова, В. С. Добрынин // Механика композитных материалов. – 1989. – №1. – С. 150–157.

4. Воронцов, Г.В. Определение приведенных упругих характеристик армированных композитных материалов методами обратных задач тензометрирования / Г.В. Воронцов, Б.И. Плющев, А.И. Резниченко // Механика композитных материалов. – 1990. – №4. – С. 733–736.

5. *Матвеенко*, В.П. Идентификация упругих постоянных композитных оболочек на основе статических и динамических экспериментов / В.П. Матвеенко, Н.А. Юрлова // Изв. РАН. Механика твердого тела. – 1998. – №3. – С. 12–20.

6. *Каюмов*, *Р.А.* Расширенная задача идентификации механических характеристик материалов по результатам испытаний конструкций / Р.А. Каюмов // Изв. РАН. Механика твердого тела. – 2004. – №2. – С. 94–103.

7. Особенности динамического деформирования и разрушения цилиндрических стеклопластиковых оболочек при внутреннем импульсном нагружении / А.Г. Федоренко [и др.] // Механика композитных материалов. – 1983. – №1. – С. 90–94.

8. Демпфирующие характеристики композитных материалов, изготовленных намоткой / А.Г. Демешкин [и др.] // ПМТФ. – 2001. – Т. 42, №1 – С. 190–195.

9. Абросимов, Н.А. Идентификация вязкоупругих характеристик композитных материалов по результатам экспериментально-теоретического анализа динамического поведения полусферических оболочек / Н.А. Абросимов, В.Г. Баженов, Н. А. Куликова // ПМТФ. – 2006. – Т. 47, №3. – С. 126–133.

10. Васильев, В.В. К проблеме построения неклассических теорий пластин / В.В. Васильев, С.А. Лурье // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. – 1990. – №2. – С. 158–167.

11. Абросимов, Н.А. Нелинейные задачи динамики композитных конструкций / Н.А. Абросимов, В.Г. Баженов. – Н.Новгород: Изд-во ННГУ, 2002. – 400 с.

12. Колтунов, М.А. О расчете гибких пологих ортотропных оболочек с линейной наследственностью / М.А. Колтунов // Вестник Московского ун-та. Сер. матем. и мех. – 1963. – №6. – С. 64–70.

13. *Новожилов, М.М.* Основы нелинейной теории упругости / В.В. Новожилов. – М.: Гостехиздат, 1948. – 211 с.

14. Соболь, И.М. Глобальные показатели чувствительности для изучения нелинейных математических моделей / И.М. Соболь // Математическое моделирование. – 2005. – Т. 17, №9. – С. 43–52.

15. *Goldberg*, *D.E.* Genetic algorithms in search, optimization and machine learning. Reading / D.E. Goldberg. – M.A.: Addision-Westley Publ. Comp., 1989. – 154 p.

16. *Антонов*, *А.С.* Параллельное программирование с использованием технологии MPI: Учебное пособие / А.С. Антонов. – М.: Изд-во МГУ, 2004. – 71 с.

[7.09.2009]

DETERMINING THE PARAMETERS OF THE MODELS OF VISCOELASTIC DEFORMATION OF IMPACT-LOADED SHELLS

N.A. Abrosimov, N.A. Kulikova

A method for determining material constants and functions of constitutive relations for composite materials based on the minimization of the disagreement between the experimental and computer modeling of nonstationary deformation processes in cylindrical shells made of the materials studied is presented. The developed approach has been tested, and its robustness is demonstrated by analyzing the problems of determining the rigidity and rheological characteristics of composite materials based on the results of numerically analyzing the nonstationary deformation of cylindrical shells loaded by a longitudinal impact of an absolutely rigid body.

Key words: mathematical models, identification, viscoelastic deformation, numerical methods, pulsed loading.