УДК 539.3

РАЗВИТИЕ МЕТОДА ГРАНИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ПРОБЛЕМЫ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ВОЛН В ПОРИСТЫХ СРЕДАХ*)

А.В. Аменицкий, Л.А. Игумнов, И.С. Карелин

Нижний Новгород

Рассматривается модель пористой среды с двухфазной внутренней структурой, предложенная Био. Представлены соответствующие граничные интегральные уравнения и гранично-элементная методика их решения. Приведен численный пример.

Введение

Для решения проблемы распространения волн в пористых средах разработана модель среды Био [1–4]. Теоретические исследования свойств двух типов предельных волн в двухфазной среде далеки от завершения [5–7]. К подобным исследованиям привлекаются метод граничных интегральных уравнений (ГИУ) и метод граничных элементов (МГЭ) [7, 8]. На основе ГИУ из [8, 9] в работе построена суперэлементная МГЭ-схема в отличие от изопараметрической из [8, 9]. Приведен численный пример.

1. Математическая модель пороупругой среды

Система дифференциальных уравнений в преобразованиях Лапласа (параметр s) для смещения $\hat{u}_i$ и порового давления $\hat{p}$ имеет следующий вид [8]:

$$\mu\hat{u}_{i,jj} + \left(K + \frac{1}{3}\mu\right)\hat{u}_{j,ij} - (\alpha - \beta)\hat{p}_{,i} - s^2(\rho - \beta\rho_f)\hat{u}_i = -\hat{F}_i,$$

$$\frac{\beta}{s\rho_f}\hat{p}_{,ii} - \frac{\phi^2 s}{R}\hat{p} - (\alpha - \beta)s\hat{u}_{i,i} = -\hat{a}; \quad \beta = \frac{k\rho_f\phi^2 s^2}{\phi^2 s + s^2 k(\rho_a + \phi\rho_f)},$$

где μ, K – константы упругости; ϕ – пористость; k – проницаемость; α – эффективный коэффициент напряжений; ρ, ρ_a, ρ_f – плотности пористого скелета, присоединенной массы и жидкой среды; $\hat{F}_i, \hat{a}$ – плотности источников, R – плотность источников в жидкости.

Систему уравнений пороупругости запишем в символичной матричной форме

$$B^*(\partial)\upsilon = 0, \quad \upsilon = [u, p]^T.$$

*) Работа выполнена при поддержке Министерства образования и науки РФ (грант Президента РФ для государственной поддержки ведущих научных школ РФ НШ-3367.2008.8, проект РПН.2.1.23556 по Аналитической ведомственной целевой программе Рособразования "Развитие научного потенциала высшей школы на 2006–2008 годы").

Фундаментальное решение для этой системы построено в [8]:

$$B(\partial)G + I\delta(x-y) = 0,$$

где I – единичная матрица, δ – дельта-функция Дирака,

$$B^* = \begin{bmatrix} A + B\partial_{11} & B\partial_{12} & B\partial_{13} & pC\partial_1 \\ B\partial_{12} & A + B\partial_{22} & B\partial_{23} & pC\partial_2 \\ B\partial_{13} & B\partial_{23} & A + B\partial_{33} & pC\partial_3 \\ C\partial_1 & C\partial_2 & C\partial_3 & D \end{bmatrix},$$

$$A = \mu\nabla^2 - p^2(\rho - \beta\rho_f), \quad B = K + \frac{1}{3}\mu, \quad C = \alpha - \beta, \quad D = \frac{\beta}{p\rho_f}\nabla^2 - \frac{\phi^2 p}{R},$$

$$\lambda_{1,2}^2 = \frac{1}{2}\left[\frac{\phi^2 p^2 \rho_f}{\beta R} + \frac{p^2(\rho - \beta\rho_f)}{K + 4/3\mu} + \frac{p^2\rho_f(\alpha-\beta)^2}{\beta(K + 4/3\mu)}\right] \pm$$

$$\pm\frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{\phi^2 p^2 \rho_f}{\beta R} + \frac{p^2(\rho - \beta\rho_f)}{K + 4/3\mu} + \frac{p^2\rho_f(\alpha-\beta)^2}{\beta(K + 4/3\mu)}\right)^2 - 4\frac{p^4\phi^2\rho_f(\rho - \beta\rho_f)}{\beta R(K + 4/3\mu)}},$$

$$\lambda_3^2 = \frac{p^2(\rho - \beta\rho_f)}{\mu},$$

$$\Psi = \frac{1}{4\pi r}\left[\frac{e^{-\lambda_1 r}}{(\lambda_1^2 - \lambda_2^2)(\lambda_1^2 - \lambda_3^2)} + \frac{e^{-\lambda_2 r}}{(\lambda_2^2 - \lambda_1^2)(\lambda_2^2 - \lambda_3^2)} + \frac{e^{-\lambda_3 r}}{(\lambda_3^2 - \lambda_2^2)(\lambda_3^2 - \lambda_1^2)}\right],$$

$$G = \begin{bmatrix} \widehat{U}_{ij}^{\,s} & \widehat{U}_i^{\,f} \\ \widehat{P}_j^{\,s} & \widehat{P}^{f} \end{bmatrix} = \frac{p\rho_f}{\mu\beta(K + 4/3\mu)}\begin{bmatrix} (F\nabla^2 + AD)\delta_{ij} - F\partial_{ij} & -ACp\partial_i \\ -AC\partial_i & (B\nabla^2 + A)A \end{bmatrix}\Psi.$$

2. Граничные интегральные уравнения

Интегральное представление прямого подхода имеет вид [8]:

$$\begin{bmatrix} \widehat{u}_j \\ \widehat{p} \end{bmatrix} = \int_\Gamma \begin{bmatrix} \widehat{U}_{ij}^s & -\widehat{P}_j^s \\ \widehat{U}_i^f & -\widehat{P}^f \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \widehat{t}_i \\ \widehat{q} \end{bmatrix} d\Gamma - \int_\Gamma \begin{bmatrix} \widehat{T}_{ij}^s & -\widehat{Q}_j^s \\ \widehat{T}_i^f & -\widehat{Q}^f \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \widehat{u}_i \\ \widehat{p} \end{bmatrix} d\Gamma,$$

где

$$\widehat{U}_{ij}^s = \frac{1}{4\pi r\rho s^2}\left[R_1\frac{\lambda_4^2 - \lambda_2^2}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2}e^{-\lambda_1 r} - R_2\frac{\lambda_4^2 - \lambda_1^2}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2}e^{-\lambda_2 r} + (\delta_{ij}\lambda_3^2 - R_3)e^{-\lambda_3 r}\right],$$

$$R_k = \frac{3r_{,i}r_{,j} - \delta_{ij}}{r^2} + \lambda_k\frac{3r_{,i}r_{,j} - \delta_{ij}}{r} + \lambda_k^2 r_{,i}r_{,j},$$

$$\lambda_4^2 = \frac{s^2\rho}{K + 4/3\mu},$$

$$\widehat{P}_j^s = \frac{\alpha r_{,i}}{4\pi r\kappa(K + 4/3\mu)(\lambda_1^2 - \lambda_2^2)}\left[\left(\lambda_1 + \frac{1}{r}\right)e^{-\lambda_1 r} - \left(\lambda_2 + \frac{1}{r}\right)e^{-\lambda_2 r}\right],$$

$$\widehat{U}_i^f = \left(1 - \frac{s\rho_f \kappa}{\alpha}\right) s\widehat{P}_i^s,$$

$$\widehat{P}^f = \frac{1}{4\pi r\kappa(\lambda_1^2 - \lambda_2^2)}[(\lambda_1^2 - \lambda_4^2)e^{-\lambda_1 r} - (\lambda_2^2 - \lambda_4^2)e^{-\lambda_2 r}],$$

$$\widehat{T}_{ij}^s = \left[\left(\left(K - \frac{2}{3}\mu\right)\widehat{U}_{kj,k}^s + \alpha s\widehat{P}_j^s\right)\delta_{il} + \mu\left(\widehat{U}_{ij,l}^s + \widehat{U}_{lj,i}^s\right)\right] n_l,$$

$$\widehat{Q}_j^s = \kappa \widehat{P}_{j,i}^s n_i,$$

$$\widehat{T}_i^f = \left[\left(\left(K - \frac{2}{3}\mu\right)\widehat{U}_{k,k}^f + \alpha s\widehat{P}^f\right)\delta_{il} + \mu\left(\widehat{U}_{i,l}^f + \widehat{U}_{l,i}^f\right)\right] n_l,$$

$$\widehat{Q}^f = \kappa \widehat{P}_{,i}^f n_i,$$

$$\tilde{U}_{kj,k}^s \delta_{il} n_l =$$

$$= \frac{r_{,j} n_i}{4\pi r s^2 \rho(\lambda_1^2 - \lambda_2^2)}\left[e^{-\lambda_1 r}\left(\frac{1}{r} + \lambda_1\right)\lambda_1^2(\lambda_2^2 - \lambda_4^2) - e^{-\lambda_2 r}\left(\frac{1}{r} + \lambda_2\right)\lambda_2^2(\lambda_1^2 - \lambda_4^2)\right],$$

$$(\widehat{U}_{ij,l}^s + \widehat{U}_{lj,i}^s) n_l =$$

$$= \frac{1}{4\pi r s^2 \rho}\left[\frac{R_5 6}{r^3}\left(\frac{\lambda_4^2 - \lambda_2^2}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2}e^{-\lambda_1 r} - \frac{\lambda_4^2 - \lambda_1^2}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2}e^{-\lambda_2 r} - e^{-\lambda_3 r}\right) + \right.$$

$$+ \frac{R_5 6}{r^2}\left(\frac{\lambda_4^2 - \lambda_2^2}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2}\lambda_1 e^{-\lambda_1 r} - \frac{\lambda_4^2 - \lambda_1^2}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2}\lambda_2 e^{-\lambda_2 r} - \lambda_3 e^{-\lambda_3 r}\right) +$$

$$+ \frac{R_6 2}{r}\left(\frac{\lambda_4^2 - \lambda_2^2}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2}\lambda_1^2 e^{-\lambda_1 r} - \frac{\lambda_4^2 - \lambda_1^2}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2}\lambda_2^2 e^{-\lambda_2 r} - \lambda_3^2 e^{-\lambda_3 r}\right) -$$

$$- 2 r_{,n} r_{,i} r_{,j}\left(\frac{\lambda_4^2 - \lambda_2^2}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2}\lambda_1^3 e^{-\lambda_1 r} - \frac{\lambda_4^2 - \lambda_1^2}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2}\lambda_2^3 e^{-\lambda_2 r} - \lambda_3^3 e^{-\lambda_3 r}\right) -$$

$$\left. - \lambda_3^2(\delta_{ij} r_{,n} + r_{,i} n_j)\left(\lambda_3 + \frac{1}{r}\right)e^{-\lambda_3 r}\right],$$

причем $R_5 = r_{,j} n_i + r_{,i} n_j + r_{,n}(\delta_{ij} - 5 r_{,i} r_{,j})$, а $R_6 = r_{,j} n_i + r_{,i} n_j + r_{,n}(\delta_{ij} - 6 r_{,i} r_{,j})$,

$$\widehat{Q}_j^s = \frac{\alpha n_i}{4\pi r(K + 4/3\mu)(\lambda_1^2 - \lambda_2^2)}\left[R_2 e^{-\lambda_2 r} - R_1 e^{-\lambda_1 r}\right],$$

$$\widehat{T}_i^f = \frac{1}{4\pi r\kappa(\lambda_1^2 - \lambda_2^2)}\left[\frac{n_j s(\alpha - s\rho_f \kappa)2\mu}{K + 4/3\mu}(R_2 e^{-\lambda_2 r} - R_1 e^{-\lambda_1 r}) + \right.$$

$$+ n_i e^{-\lambda_2 r}\left(\frac{s(\alpha - s\rho_f \kappa)(K - 2/3\mu)}{K + 4/3\mu}\lambda_2^2 - \alpha s(\lambda_2^2 - \lambda_4^2)\right) -$$

$$-n_i e^{-\lambda_1 r}\left(\frac{s(\alpha - s\rho_f\kappa)(K-2/3\mu)}{K+4/3\mu}\lambda_1^2 - \alpha s(\lambda_1^2-\lambda_4^2)\right)\Bigg],$$

$$\widehat{Q}^f = \frac{r_{,n}}{4\pi r(\lambda_1^2-\lambda_2^2)}\left[\left(\lambda_2+\frac{1}{r}\right)(\lambda_2^2-\lambda_4^2)e^{-\lambda_2 r} - \left(\lambda_1+\frac{1}{r}\right)(\lambda_1^2-\lambda_4^2)e^{-\lambda_1 r}\right].$$

Ядра ГИУ допускают следующее выделение особенностей:

$$\widehat{P}_i^s = O(r^0),$$

$$\widehat{U}_i^f = O(r^0),$$

$$\widehat{U}_{ij}^s = \frac{1+\nu}{8\pi E(1-\nu)}\{r_{,i}r_{,j} + \delta_{ij}(3-4\nu)\}\frac{1}{r} + O(r^0),$$

$$\widehat{P}^f = \frac{\rho_f p}{4\pi\beta}\frac{1}{r} + O(r^0),$$

$$\widehat{Q}_j^s = \frac{1+\nu}{8\pi E(1-\nu)}\{\alpha(1-2\nu)(r_{,n}r_{,j} - n_j) - 2\beta(1-\nu)(r_{,n}r_{,j} + n_j)\}\frac{1}{r} + O(r^0),$$

$$\widehat{T}_i^f = \frac{\rho_f p^2}{8\pi\beta}\left\{(\alpha-\beta)\frac{1-2\nu}{1-\nu}r_{,i}r_{,j} + n_i\frac{\alpha+\beta(1-2\nu)}{1-\nu}\right\}\frac{1}{r} + O(r^0),$$

$$\widehat{T}_{ij}^s = \frac{-[(1-2\nu)\delta_{ij} + 3r_{,i}r_{,j}]r_{,n} + (1-2\nu)(r_{,j}n_i - r_{,i}n_j)}{8\pi(1-\nu)r^2} + O(r^0),$$

$$\widehat{Q}^f = -\frac{r_{,n}}{4\pi r^2} + O(r^0).$$

Итоговая система ГИУ примет вид:

$$\begin{bmatrix} c_{ij}(y) & 0 \\ 0 & c(y) \end{bmatrix}\begin{bmatrix} u_i(\tau,x) \\ p(\tau,x) \end{bmatrix} + \int_0^t\int_\Gamma \begin{bmatrix} T_{ij}^s(t-\tau,y,x) & Q_j^s(t-\tau,y,x) \\ T_i^f(t-\tau,y,x) & Q^f(t-\tau,y,x) \end{bmatrix}\begin{bmatrix} u_i(\tau,x) \\ p(\tau,x) \end{bmatrix} d\Gamma d\tau =$$

$$= \int_0^t\int_\Gamma \begin{bmatrix} U_{ij}^s(t-\tau,y,x) & -P_j^s(t-\tau,y,x) \\ U_i^f(t-\tau,y,x) & -P^f(t-\tau,y,x) \end{bmatrix}\begin{bmatrix} t_i(\tau,x) \\ q(\tau,x) \end{bmatrix} d\Gamma d\tau.$$

3. Гранично-элементная дискретизация

Чтобы ввести ГЭ-дискретизацию, рассмотрим регуляризованное уравнение:

$$\alpha_\Omega \upsilon_k(x) + \int_{\partial\Omega}\left\{\widehat{T}_{ik}(x,y,p)\upsilon_i(y) - T_{ik}^0(x,y) - \upsilon_i(x) - G_{ik}(x,y,p)\widehat{t}_i(y)\right\}dS_x = 0, \quad (1)$$

$$x \in \partial\Omega, \quad \widehat{t} = [t,q]^T.$$

Базовый процесс ГЭ-дискретизации состоит в разбиении поверхности $\partial\Omega$ на N_E граничных элементов E_e $(1 \le e \le N_E)$ совокупностью четырехугольных и треугольных восьмиузловых биквадратичных элементов. При этом треугольные элементы рассматриваются как вырожденные четырехугольные (рис. 1,*a*), каждый из которых отображается на контрольный элемент Δ_e (каждый Δ_e – это либо квадрат $\xi = (\xi_1, \xi_2) \in [-1, 1]^2$, либо треугольник $0 \le \xi_1 + \xi_2 \le 1,\ \xi_1 \ge 0,\ \xi_2 \ge 0$, рис. 1,*б*).

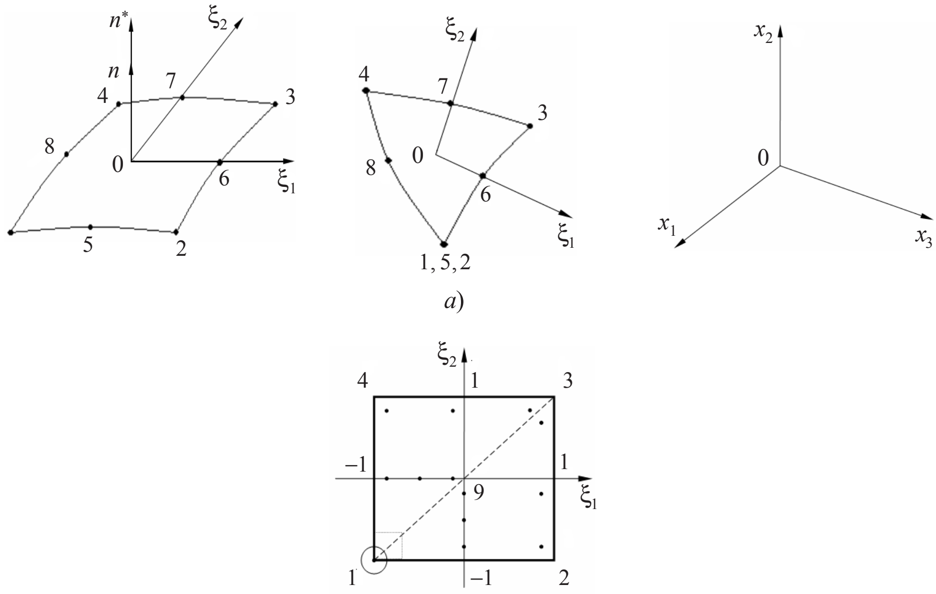

Рис. 1

Элемент E_e отображается на элемент Δ_e с помощью уравнения:

$$y_i(\xi) = \sum_{l=1}^{8} N^l(\xi) y_i^{\beta(k,l)}, \qquad i = 1,2,3, \quad \xi \in \Delta_e, \tag{2}$$

где $\beta(k, l)$ – глобальный номер узла, имеющего в k-м элементе локальный номер l; $N^l(\xi)$ – функции формы. В качестве функций формы выбраны квадратичные полиномы интерполяции.

Естественный базис (a_1, a_2), метрический тензор g и единичная нормаль n на E_e запишутся как

$$a_\alpha(\xi) = \sum_{q=1}^{N} N_\alpha^l(\xi) x^q, \quad g_{\alpha\beta}(\xi) = a_\alpha(\xi) \cdot a_\beta(\xi),$$

$$J(\xi) n(\xi) = a_1 \wedge a_2, \qquad J^2(\xi) = (g_{11} g_{22} - g_{12}^2)(\xi), \tag{3}$$

$$\xi \in \Delta_e; \quad \alpha, \beta = 1, 2.$$

Неизвестные граничные поля $(\upsilon, \hat{t})$ также интегрируются через узловые значения $\upsilon^k = \upsilon(z^k)$ и $\hat{t}^k = \hat{t}(z^k)$ в интерполяционных узлах z^k. Множество интерполяционных узлов отличается от множества геометрических узлов, а множество интерполяционных функций не совпадает с множеством функций формы. Рассмотрим случай, называемый согласованным интерполированием (Р.В. Гольдштейн (1978)), где для аппроксимации граничных перемещений применим билинейные элементы, а для аппроксимации поверхностных сил – постоянные элементы. При этом для расчетного значения параметра p будем иметь следующие выражения граничных перемещений и поверхностных сил внутри элемента S_k:

$$\upsilon_i(y) = \sum_{l=1}^{4} R^l(\xi)\upsilon_i^{\chi(k,l)}, \qquad i = 1, 2, 3; \; y \in S_k,$$

$$\widehat{t}_i(y) = \widehat{t}_i^{\,\chi(k,l)}, \qquad i = 1, 2, 3; \; y \in S_k.$$

Здесь $R^l(\xi)$ – функции формы для линейного четырехугольного элемента.

Для получения дискретного аналога ГИУ применим метод коллокации. В качестве узлов коллокации y^m будем выбирать узлы аппроксимации исходных граничных функций. В итоге формируется система линейных алгебраических уравнений:

$$\frac{1-\alpha_\Omega}{2}\upsilon_i^m + \sum_{k=1}^{N}\sum_{l=1}^{4} A_{ij}^{m,k,l}\upsilon_j^{\chi(k,l)} = \sum_{k=1}^{N} B_{ij}^{m,k}\tilde{t}_j^{\,k}, \tag{4}$$

$$\frac{1-\alpha_\Omega}{8}\upsilon_i^m + \sum_{k=1}^{N}\sum_{l=1}^{4} A_{ij}^{m,k,l}\upsilon_j^{\chi(k,l)} = \sum_{k=1}^{N} B_{ij}^{m,k}\tilde{t}_j^{\,k}, \tag{5}$$

где N – число элементов границы.

Уравнения (4) записаны в узлах аппроксимации обобщенных перемещений, уравнения (5) – в узлах аппроксимации обобщенных усилий:

$$A_{ij}^{m,k,l} = \int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1}\left[R^l(\xi)T_{ij}(x^m, y^k(\xi), \partial) - \delta_{\chi(k,l),m}T_{ij}^0(x^m, y^k(\xi))\right]J^k(\xi)d\xi_1 d\xi_2,$$

$$B_{ij}^{m,k} = \int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1} U_{ij}(x^m, y^k(\xi), \partial)J_k(\xi)d\xi_1 d\xi_2.$$

Необходимо отметить, что коэффициенты дискретных аналогов имеют особенность типа $1/r$ и $1/r^2$. Это определяет специфику вычислительного процесса. При вычислении интегралов по поверхности рассматриваются два случая. Первый случай – точка x^m не принадлежит элементу. Интегрирование по элементу сведено к повторному интегрированию по локальным координатам ξ_1 и ξ_2. По каждой из координат используются квадратурные формулы Гаусса. Второй случай – точка x^m принадлежит элементу, по которому производится интегрирование, тогда используется прием устранения особенностей.

4. Численные результаты

Рассмотрена задача, изображенная на рис. 2, со следующими параметрами материала: $K = 8{\cdot}10^9$ Н/м², $G = 6{\cdot}10^9$ Н/м², $R = 4{,}7{\cdot}10^8$ Н/м², $k = 1{,}9{\cdot}10^{-10}$ м⁴/Н·с, $\rho = 2458$ кг/м³, $\rho_f = 1000$ кг/м³, $\phi = 0{,}19$, $\alpha = 0{,}867$. Нагрузка, действующая на тело, $t_y = -1$ Н/м².

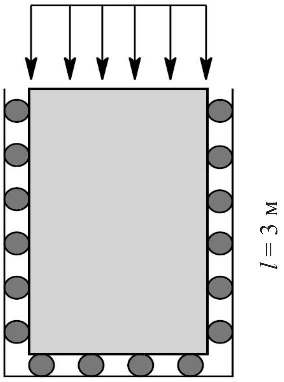

Рис. 2

Граничные условия в области Лапласа имеют вид:

$$\widehat{u}_y(y=0) = 0, \; \widehat{q}_y(y=0) = 0,$$

$$\widehat{\sigma}_y(y=l) = -1, \quad \widehat{p}(y=l) = 0.$$

Гранично-элементная сетка, изображенная на рис. 3, состоит из 504 элементов. Результаты расчетов перемещений и напряжений приведены соответственно на рис. 4 и 5.

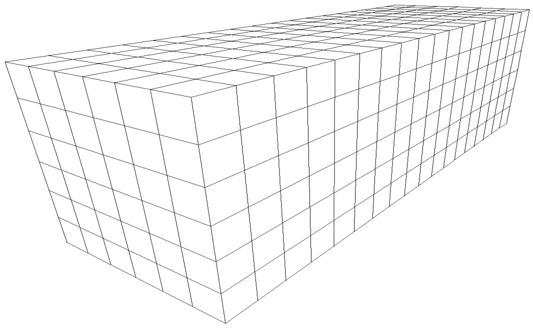

Рис. 3

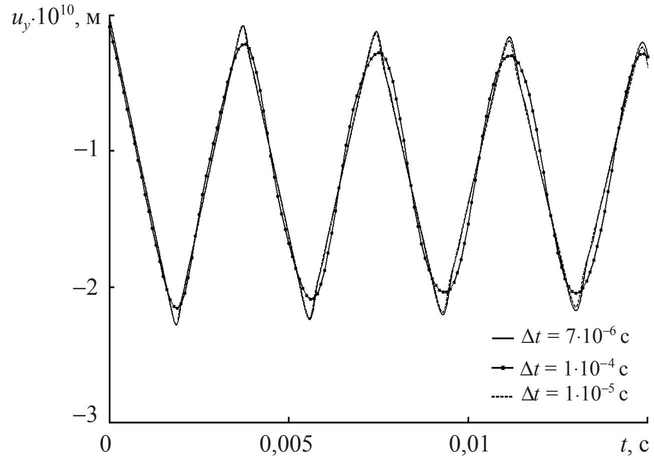

Рис. 4

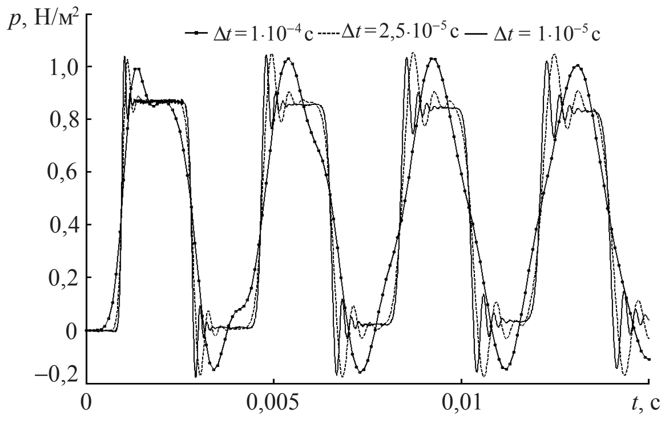

Рис. 5

Ключевые слова: распространение волн в пористых средах, модель Био, граничные интегральные уравнения, метод граничных элементов.

Литература

1. *Френкель, Я.И.* К теории сейсмических и сейсмоэлектрических явлений во влажной почве / Я.И. Френкель // Изв. АН СССР. Сер. географ. и геоф. – 1944. – Т. 8, № 4. – С. 65–78.

2. *Biot, M.* Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. I. Low-frequency range / M. Biot // J. Acoust. Soc. Am. – 1956. – V. 28, № 2. – P. 168–178.

3. *Biot, M.* Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. II. Higher-frequency range / M. Biot // J. Acoust. Soc. Am. – 1956. – V. 28, № 2. – P. 179–191.

4. *Николаевский, В.Н.* Геомеханика и флюидодинамика с приложениями к проблемам газовых и нефтяных пластов / В.Н. Николаевский. – М.: Недра, 1996. – 447 с.

5. Proc. of the 2-nd Biot conference on poromechanics. – Grenoble, France, 26–28 Aug. 2002. – 650 p.

6. *Михайлов, Д.Н.* Различие продольных волн Френкеля–Био в водонасыщенной и газонасыщенной пористых средах / Д.Н. Михайлов // МЖГ. – 2006. – № 1. – С. 121–130.

7. *Дунин, С.З.* Продольные волны в частично насыщенных пористых средах. Влияние газовых пузырьков / С.З. Дунин, Д.Н. Михайлов, В.Н. Николаевский // ПММ. – 2006. – Т. 70. – Вып. 2. – С. 282–294.

8. *Schanz, M.* Wave propogation in viscoelastic and poroelastic continua / M. Schanz. – Berlin Springer, 2001. – 170 p.

9. *Schanz, M.* Wave propagation in a simplified modelled poroelastic continuum: Fundamental solutions and a time domain boundary element formulation / M. Schanz, V. Struckmeier // Int. J. Numer. Meth. Engng. – 2005. – V. 64. – P. 1816–1839.

[10.09.2008]

EXTENDING THE BOUNDARY ELEMENT METHOD ON ANALYZING THE PROBLEM OF WAVES PROPAGATING IN POROUS MEDIA

A.V. Amenitsky, L.A. Igumnov, I.S. Karelin

A model of a porous medium with a two-phase internal structure introduced by Bio is discussed. The related integral equations and a boundary element method for analyzing them are described. A numerical example is given.

Key words: waves propagating in porous media, Bio's model, boundary integral equations, boundary element method.