

УДК 539.3

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ЗАРОЖДЕНИЯ И РАЗВИТИЯ ТРЕЩИН НА ОСНОВЕ СООТНОШЕНИЙ МЕХАНИКИ ПОВРЕЖДЕННОЙ СРЕДЫ<sup>\*)</sup>

**С.А. Капустин, В.А. Горохов, В.Ю. Пантелеев,  
Ю.А. Чурилов**

*НИИМ Нижегородского госуниверситета им. Н.И. Лобачевского*

Представлены некоторые результаты численного моделирования процессов зарождения и развития трещины в экспериментальном образце с концентратором, выполненном из алюминиевого сплава АК-4, в условиях плоского изгиба.

**Ключевые слова:** напряжение, деформация, пластичность, повреждения, разрушение, трещина, процесс, моделирование.

Современные исследования закономерностей разрушения материалов и конструкций позволили установить многостадийный характер развития повреждений в материале в процессе его деформирования. Наиболее часто выделяются две основные стадии разрушения. Первая стадия характеризуется зарождением и развитием микродефектов до образования макроскопического дефекта. На второй стадии происходит слияния образовавшихся дефектов в одну или несколько магистральных трещин. Соотношение между длительностью этих стадий изменяется в широких пределах в зависимости от физико-химической природы, структуры и условий нагружения материала [1].

Согласно сложившимся традициям исследование процессов на первой стадии разрушения осуществляется на основе концепции накопления повреждений в рамках соотношений механики поврежденной среды (МПС), позволяющих описать развитие процесса повреждений в начально-бездефектном материале, а на второй стадии – с использованием методов механики разрушения, предполагающих наличие начального дефекта в виде трещины. Однако трещина зарождается и развивается в объемах материала, подготовленных к разрушению в первом периоде. Поэтому моделирование реальных процессов разрушения конструкций должно обеспечивать возможность описания этих процессов как на начальной, так и на заключительной стадиях. Для этого могут быть использованы подходы, основанные на применении соотношений МПС, позволяющие прогнозировать развитие дефектов в материале

---

<sup>\*)</sup> Выполнено в рамках реализации ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы, гранта Президента РФ для государственной поддержки ведущих научных школ РФ (проект НШ-3367.2008.8).

от момента их зарождения до предельного раскрытия магистральной трещины.

Реализация таких подходов при решении практических задач требует наличия надежных моделей, описывающих процессы накопления повреждений материалов на основе различных механизмов разрушения, эффективных методик решения нелинейных краевых задач, сформулированных на основе соотношений МПС, и разработки специальных алгоритмов, позволяющих моделировать процесс развития повреждений от исходного неповрежденного состояния до предельного раскрытия магистральной трещины. При этом к уравнениям, описывающим поведение деформируемых систем, добавляются кинетические уравнения для функций поврежденности, характеризующих развитие в материале микродефектов, приводящих в итоге к образованию макродефекта в виде очага развивающейся трещины.

В настоящей статье представлены основные методологические положения и результаты численного моделирования процессов упругопластического деформирования, зарождения и развития трещин в экспериментальном образце на основе соотношений МПС, полученные с помощью программных средств решения нелинейных задач деформирования и разрушения конструкций в рамках вычислительного комплекса (ВК) УПАКС [ 2 ].

Исследование процессов упруговязкопластического деформирования и разрушения материалов конструкций осуществляется в ВК УПАКС на основе составной иерархической модели поврежденного материала в рамках соотношений МПС [3–5]. В основу модели положена возможность представления сложного процесса развития взаимосвязанных эффектов деформирования и разрушения в виде последовательности формально независимых элементарных актов, описываемых соответствующими частными моделями пластичности, ползучести и накопления повреждений. Учет взаимного влияния таких элементарных актов осуществляется на верхнем уровне в общей модели поврежденного материала. При этом описание взаимодействия различных видов поврежденности и влияния их на процесс деформирования строится на основе инвариантной по отношению к природе этих повреждений скалярной меры поврежденности  $\omega$ , меняющейся от значения  $\omega=0$  для неповрежденного материала до значения  $\omega=1$ , соответствующего полному разрушению.

Непосредственное влияние поврежденности на процесс деформирования учитывается в модели путем введения зависимости модулей упругости материала от текущего значения функции  $\omega$ . При этом в уравнения, описывающие равновесие деформируемых систем, вводятся две характеристики напряжений: эффективные напряжения  $\sigma_{ij}$ , действующие на поврежденных площадках, и приведенные напряжения  $\sigma_{ij}^*$ , статически эквивалентные первым, но отнесенные к неповрежденным площадкам:

$$\sigma_{ij}^* = \sigma_{ij}(1 - \omega).$$

При отсутствии эффектов неизотермического деформирования и ползучести материала, соответствующих условиям нагружения рассматриваемых в настоящей статье задач, конкретные уравнения, устанавливающие связь между изменениями приведенных напряжений  $\Delta\sigma_{ij}$  и деформаций  $\Delta e_{ij}$  на элементарном шаге изменения внешних воздействий могут быть получены из общих соотношений [3–5] в виде:

$$\Delta\sigma_{ij} = 2G(\Delta e_{ij} - \Delta d_{ij}) + \delta_{ij} \left( K - \frac{2}{3}G \right) (\Delta e_{ii} - \Delta d_{ii}),$$

$$\Delta d_{ij} = \Delta e_{ij}^* + \omega(\Delta e_{ij} - \Delta e_{ij}^*),$$

$$\Delta e_{ij}^* = \Delta e_{ij}^p + \frac{\omega - \bar{\omega}}{1 - \omega} \left[ \frac{\bar{\sigma}'_{ij}}{2G} + \delta_{ij} \frac{\bar{\sigma}}{3K} \right], \quad (1)$$

где  $K, G$  – модули объемной и сдвиговой деформации;  $\Delta e_{ij}^p$  – изменения пластических деформаций на шаге нагружения;  $\bar{\omega}, \omega$  – значения мер поврежденности в исходном (в начале шага) и текущем (в конце шага) состояниях;  $\bar{\sigma}'_{ij}, \bar{\sigma}$  – значения девиаторных и шаровой составляющих тензора эффективных напряжений в исходном состоянии;  $\delta_{ij}$  – символы Кронекера.

При описании накопления повреждений в материале конструкций предполагается, что в процессе его деформирования могут независимо развиваться несколько различных видов поврежденности. Изменение меры поврежденности  $\Delta \omega_k$  для каждого вида на шаге изменения внешних воздействий представляется в виде

$$\Delta \omega_k = \Delta \omega_k(\Delta \Psi_k, \bar{\omega}, q_k^\beta),$$

где  $\bar{\omega}$  – накопленное значение функции  $\omega$ ;  $\Psi_k$  – функция, характеризующая долю накопленной энергии, ответственной за развитие повреждений рассматриваемого вида;  $q_k^\beta$  – некоторые константы материала.

Вычисление изменений функций  $\Psi_k$  и вклада их в изменение меры поврежденности  $\omega_k$  осуществляется в соответствующих частных моделях поврежденности. Полное значение меры  $\omega$ , соответствующее текущему состоянию, вычисляется в составной модели на основе принятого алгоритма суммирования повреждений.

В качестве конкретных частных моделей, описывающих процессы упругопластического деформирования и накопления повреждений, в рассматриваемых ниже задачах используются модель термопластичности с комбинированным упрочнением, модель накопления повреждений, основанная на изменении энергии пластического разрыхления, и кинетические уравнения для изменения меры поврежденности при хрупких разрушениях [4, 5].

Исследование поведения конструкций на основе приведенных моделей строится путем пошагового интегрирования инкрементальных уравнений, описывающих их равновесное состояние в метрике текущей деформированной конфигурации с использованием специальной комбинированной шаговой схемы [3–5]. Численное решение линеаризованных задач осуществляется методом конечных элементов (КЭ) на основе изопараметрических квадратичных КЭ с сирендиповой аппроксимацией поля перемещений [4]. Вся физическая информация в элементе (температура, напряжения, деформации и т.д.) определяется на основе квадратичной интерполяции соответствующих параметров в «физических» узлах элемента.

Для исследования процессов деформирования и разрушения конструкций от неповрежденного состояния до предельного раскрытия магистральной трещины, при котором происходит исчерпание конструкцией ее несущей способности на основе рассмотренных методических положений, может быть непосредственно использован описанный в [3–5] общий алгоритм решения нелинейных задач деформирования и разрушения конструкций. Однако применение его для моделирования траекторий развития трещин требует учета ряда дополнительных обстоятельств и введения некоторых изменений.

В соответствии с рассмотренными выше модельными представлениями в процессе пошагового решения задачи в отдельных зонах материала конструкции могут

зарождаются и развиваются зоны повреждений, интенсивность которых характеризуется мерой поврежденности  $\omega$ . Увеличение меры в физическом узле конструкции приводит к снижению упругих характеристик (модулей  $G$  и  $K$ ) материала в этом узле и, тем самым, к снижению его сопротивляемости. При этом в районе таких узлов происходит перераспределение напряжений по объему материала. К моменту достижения в узле предельного значения  $\omega = 1$  материал в районе такого узла полностью перестает сопротивляться дальнейшему деформированию, перераспределяя воспринимаемую ранее нагрузку на ближайшие соседние узлы. В результате в соседних узлах увеличивается интенсивность роста поврежденности, и при достижении последней критического значения  $\omega = 1$  материал в районе таких узлов также выключается из работы.

Наиболее естественным шагом дальнейшего моделирования процесса следовало бы считать введение в районе разрушенного узла элементарной трещины (несплошности) и продолжение вычислительного процесса с измененной расчетной схемой. Однако реализация такого подхода сопряжена с непреодолимыми трудностями, так как при этом для каждого случая локального нарушения прочности приходилось бы перестраивать сетку КЭ разбиения исследуемой области и, следовательно, менять топологию и структуру информационных массивов, осуществлять переинтерполяцию физических величин на новую сеточную область, не нарушая при этом условий равновесного состояния в локальной зоне повреждения и конструкции в целом. Поэтому на практике для моделирования процесса развития магистральной трещины приходится использовать способ «выключения» узлов при достижении в них критического значения мерой  $\omega$ . Напряжения в таком узле принимаются равными нулю, а влияние трещины на окружающую зону материала компенсируется дополнительными силами, определяемыми параметрами  $\Delta d_{ij}$ , величина которых оказывается равной изменению полных деформаций в узле  $\Delta e_{ij}$ . Действительно, положив в (1)  $\bar{\sigma}_{ij} = 0$  и  $\omega = 1$ , можно получить

$$\Delta e_{ij}^* = 0, \quad \Delta d_{ij} = \Delta e_{ij}, \quad \Delta \sigma_{ij} = 0,$$

откуда следует, что нарушения равновесного состояния в узле не происходит, а эффекты раскрытия трещины моделируются изменением полных деформаций.

При этом последовательное «выключение» соседних узлов при нагружении можно рассматривать как процесс развития магистральной трещины. При достижении длиной трещины некоторого предельного значения срабатывают реализованные в ВК УПАКС условия исчерпания конструкцией ее несущей способности, сопровождающиеся расходимостью процесса последовательных приближений.

Для иллюстрации возможности использования предложенной методологии для моделирования процессов зарождения и развития магистральных трещин ниже представлены результаты численного моделирования процесса упругопластического разрушения экспериментального образца с концентратором в условиях плоского изгиба, выполненные на основе программных средств ВК УПАКС.

Общий вид и основные размеры исследуемого образца приведены на рис. 1. Он представлял собой прямоугольную призму длиной  $l = 65$  мм и поперечным сечением  $b \times h = 20$  мм  $\times$  10 мм, имеющую в среднем сечении поперечный надрез глубиной  $\delta = 4$  мм и шириной  $a = 2$  мм, постоянной по всей ширине образца. Образец был шарнирно оперт на две жесткие опоры, расположенные друг от друга на расстоянии  $l_0 = 50$  мм, и нагружен вертикальной силой, равномерно распределенной по ширине вдоль линии в среднем поперечном сечении образца.

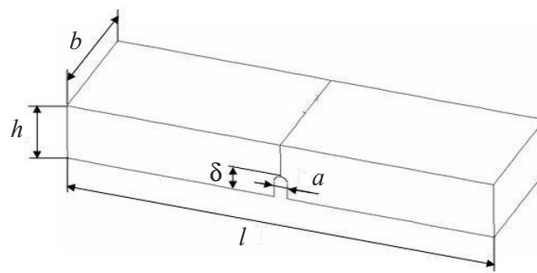


Рис. 1

Материал образца – алюминиевый сплав АК-4. Экспериментальные исследования, связанные с построением материальных функций и констант этого материала, а также с изучением процесса разрушения такого образца, были выполнены сотрудником НИИМ ННГУ Л.Н. Крамаревым.

В эксперименте нагружение образца осуществлялось за счет перемещения захватов испытательной машины УМЭ-10Т через индентор, установленный по ширине образца в его центральном сечении. При проведении численного исследования реальное нагружение моделировалось вертикальными перемещениями, приложенными через компенсирующую прокладку по узкой полосе на верхней грани образца. Аналогичные компенсирующие прокладки устанавливались также в районе опор для исключения возникновения нежелательных при проведении численных исследований пластических деформаций. Геометрические размеры и свойства материалов таких прокладок выбирались из условий исключения в материале образца в районе установки прокладок пластических деформаций и отсутствия значительных искажений напряженно-деформированного состояния (НДС) в образце в процессе его нагружения. Величина силы  $P$ , действующей на образец, определялась в результате интегрирования вертикальных компонент нормальных напряжений, возникающих в прокладке в процессе изменения прикладываемых перемещений.

Численное моделирование процессов деформирования и разрушения образца осуществлялось в пространственной постановке для симметричной его четверти, ограниченной плоскостями  $XOY$  и  $YOZ$ , с использованием двадцатиузловых КЭ, реализованных в ВК УПАКС. При этом был рассмотрен ряд расчетных вариантов задачи, отличающихся различными схемами дискретизации объема образца и использованием в расчетах различных механизмов развития повреждений. Принятый во всех дальнейших расчетах вариант дискретизации изображен на рис. 2.

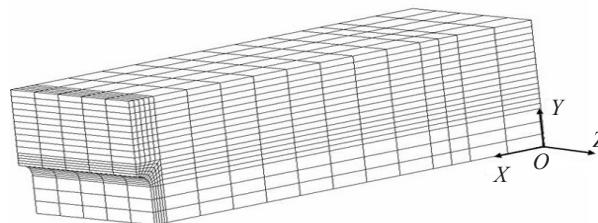


Рис. 2

Размер шага по нагрузке также выбирался на основе проведения предварительных расчетов из условия удовлетворительного описания кривой  $P - V$  ( $V$  – вертикаль-

ное смещение верхней точки центрального сечения образца), характеризующей процесс разрушения образца. Основные расчеты проводились с шагом  $\Delta V \approx 0,05$  мм, что соответствовало  $\Delta V \approx 1/21 \cdot V_M$ , где  $V_M = 1,051$  мм – вертикальное смещение верхней точки центрального сечения образца (контролируемой точки), соответствующее максимальному значению силы  $P$  в эксперименте.

При анализе процесса разрушения образца был рассмотрен вариант, в котором процесс накопления повреждений определялся только пластическими повреждениями (вариант 1), а также вариант, в котором реализовалась возможность совместного учета накопления повреждений от эффектов пластичности и хрупкого разрушения (вариант 2).

В результате численного моделирования была получена исчерпывающая информация о распределении всех параметров, характеризующих изменение НДС в материале образца в процессе его нагружения: интенсивности напряжений  $\sigma_u$ ; главных напряжений  $\sigma_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ); параметра Одквиста  $k_p$ ; параметра  $\Pi$  вида НДС; меры поврежденности  $\omega$ .

На рис 3, а, б, в показаны картины распределения соответственно величин  $\sigma_u$ ,  $\sigma_1$  и  $k_p$  в районе среднего поперечного сечения образца в момент времени  $t = V/V_M = 0,095$ , соответствующий возникновению первого очага пластических деформаций.

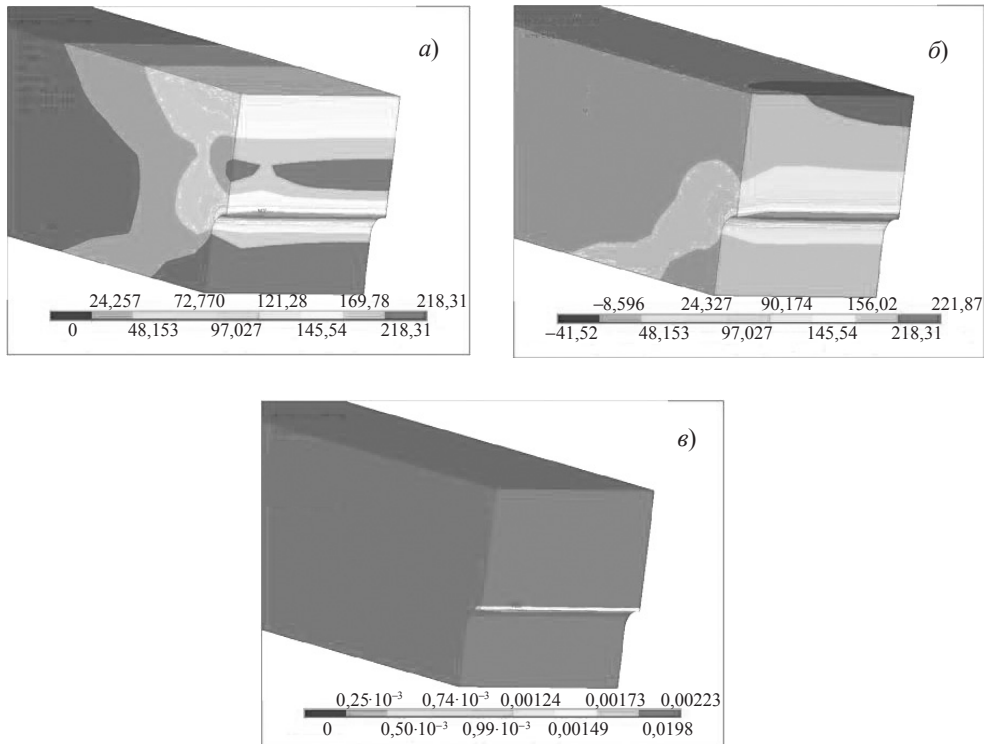


Рис. 3

Видно, что в начальной стадии упругопластического деформирования зона максимальных напряжений локализовалась в районе выреза в центральном сечении образца. Пластические деформации в материале первоначально появились на линии пересечения поверхности выреза с центральным сечением образца, а затем посте-

пенно распространились по толщине сечения. Развитие пластических деформаций в образце сопровождалось интенсивным накоплением пластических повреждений. Картина распределения меры поврежденности в объеме образца к моменту  $t = 1,0$  показана на рис. 4,а. При этом максимальный уровень поврежденности достиг величины  $\omega \approx 0,20$ .

На временном интервале  $t < 1,0$  результаты расчетов для двух вариантов полностью совпадали, поскольку значения главных растягивающих напряжений в наиболее нагруженной точке образца не превышали заданных допустимых значений. При  $1,0 \leq t \leq 1,4$  согласно первому варианту расчета в образце продолжался интенсивный рост пластических деформаций без заметного изменения самой зоны, но сопровождающийся постепенным увеличением силы  $P$ . Для второго варианта при  $t \geq 1,0$  в объеме материала образца на некотором удалении от свободной поверхности появилась зона хрупкого накопления повреждений, конфигурацию и размер которой можно видеть на рис. 4,а уже при  $t = 1,0$ . К моменту нагружения  $t = 1,05$  размер этой зоны увеличился, а мера повреждений достигла величины  $\omega \approx 0,31$ , превысив максимальное значение поврежденности в пластической зоне (см. рис. 4,б). При значении параметра нагружения  $t = 1,1$  мера поврежденности в этой зоне достигла предельного значения  $\omega = 1$ , что привело к зарождению магистральной трещины, которая начала интенсивно развиваться вдоль центрального сечения образца, захватив уже при  $t \approx 1,1$  более половины толщины образца. Картины развития трещины для моментов нагружения  $t \approx 1,05$  и  $t \approx 1,1$  показаны на рис. 4,б и рис. 4,в соответственно.

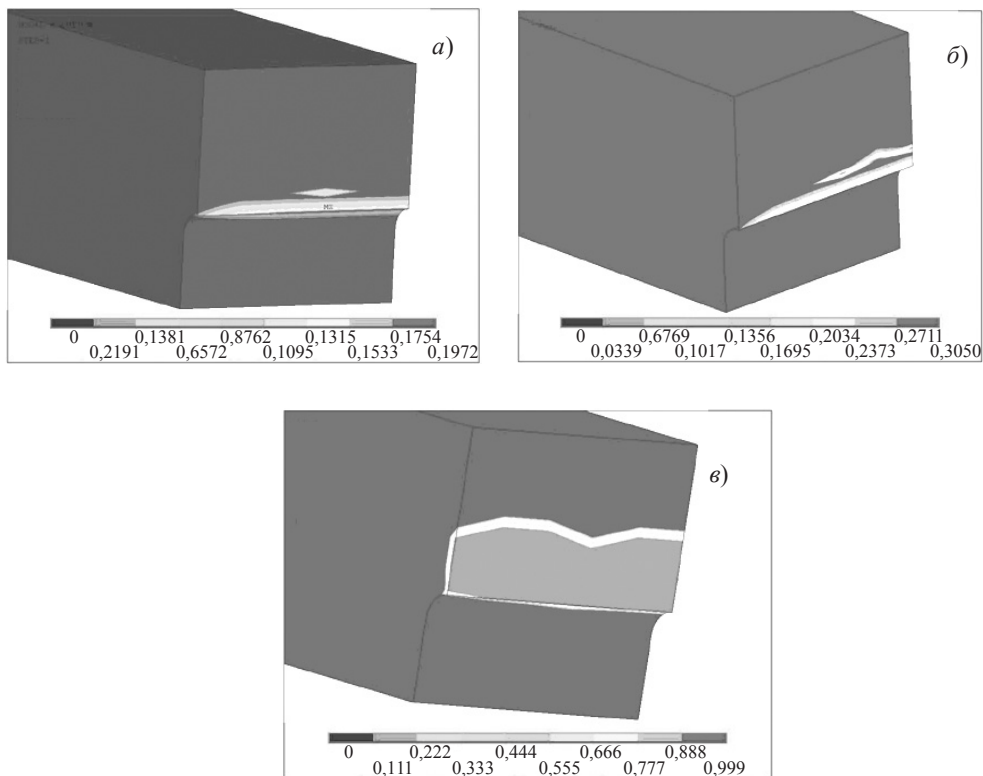


Рис. 4

Фотография разрушенного в результате эксперимента образца представлена на рис. 5.

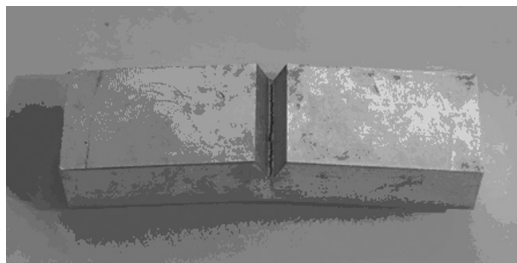


Рис. 5

Процесс развития трещины сопровождался прогрессирующим падением силы  $P$ . График зависимости силы  $P$  от перемещения  $V$  контролируемой точки, построенный на основе результатов численного моделирования, показан на рис. 6 в виде точечной и пунктирной линий, отмеченных цифрами 1 и 2 соответственно вариантам расчета. Аналогичная экспериментальная кривая изображена на этом же рисунке сплошной линией.

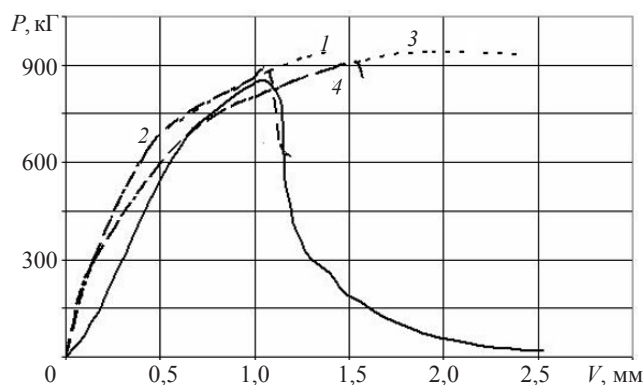


Рис. 6

Из графиков видно, что, согласно эксперименту, максимальная нагрузка, воспринимаемая образцом, составила  $P = 853$  кГ при значении перемещения контролируемой точки  $V = 1,051$  мм. Для первого варианта на всем протяжении процесса сила возрастала и, судя по поведению графика, предельного значения она могла достигнуть при  $t > 1,8 - 2,2$ . Результаты расчета, полученные на основе второго варианта, достаточно хорошо согласуются с экспериментальными. Предельная сила здесь оказалась равной  $P \approx 880$  кГ при перемещении контролируемой точки  $V \approx 1,08$  мм, причем ниспадающий участок кривой практически совпал с аналогичным участком в эксперименте.

Для сравнения на этом же рисунке приведены аналогичные кривые, полученные для образца, ширина и нагрузка которого были уменьшены в десять раз. График, помеченный цифрой 3, соответствует упругопластическому разрушению, цифрой 4 – варианту с учетом хрупкого разрушения. Поскольку вид НДС в таком «узком» образце соответствует условиям меньшей стесненности процесса пластического деформирования, пластические деформации в нем появляются раньше и развиваются более интенсивно, чем в широком. Максимальная сила в нем  $P \approx 940$  кГ при



пластическом разрушении достигается для  $t \approx 2,0$  ( $V \approx 2,1$  мм), а при хрупком – для  $t \approx 1,46$  ( $P \approx 909$  кГ,  $V \approx 1,53$  мм). Уровень пластической поврежденности в таком образце к моменту начала хрупкого разрушения достигает величины  $\omega \approx 0,68$  (в широком образце эта величина не превышала значения  $\omega \approx 0,21$ ). Иначе говоря, с уменьшением стесненности пластического деформирования в материале увеличивается доля пластического разрушения.

Таким образом, представленные материалы свидетельствуют, что результаты численного моделирования процесса разрушения, полученные на основе одновременного учета в процессе разрушения пластических и хрупких повреждений, достаточно хорошо согласуются с экспериментальными данными. При этом максимальное значение силы  $P$ , отличающееся в расчете от экспериментального значения приблизительно на 3%, достигается в расчете и эксперименте при перемещениях, отличающихся не более, чем на 3,6%. Характер излома образца, показанного на рис. 5, подтверждает присутствие в процессе разрушения эффектов хрупкого разрушения.

#### *Литература*

1. Федоров, В.В. Кинетика повреждаемости и разрушения твердых тел / В.В. Федоров. - Ташкент: Фан, 1985. – 168 с.
2. Вычислительный комплекс УПАКС. Научно-технический центр по ядерной и радиационной безопасности. Аттестационный паспорт программного средства. Регистрационный паспорт аттестации ПС № 147 от 31.10.2002.
3. Казаков, Д.А. Моделирование процессов деформирования и разрушения материалов и конструкций / Д.А. Казаков, С.А. Капустин, Ю.Г. Коротких. – Н.Новгород: Изд-во ННГУ, 1999. – 226 с.
4. Капустин, С.А. Метод конечных элементов в задачах механики деформируемых тел: учеб. пособие / С.А. Капустин. – Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2002. – 180 с.
5. Капустин, С.А. Численное моделирование процессов деформирования и разрушения материалов и конструкций в условиях квазистатических термосиловых и терморadiационных воздействий / С.А. Капустин, Ю.А. Чурилов, В.А. Горохов // Современные проблемы ресурса материалов и конструкций: Труды III школы-семинара, Москва, 9–10 апреля 2009 г. – М.: МГТУ «МАМИ», 2009. – С. 90–104.

[31.08.2009]

### **NUMERICALLY MODELING THE PROCESSES OF CRACK INITIATION AND PROPAGATION BASED ON THE RELATIONS OF DAMAGED MEDIUM MECHANICS**

**S.A. Kapustin, V.A. Gorokhov, V.Yu. Panteleyev, Yu.A. Churilov**

The results of numerically modeling the processes of crack initiation and propagation in an AK-4 aluminum alloy experimental specimen with a concentrator under plane bending are presented.

**Key words:** stress, deformation, plasticity, damage, failure, crack, process, modeling.