

УДК 539.3

О ПРОВЕРКЕ ПОСТУЛАТА ИЗОТРОПИИ В ТЕОРИИ ПРОЦЕССОВ СЛОЖНОГО ПЛАСТИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ

В.Г. Зубчанинов, В.И. Гуляев

Тверь

Представлены результаты экспериментальных исследований по проверке достоверности основного закона пластичности – постулата изотропии в условиях ортогонального и неортогонального сложных нагружений.

Постановка задачи и программа испытаний

Замечено, что ортогональные нагружения вносят существенные поправки в зависимость между напряжениями и деформациями при пластическом деформировании. В связи с этим возникла идея о проверке достоверности постулата изотропии на участках траекторий деформирования, ортогональных и неортогональных друг другу. Сущность постулата изотропии состоит в том, что при ортогональных преобразованиях вращения и отражения траекторий в векторном девиаторном пространстве с базисом А.А. Ильюшина образ процесса деформирования либо нагружения сохраняется, то есть сохраняются скалярные и векторные свойства конструкционных материалов [1,2]. По мнению автора постулата изотропии А.А. Ильюшина, в случаях нарушения его необходимо уточнять [1].

Испытания тонкостенных трубчатых образцов из стали 45 в состоянии поставки проводились на автоматизированном комплексе СН-ЭВМ в лаборатории механических испытаний кафедры сопротивления материалов, теории упругости и пластичности Тверского государственного технического университета. Образцы имели длину рабочей части $l = 100$ мм, толщину стенки $h = 1$ мм, радиус средней поверхности $R = 15$ мм. Общий вид испытательного комплекса СН-ЭВМ представлен на рис. 1.



Рис. 1

В испытаниях по типу центрального веера при растяжении, кручении, внутреннем давлении для расчета компонент σ_{ij} , ε_{ij} ($i, j = 1, 2, 3$) тензоров напряжений и деформаций использовались формулы:

$$\begin{aligned}\sigma_{11} &= \frac{P}{2\pi R h}, \quad \sigma_{22} = p \frac{R}{h}, \quad \sigma_{12} = \frac{M_{\text{кр}}}{2\pi R^2 h}, \quad \sigma_{33} \approx 0, \\ \sigma_0 &= \frac{1}{3}(\sigma_{11} + \sigma_{22}), \quad \varepsilon_{11} = \frac{\Delta l}{l}, \quad \varepsilon_{22} = \frac{\Delta R}{R}, \\ \varepsilon_{12} &= \varphi \frac{R}{2l}, \quad \varepsilon_{33} = -(\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22}) + \frac{\sigma_0}{K}, \quad \varepsilon_0 = \frac{\sigma_0}{3K},\end{aligned}\quad (1.1)$$

где P – осевая нагрузка, p – внутреннее давление, $M_{\text{кр}}$ – крутящий момент, $K = E/[3(1-2\mu)]$ – объемный модуль упругости Эйлера–Юнга, μ – коэффициент Пуассона, Δl – абсолютное удлинение рабочей части образца, φ – угол взаимного поворота сечений, ΔR – изменение радиуса срединной поверхности образца, σ_0 – среднее напряжение, ε_0 – средняя деформация.

Компоненты S_k , Θ_k ($k = 1, 2, 3$) векторов напряжений и деформаций в девиаторном трехмерном изображающем пространстве

$$\bar{\sigma} = S_k \hat{i}_k, \quad \bar{\Theta} = \Theta_k \hat{i}_k \quad (k = 1, 2, 3), \quad (1.2)$$

где \hat{i}_k – единичные векторы базиса А.А. Ильюшина, рассчитывались по формулам:

$$\begin{aligned}S_1 &= \sqrt{\frac{3}{2}} S_{11} = \sqrt{\frac{2}{3}} \left[\sigma_{11} - \frac{1}{2}(\sigma_{22} + \sigma_{33}) \right], \\ S_2 &= \sqrt{2} \left(S_{22} + \frac{1}{2} S_{11} \right) = \frac{\sigma_{22} - \sigma_{33}}{\sqrt{2}}, \\ S_3 &= \sqrt{2} S_{12} = \sqrt{2} \sigma_{12}, \\ \Theta_1 &= \sqrt{\frac{3}{2}} \Theta_{11} = \sqrt{\frac{2}{3}} (\varepsilon_{11} - \varepsilon_0), \\ \Theta_2 &= \sqrt{2} \left(\Theta_{22} + \frac{1}{2} \Theta_{11} \right) = \sqrt{2} \left(\varepsilon_{22} + \frac{1}{2} \varepsilon_{11} - \frac{3}{2} \varepsilon_0 \right), \\ \Theta_3 &= \sqrt{2} \Theta_{12} = \sqrt{2} \varepsilon_{12},\end{aligned}\quad (1.3)$$

где

$$S_{ij} = \sigma_{ij} - \delta_{ij} \sigma_0, \quad \Theta_{ij} = \varepsilon_{ij} - \delta_{ij} \varepsilon_0 \quad (1.5)$$

– компоненты девиаторов напряжений и деформаций соответственно, δ_{ij} – символ Кронекера,

$$\sigma = \sqrt{S_{ij} S_{ij}} = \sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}, \quad \Theta = \sqrt{\Theta_{ij} \Theta_{ij}} = \sqrt{\Theta_1^2 + \Theta_2^2 + \Theta_3^2} \quad (1.6)$$

– модули девиаторов и векторов напряжений и деформаций.

На рис. 2 изображены результаты испытаний по типу центрального веера при растяжении, кручении, внутреннем давлении, которые показывают, что в исходном состоянии материал был начально изотропен.

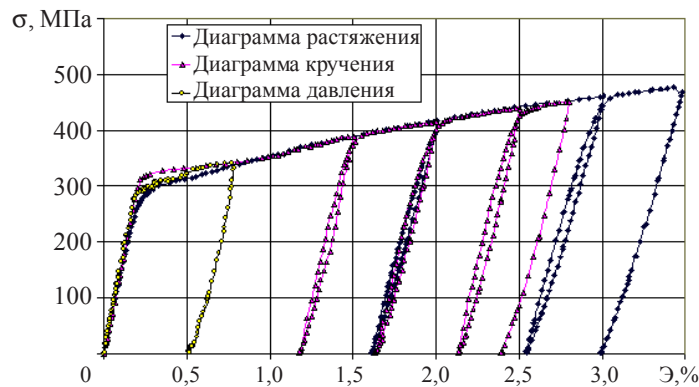


Рис. 2

Из диаграммы растяжения было найдено $E = 2 \cdot 10^5$ МПа; $2G = 1,54 \cdot 10^5$ МПа; $\mu = 0,3$. С появлением пластических деформаций коэффициент μ быстро возрастал и приближался к значению $\mu_p = 0,5$ уже при $\Theta \approx 1\%$, что позволило в расчетах использовать условие несжимаемости материала. При обработке экспериментальных данных также принималось, что напряженное состояние образцов – плоское ($\sigma_{33} = \sigma_{32} = \sigma_{31} = 0, \epsilon_{32} = \epsilon_{31} = 0$).

Программы испытаний представляли собой четырехзвенные ломаные в плоскости $\Theta_3 \sim \Theta_1$ при одновременном действии растяжения-сжатия и кручения (рис. 3).

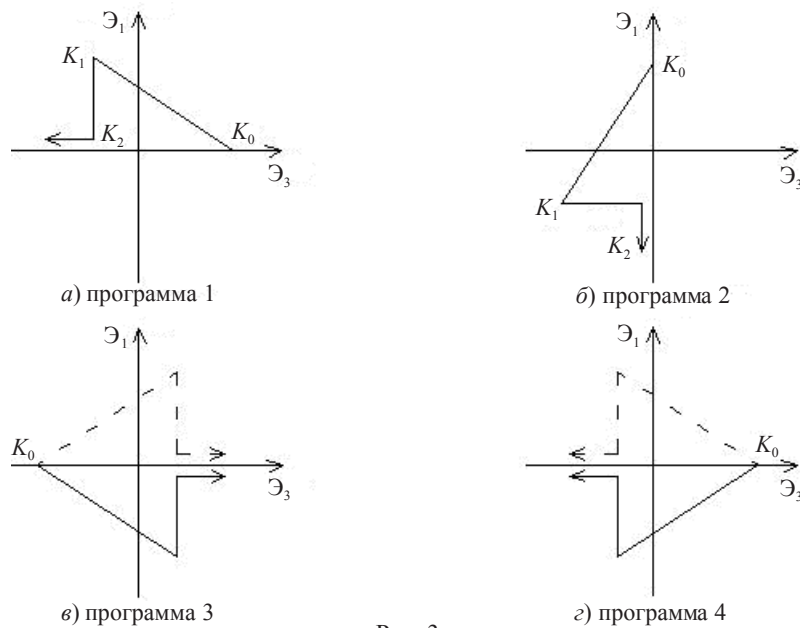


Рис. 3

Исходная (первая) траектория реализовывалась путем кручения до $\Theta = \Theta_3 = 1,5\%$, излома траектории на угол 135° в точке K_0 и деформирования при одновременном растяжении и кручении до точки K_1 с координатами $\Theta_1 = 2,6\%$, $\Theta_3 = -1,11\%$. Затем снова происходил излом на 135° и осуществлялось деформирование при постоянном значении $\Theta_3 = -1,11\%$ до значения $\Theta_1 = 0$.

В точке K_2 при $\mathcal{E}_1 = 0$, $\mathcal{E}_3 = -1,11\%$ происходил излом на 90° и реализовывалось кручение до потери устойчивости трубчатого образца. Ортогональные преобразования исходной траектории осуществлялись вращением против часовой стрелки на 90° и 180° (вторая и третья программы). Четвертая программа получена из исходной преобразованием отражения относительно оси \mathcal{E}_3 .

Из рис. 3 видно, что в первом и четвертом опытах в результате отражения траектории относительно \mathcal{E}_3 вторые участки ортогональны друг другу. Аналогично в третьем и четвертом опытах при отражении траекторий относительно оси \mathcal{E}_1 вторые участки также ортогональны друг другу. Для остальных участков условие их ортогональности при отражении не соблюдается.

На рис. 4 представлены в пространстве напряжений соответствующие траектории нагружения (отклик).

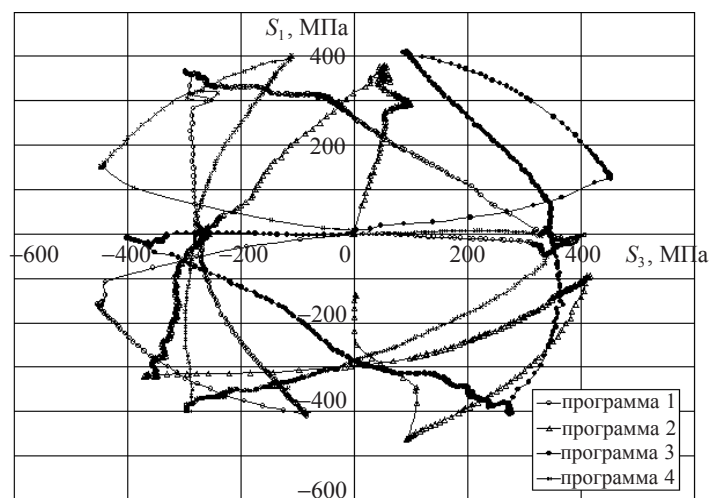


Рис. 4

Совмещенные (для всех четырех испытаний) диаграммы $\sigma \sim s$, характеризующие скалярные свойства материала, показаны на рис. 5 (s – длина дуги деформирования в текущей точке K).

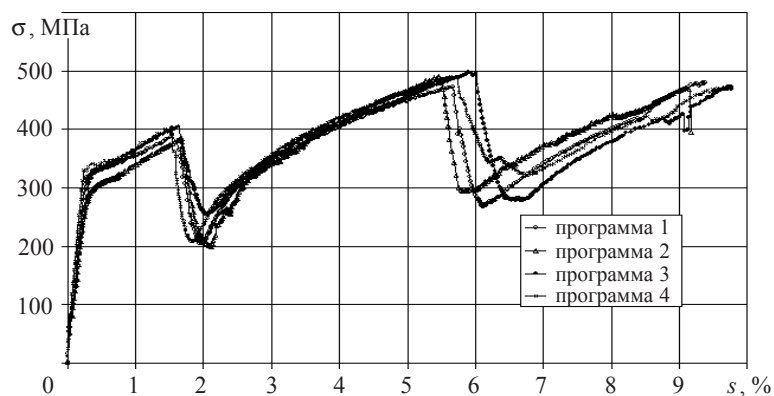


Рис. 5

Видно, что все диаграммы практически совпадают, поэтому можно сделать вывод о том, что для данной серии испытаний постулат изотропии по скалярным свойствам выполняется.

На рис. 6, 7 представлены локальные диаграммы деформирования $S_1 \sim \mathcal{E}_1$, $S_3 \sim \mathcal{E}_3$, которые, с учетом их кососимметричности, приводят к тому же самому выводу.

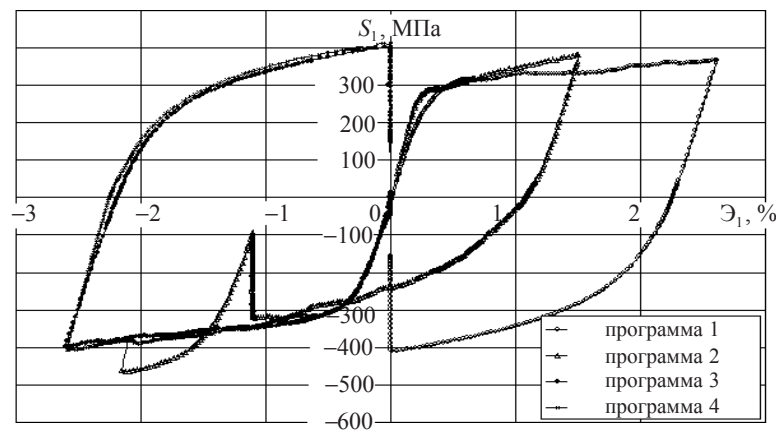


Рис. 6

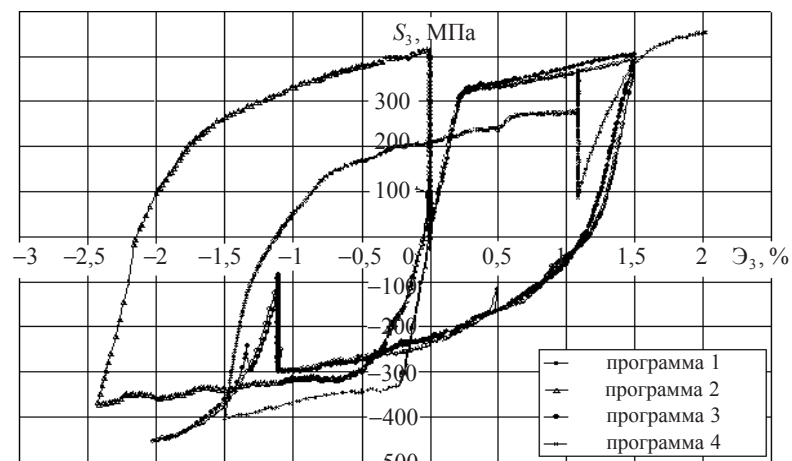


Рис. 7

На рис. 8 представлены совмещенные диаграммы $\Theta_1 \sim s$ (Θ_1 – углы сближения), характеризующие векторные свойства материала. Хорошо видно, что углы Θ_1 для программ 1 и 2 резко (примерно на 70°) отличаются от таковых для программ 3 и 4. Объяснить это можно следующим образом. В программах 1 и 4 вторые участки ортогональны. Кручение на них происходило в одном направлении, но растяжению в программе 1 отвечало сжатие в программе 4, что привело к существенно различному изменению структуры материала и различной деформационной анизотропии. В программе 3 кручение на втором участке происходило в противоположном по сравнению с программой 1 направлении, что в силу равноправности направлений по кручению несущественно для изменения структуры материала. Однако растя-

жению в программе 1 соответствовало сжатие в программе 3, то есть по изменению структуры материала программы 3 и 4 в отношении исходной программы идентичны. Этим можно объяснить, почему в программе 3, как и в программе 4, был нарушен постулат изотропии по векторным свойствам.

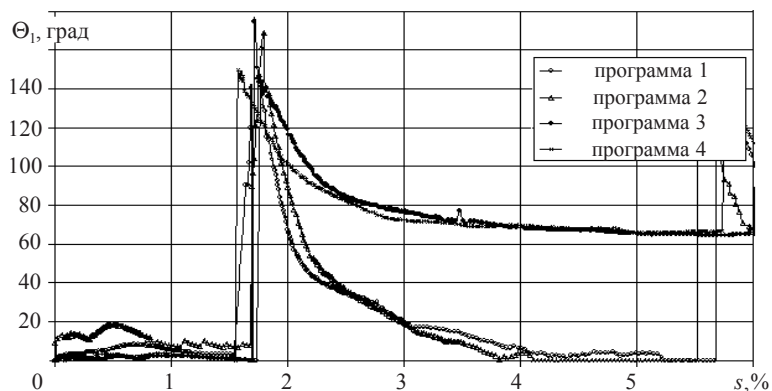


Рис. 8

Для остальных участков неортогонального нагружения постулат изотропии в данной серии испытаний выполняется достаточно точно как по скалярным, так и по векторным свойствам материала. В целом авторы не ставят под сомнение основной закон теории пластичности, поскольку он выполняется в подавляющем числе случаев сложного деформирования большинства материалов. Однако важно отметить, что существуют особые случаи, когда постулат изотропии необходимо уточнять [1, 2].

Ключевые слова: эксперимент, постулат изотропии, ортогональное и неортогональное сложное нагружение.

Литература

1. *Ильюшин, А.А.* Механика сплошных сред /А.А. Ильюшин. – М.: МГУ, 1990. – 310 с.
2. *Зубчанинов, В.Г.* Математическая теория пластичности / В.Г. Зубчанинов. – Тверь: ТГТУ, 2002. – 300 с.

[01.07.2008]

ON THE VERIFICATION OF THE POSTULATE OF ISOTROPY IN THEORY OF COMPLEX PLASTIC DEFORMATION PROCESSES

V.G. Zubchaninov, V.I. Gulyaev

The results of experimental investigations are given on the verification of the reliability of the principal law of plasticity, the postulate of isotropy under the conditions of orthogonal and non-orthogonal complex loading.

Key words: experiment, postulate of isotropy, orthogonal and nonorthogonal complex loading.